

УДК 621.396.6

Ю. Б. Бродський, С. О. Ковтун, С. В. Ковальчук, П. П. Топольницький

## МЕТОДИЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОДОФАЗОМАНІПУЛЬОВАНОГО СИГНАЛУ В ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

*Розглянуто методичний підхід до визначення статистичних характеристик фазоманіпульованого сигналу, що спостерігається на фоні білого шуму. Для перевірки гіпотези про вид закону розподілу ймовірності випадкової величини знайшли широке застосування параметричні й непараметричні критерії узгодженості. До параметричних належать критерій  $\chi^2$  Пірсона та його модифікація –  $\chi^2$  Нікуліна. Непараметричні критерії: Колмогорова – Смирнова,  $\omega^2$  Мізеса, Андерсона – Дарлінга, Реньї та інші. В іноземній науковій літературі для критерія Андерсона – Дарлінга використовують термін «критерій  $\Omega^2$  Мізеса».*

*Для перевірки простих гіпотез перевага надається такому порядку критеріїв (за їх потужністю):  $\chi^2$  Пірсона; Андерсона – Дарлінга; Колмогорова – Смирнова;  $\omega^2$  Мізеса. У ході перевірки складних гіпотез порядок змінюється:  $\omega^2$  Мізеса; Колмогорова – Смирнова; Андерсона – Дарлінга;  $\chi^2$  Нікуліна;  $\chi^2$  Пірсона.*

*У разі відомого об'єму вибірки згідно з обраним правилом розраховується кількість інтервалів гістограми, вона будується відповідно до сукупності реалізацій прийнятого сигналу. Після цього її порівнюють з еталонним законом розподілу. Етапи порівняння загальновідомі, тому окремого пояснення не потребують.*

*Проведено математичне моделювання й обробку його результатів за допомогою програмного пакета Mathcad 14. Перевірено гіпотезу про нормальний закон розподілу вхідної суміші сигналу та шуму за критерієм узгодженості  $\chi^2$  Пірсона.*

*Результати імітаційного моделювання та обчислювального експерименту за наведеним підходом свідчать, що статистичні характеристики адитивної суміші фазоманіпульованого сигналу та білого шуму в разі енергетично прихованого режиму роботи радіоелектронних засобів підпорядковуються законам, які якісно близькі та в загальному випадку апроксимуються нормальним законом розподілу.*

**Ключові слова:** адитивна суміш; гістограма; закон розподілу; фазова маніпуляція; рівень значущості; статистичні характеристики; густина ймовірності.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Останнім часом спостерігається тенденція впровадження радіоелектронних систем різного призначення з розширеним спектром (spread spectrum) випромінювань. Для побудови радіоелектронних засобів (РЕЗ) з такими сигналами (складними, широкосмуговими, шумоподібними) досить широко застосовуються радіовипромінювання з кодовою фазовою маніпуляцією (КФМ).

Синтез алгоритмів обробки вхідних радіосигналів під час ведення радіоелектронного моніторингу (РЕМ) можна здійснювати на основі методів статистичної радіотехніки. При цьому однією з необхідних умов для синтезу радіоприймальних пристроїв РЕМ є знання статистичних характеристик адитивної суміші вхідних сигналів, найбільш повна

© Ю. Б. Бродський, С. О. Ковтун, С. В. Ковальчук, П. П. Топольницький, 2019

характеристика яких міститься в законі розподілу ймовірності випадкової величини. Для його визначення необхідно мати адекватну модель суміші вхідних сигналів.

Обробці результатів моделювання щодо визначення закону розподілу параметрів вхідних сигналів присвячено досить багато наукових праць, але на цей час вони не в повній мірі систематизовані й залишають певну невизначеність щодо побудови експериментальної функції щільності розподілу та вибору критерію узгодженості. Встановлення кількості інтервалів (груп) для побудови гістограми вхідної вибірки покладено на розсуд дослідника, тому обґрунтування методичного підходу до визначення закону розподілу за результатами моделювання є досить актуальним.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомо [1, 2], що для перевірки гіпотези про вид закону розподілу ймовірності випадкової величини знайшли широке застосування параметричні й непараметричні критерії узгодженості. До параметричних належать критерій  $\chi^2$  Пірсона і його модифікація –  $\chi^2$  Нікуліна. Непараметричні критерії: Колмогорова – Смирнова,  $\omega^2$  Мізеса, Андерсона – Дарлінга, Реньї та інші. В іноземній науковій літературі критерій Андерсона – Дарлінга називають критерієм  $\Omega^2$  Мізеса. Для перевірки простих гіпотез перевага надається такому порядку критеріїв (за їх потужністю):  $\chi^2$  Пірсона; Андерсона – Дарлінга; Колмогорова – Смирнова;  $\omega^2$  Мізеса. У разі перевірки складних гіпотез порядок змінюється:  $\omega^2$  Мізеса; Колмогорова – Смирнова; Андерсона – Дарлінга;  $\chi^2$  Нікуліна;  $\chi^2$  Пірсона.

Припустимо, що на вході радіоприймального пристрою присутня двокомпонентна адитивна суміш сигналу і шуму [3]:

$$y(t) = s(t) + \xi(t), \quad (1)$$

де  $s(t)$ ,  $\xi(t)$  – сигнальна і шумова складова відповідно.

Як сигнальна складова розглядається КФМ коливання з рівномірно розподіленою початковою фазою, а як шумова – гаусівський стаціонарний білий шум з нульовим математичним сподіванням. У цьому разі потужність (дисперсія) сукупності сигналу  $\sigma_s^2$  і шуму  $\sigma_\xi^2$  дорівнює їх сумі [4]:

$$\sigma_y^2 = \sigma_s^2 + \sigma_\xi^2. \quad (2)$$

За фіксованого моменту часу сумісна густина ймовірності для незалежних процесів  $s(t)$  і  $\xi(t)$  дорівнює добутку їх одномірних густин ймовірності [4]:

$$p_{s+\xi}(y) = p_s(y) p_\xi(y) = \frac{1}{\pi \sqrt{2\pi\sigma_\xi^2(S^2 - x^2)}} \exp(-y^2/2\sigma_\xi^2) \text{ для } |x| < S, \quad (3)$$

де  $S$  – амплітуда КФМ гармонічного коливання.

У разі  $\sigma_s^2 \ll \sigma_\xi^2$  згідно з (2) у вхідній суміші буде домінувати шумова складова, тому на основі співвідношення (3) закон розподілу адитивної суміші (1) буде одномодальним [4].

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячено статтю.** Відомо [4], що густина ймовірності сигнальної складової виразу (1) має

U-подібну форму і підпорядковується закону розподілу арксинуса, а його шумова складова, тобто білий шум, – нормальному закону розподілу випадкової величини [4]. Тоді, виходячи з наведеного вище, можна висунути гіпотезу про нормальний закон розподілу вхідної суміші. Для перевірки цієї простої гіпотези слід обрати критерій узгодженості  $\chi^2$  Пірсона.

Попередньо з'ясувавши характер розподілу за механізмом його утворення, оцінювання закону розподілу випадкової величини за емпіричними даними проводиться в такій послідовності [1, 2]: побудова функції щільності розподілу за результатами експериментальних даних (вибірки) об'ємом  $N$ ; підбір теоретичного розподілу (згладжування дослідного розподілу теоретичним); перевірка узгодженості дослідного розподілу за підібраним.

На основі викладеного вище необхідно провести перевірку гіпотези про нормальний закон розподілу вхідної суміші за критерієм узгодженості  $\chi^2$  Пірсона.

**Формулювання завдання дослідження.** З урахуванням наведеного метою статті є виклад основних положень методичного підходу до визначення статистичних характеристик адитивної суміші нормального шуму і набагато слабшого КФМ сигналу.

**Виклад основного матеріалу.** Для визначення статистичних характеристик адитивної суміші (1) було проведено імітаційне моделювання методом Монте-Карло за допомогою програмного пакета Mathcad 14. Сигнальна складова представлена фрагментом  $M$ -послідовності КФМ сигналу з початковим десятирозрядним кодом [0,0,0,0,0,1,0,0,1] (рис. 1), що містить 128 елементарних радіоімпульсів (дискрет) і відношенням сигнал/шум  $\sigma_s^2/\sigma_\xi^2 = 0,1; 0,05$ . Елементарний радіоімпульс із несучою частотою 1 ГГц і тривалістю елементарного імпульсу 4 нс (4 періоди в дискреті). Кількість відліків у періоді гармонічного коливання сигналу становить  $2^5$ .

Елементарний радіоімпульс (дискрету) опишемо виразом [5]:

$$s(t) = S \exp(j\{2\pi f_0 t + \varphi\}) \text{ для } 0 < t < \tau_d, \quad (4)$$

де  $f_0$ ,  $\varphi = 0, \pi$  – середня лінійна частота заповнення і код фази елементарного радіоімпульсу відповідно.

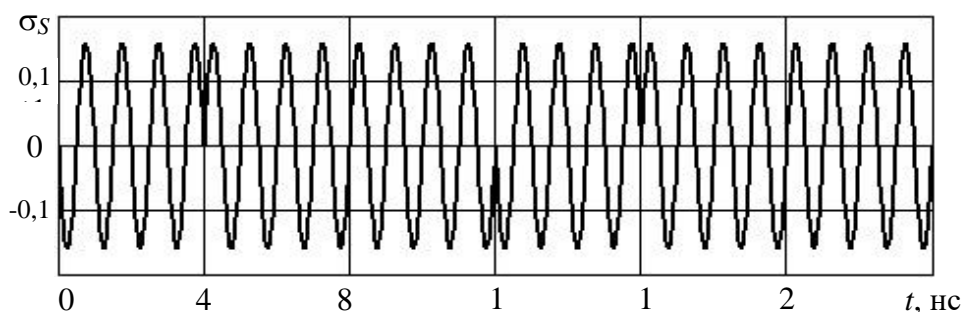


Рис. 1 Фрагмент  $M$ -послідовності КФМ сигналу

За шумову складову було використано випадкову послідовність із нормальною щільністю розподілу (білий шум) із нульовим математичним сподіванням ( $m_\xi = 0$ ) і одиничною дисперсією ( $\sigma_\xi^2 = 1$ ). Кількість відліків у дискреті КФМ сигналу становить  $2^7$ .

Було проведено чотири серії обчислювального експерименту по 100 вибірок у кожній. Обсяг кожної вибірки містить  $N = 2^{14}$  значень, тобто можна вважати їх представницькими.

За отриманими результатами моделювання необхідно побудувати гістограму функції щільності розподілу, використовуючи експериментальні дані (вибірки) об'ємом  $N$ . Для цього необхідно визначити кількість інтервалів (груп)  $k$ , на які буде розбита вибіркова сукупність. Ця кількість груп пов'язана з об'ємом вибірки (для критерію  $\chi^2$  Пірсона  $N > 50 \dots 150$ ).

Для вибору інтервалів рівної довжини  $h$  визначальною є вимога, щоб кількість реалізацій, які потрапили в інтервали, була не менше 10, а в крайніх інтервалах – не менше 5. У разі одномодального закону розподілу кількість реалізацій в інтервалі може зменшуватися до 1 або нуля.

Довжина інтервалу дорівнює [1]

$$h = \frac{(y_{\max} - y_{\min})}{k}, \quad (5)$$

де  $y_{\max}$ ,  $y_{\min}$  – максимальне й мінімальне значення елемента вибірки відповідно.

На сьогодні відомо [6–11] чимало підходів до визначення кількості інтервалів (груп). У багатьох джерелах можна знайти посилання на досить розповсюджену формулу Стерджеса [6]:

$$k = [1 + \log_2 N] \approx [1 + 3,322 \lg N], \quad (6)$$

де  $N$  – об'єм вибірки;

[•] – результат округлюють до найближчого цілого числа.

Досить розповсюджена і проста формула, поширена для визначення кількості інтервалів, має такий вигляд [2]:

$$k = [\sqrt{N}]. \quad (7)$$

Для визначення оптимальної кількості інтервалів у [7] запропоновано формулу Брукса – Карузера:

$$k = [5 \lg N]. \quad (8)$$

Відома формула [8], за якою визначають співвідношення кількості інтервалів до об'єму вибірки:

$$k = [1,87 \sqrt[5]{N^2}]. \quad (9)$$

Також має місце співвідношення для рівноймовірних інтервалів [2]:

$$k \approx \left[ 4 \sqrt[5]{2 \left( \frac{N}{z} \right)^2} \right], \quad (10)$$

де  $z$  – квантиль стандартного нормального розподілу для заданого рівня значущості.

У [2] наведено модифікацію виразу (10) і рекомендовано застосовувати співвідношення

$$k = [4 \lg N]. \quad (11)$$

На основі виразу (11) у [2] запропоновано формулу

$$k = [5 \lg N - 5]. \quad (12)$$

У дослідженні [9] використано таке співвідношення:

$$k \approx \left[ \frac{4}{E} \lg \frac{N}{10} \right], \quad (13)$$

де  $E = 1/(\mu_4/\sigma^4)^{1/2}$  – значення контрексесу;

$\mu_4$  – момент четвертого порядку;

$\sigma^2$  – дисперсія процесу.

Для однакових інтервалів їх кількість за правилом Скотта [10] становитиме величину

$$k = \left[ \sqrt[3]{\frac{2N}{3}} \right]. \quad (14)$$

Кількість інтервалів за правилом Фрідмана – Діаконіса [11] дорівнює

$$k = \left[ \frac{\sqrt[3]{N}}{2\Delta} \right], \quad (15)$$

де  $\Delta$  – різниця між верхнім і нижнім квантилями.

Оптимальну кількість інтервалів  $k$  за інформаційним критерієм Акаїке знаходимо з такого рівняння [12]:

$$\left[ \ln(2k - 1) + \frac{2k}{2k - 1} \right] \frac{N}{6k^3} = 1. \quad (16)$$

Однак для визначення оптимальної кількості інтервалів критерій Акаїке застосовують рідко [12].

Також відомі [13] рекомендації щодо вибору кількості інтервалів залежно від об'єму вибірки (табл. 1).

*Таблиця 1*

Рекомендована кількість інтервалів залежно від об'єму вибірки

|                              |        |         |           |              |
|------------------------------|--------|---------|-----------|--------------|
| Об'єм вибірки ( $N$ )        | 40–100 | 100–500 | 500–1 000 | 1 000–10 000 |
| Кількість інтервалів ( $k$ ) | 7–9    | 8–12    | 10–16     | 12–22        |

Для великих об'ємів ( $N$ ) вибірових сукупностей співвідношення Скотта, Фрідмана – Діаконіса й Акаїке є асимптотичними, тобто їх слід застосовувати в разі великих об'ємів вибірових сукупностей, на відміну від інших формул кількість інтервалів буде пропорційною  $n^{1/3}$ , а не  $\lg N$ .

Отже, для визначення кількості інтервалів вибіркової сукупності з метою побудови гістограми для визначення закону розподілу вхідної суміші за критерієм  $\chi^2$  Пірсона перевагу слід надати правилу Скотта, яке є досить обґрунтованим і простим у застосуванні та рекомендує більшу кількість інтервалів (табл. 2) порівняно з формулою Стерджеса.

Кількість інтервалів гістограми для функції густини ймовірності

| Об'єм вибірки<br>( $N$ ) | Оптимальна кількість інтервалів ( $k$ ) |                |                 |
|--------------------------|---|----------------|-----------------|
|                          | Формула Стерджеса                       | Правило Скотта | Критерій Акаїке |
| 500                      | 10                                      | 7              | 7               |
| 1 000                    | 11                                      | 9              | 9               |
| 5 000                    | 14                                      | 15             | 15              |
| 10 000                   | 15                                      | 19             | 19              |
| 50 000                   | 17                                      | 33             | 32              |
| 100 000                  | 18                                      | 41             | 41              |
| 200 000                  | 19                                      | 52             | 51              |
| 500 000                  | 20                                      | 70             | 70              |
| 1 000 000                | 21                                      | 88             | 87              |

У разі відомого об'єму вибірки ( $N = 2^{14}$ ) за правилом (14) розраховуємо кількість інтервалів гістограми ( $k = 23$ ). Враховуючи співвідношення (5), будемо гістограму (рис. 2) сукупності реалізацій співвідношення (1) і порівнюємо з еталонним нормальним законом розподілу на основі визначених параметрів (математичного сподівання та дисперсії) за методом моментів з вибіркової сукупності. Міру розходження цих обох розподілів визначаємо за такою формулою [1, 4, 14]:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \left\{ \frac{(n_j - N \hat{p}_j)^2}{N \hat{p}_j} \right\}, \quad (17)$$

де  $n_j$  – кількість елементів вибірки в  $j$ -му інтервалі;

$\hat{p}_j$  – оцінка ймовірності потрапляння випадкової величини вибірки в  $j$ -й інтервал.

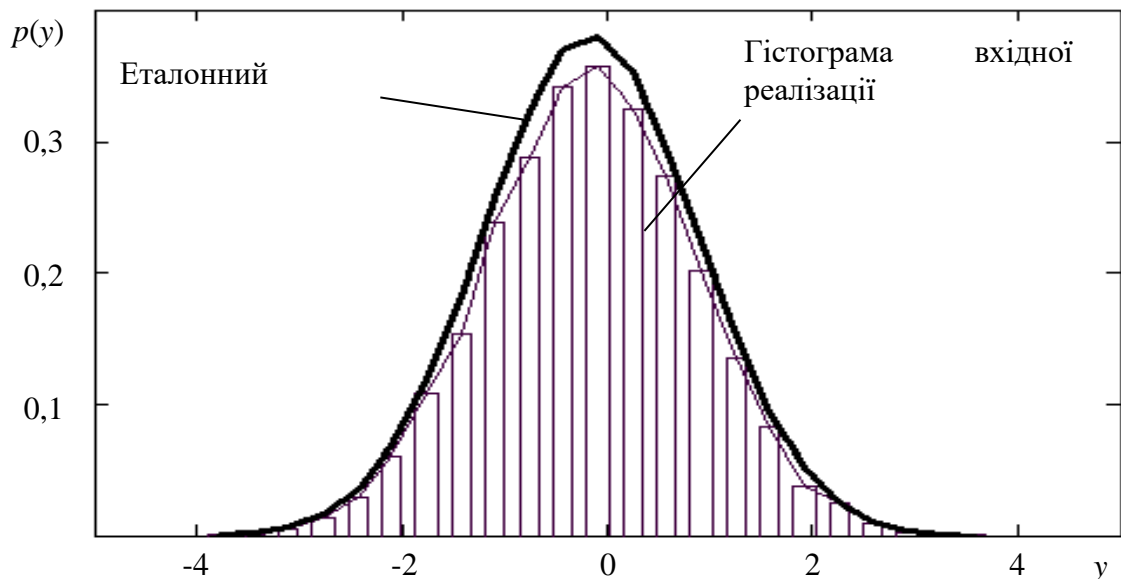


Рис. 2. Приклад гістограми вхідної реалізації випадкового процесу та її згладжувальна лінія й еталонний (теоретичний) нормальний закон розподілу

Величина, яка визначає відносну частоту (імовірність) потрапляння випадкової величини у  $j$ -й інтервал, дорівнює [1, 4, 14]

$$\hat{p}_j = \frac{n_j}{N}. \quad (18)$$

Сума (16) має наближений  $\chi^2$ -розподіл з  $v = k-l-1$  ступенями свободи, де  $l$  – кількість параметрів еталонного (теоретичного) розподілу, які визначають за вибіркою. Гіпотеза про закон розподілу приймається, якщо  $\chi^2_{\text{спост}} < \chi^2_{1-\alpha}$  у разі обраного рівня значущості  $\alpha$ , де  $\chi^2_{1-\alpha}$  – квантиль  $\chi^2$  розподілу (розподілу Пірсона) для рівня ймовірності  $1-\alpha$  для кількості ступенів свободи  $v$ . Тобто можна зробити висновок, що прийняте припущення (гіпотеза) не суперечить отриманим дослідним даним.

На основі наведеного вище розглянемо результати статистичної обробки результатів математичного моделювання за допомогою програмного пакета Mathcad 14. Перевіримо гіпотезу про нормальний закон розподілу вхідної суміші КФМ сигналу і шуму за критерієм узгодженості  $\chi^2$  Пірсона.

Нормальний закон розподілу характеризується двома параметрами, тому кількість ступенів свободи дорівнює величині  $v = 23-2-1 = 20$ . На основі обраного рівня значущості  $\alpha$  визначаємо величину квантиля  $\chi^2_{1-\alpha}$  розподілу Пірсона. Це значення можна отримати за допомогою функції  $qchisq(\alpha, v)$  у Mathcad 14 (табл. 3) або з таблиць, наведених у довідковій літературі, наприклад, у [14].

Таблиця 3

Значення квантилів  $\chi^2$  розподілу від рівня значущості для  $v = 20$

| Джерело відомостей | Значення квантиля ( $\chi^2_{1-\alpha}$ ) |                |                |                 |                 |
|--------------------|---|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
|                    | $\alpha = 0,3$                            | $\alpha = 0,2$ | $\alpha = 0,1$ | $\alpha = 0,05$ | $\alpha = 0,01$ |
| Mathcad 14         | 22,775                                    | 25,037         | 28,412         | 31,410          | 37,566          |
| Довідник [14]      | 22,8                                      | 25,0           | 28,4           | 31,4            | 37,6            |

За формулою (17) розраховуємо величину  $\chi^2_{\text{спост}}$  вибіркової сукупності та порівнюємо її з величинами, наведеними в табл. 2.

Отримані результати проведених розрахунків показують, що закон розподілу вхідного процесу (1) КФМ сигналу за  $\sigma_S^2 \ll \sigma_\xi^2$  є одномодальним для обох значень розглянутих відношень сигнал/шум:  $\sigma_S^2/\sigma_\xi^2 = 0,1; 0,05$ .

Для КФМ сигналу, коли  $\sigma_S^2/\sigma_\xi^2 = 0,1$ , максимальні значення математичного сподівання знаходиться в межах  $[-0,021...0,016]$ , а коли  $\sigma_S^2/\sigma_\xi^2 = 0,05$ , то  $[-0,013...0,023]$ . Дисперсія лежить у межах  $[1,083...1,129]$  і  $[1,043...1,073]$  відповідно, що не суперечить співвідношенню (2).

Для відношення сигнал/шум  $\sigma_S^2/\sigma_\xi^2 = 0,1$  з рівнем значущості  $\alpha = 0,05$  91% реалізацій апроксимується нормальним законом розподілу. Закону розподілу Стюдента підпорядковується 7% реалізацій, а 2% виходять за межі обраного рівня значущості для обох розподілів.

Для відношення сигнал/шум  $\sigma_S^2/\sigma_\xi^2 = 0,05$  з рівнем значущості  $\alpha = 0,05$  95% реалізацій апроксимується нормальним законом розподілу. Закону розподілу Стюдента підпорядковується 4% реалізацій, а 1% виходить за межі обраного рівня значущості для обох розподілів.

Відомо [4], що за формою графік функції щільності розподілу ймовірності Стюдента нагадує розподіл стандартного нормального закону, але товсті “хвости” розподілу Стюдента повільніше наближаються до нуля, ніж “хвости” нормального розподілу. Для  $N \rightarrow \infty$  послідовність функції щільності розподілу ймовірності Стюдента наближається до функції  $f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2)$ , яка є щільністю розподілу ймовірності нормального закону з нульовим математичним сподіванням і дисперсією, рівною одиниці, тому появу цього розподілу можна пояснити обмеженістю вхідної вибірки.

Отже, за отриманими результатами статистичної обробки можна зробити висновок, що адитивна суміш КФМ сигналу і білого шуму в разі енергетично прихованого режиму роботи РЕЗ ( $\sigma_s^2/\sigma_\xi^2 = 0,1; 0,05$ ) апроксимується нормальним (гаусівським) законом розподілу випадкової величини, тобто на вході радіоприймальних пристроїв слід очікувати адитивну суміш, яка апроксимується нормальним законом розподілу.

**Висновки.** Отже, методичний підхід до визначення статистичних характеристик радіовипромінювань з лінійною частотною модуляцією сигналів, що спостерігаються на фоні завад і в умовах повної або часткової невизначеності параметрів, складається з таких етапів: перевірка гіпотези про обраний закон розподілу вхідної суміші сигналів за критерієм узгодженості  $\chi^2$  Пірсона, що проводиться на основі побудованої гістограми щільності розподілу на основі вхідних даних; підбір теоретичного закону розподілу випадкової величини шляхом порівняння отриманого результату; перевірка узгодженості закону розподілу вхідної вибірки з підібраним (еталонним) розподілом.

Результати імітаційного моделювання та обчислювального експерименту за наведеним підходом свідчать, що статистичні характеристики адитивної суміші КФМ сигналу та білого шуму для енергетично прихованого режиму роботи радіоелектронних засобів підпорядковуються законам, які якісно близькі та в загальному випадку апроксимуються нормальним законом розподілу.

Отримані результати не суперечать і добре узгоджуються з основними положеннями, викладеними в роботах вітчизняних та іноземних вчених [1, 4, 10, 14], що свідчить про коректність проведених досліджень та їх достовірність.

Напрямами подальших досліджень слід вважати синтез, визначення й аналіз характеристик приймача енергетично прихованого сигналу.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Демидов Б. А. Методы военно-научных исследований. Ч. 3. Кн. 1. Харьков : ВИРТА ПВО, 1988. 419 с.
2. О выборе числа интервалов в критериях согласия типа  $\chi^2$ . URL: [http://www.ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik\\_html/Z\\_lab\\_8.htm/](http://www.ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Z_lab_8.htm/) (дата обращения: 15.11.2019).
3. Ковтун С.О. Визначення енергетичного показника на виході автокореляційного виявляча під час розвідки сигналів на фоні білого гаусівського стаціонарного шуму // Зб. наук. праць НДІ ГУР МО України. 2012. № 34. С. 102–116.
4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Москва : Радио и связь, 1982. 624 с.
5. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. Москва : Радио и связь, 1985. 384 с.



6. Ковалевський Г. В. Статистика : Підручник. Харків : Харківська нац. академія міського господарства, 2012. 445 с.
7. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества / Пер. с нем. Н. Н. и М. Г. Федоровых; под ред. Н. С. Райбмана. Москва : Мир, 1970. 368 с.
8. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Свойства выборочных функций и их приложения / Пер. с англ. Ю. К. Беляева и М. П. Ершова; под ред. Ю. К. Беляева. Москва : Мир, 1969. 398 с.
9. Алексеева И. У. Теоретическое и экспериментальное исследование законов распределения погрешностей, их классификация и методы оценки их параметров : автореф. дис. на соиск. учен. степени кан. техн. наук. Ленинград, 1975. 20 с.
10. Scott D. W. On optimal and data-based histograms // *Biometrika*. 1979. Vol. 66 (3). P. 605–610.
11. Определение числа групп при построении гистограммы. URL: <http://www.planetcalc.ru/484/> (дата обращения: 15.11.2019).
12. Taylor C. Akaike's information criterion and the histogram // *Biometrika*. 1987. Vol. 74. P. 636–639.
13. Бурдун Г. Д., Марков Б. Н. Основы метрологии. Москва : Изд-во стандартов, 1985. 120 с.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. Москва : Наука, 1981. 720 с.

Подано 27.12.2019

**Ю. Б. Бродский, С. А. Ковтун, С. В. Ковальчук, П. П. Топольницкий**  
**МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СТАТИСТИЧЕСКИХ**  
**ХАРАКТЕРИСТИК КОДОФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА**  
**В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ**

*Рассмотрен методический подход к определению статистических характеристик фазоманипулированного сигнала, который наблюдается на фоне белого шума. Для проверки гипотезы о виде закона распределения вероятности случайной величины нашли широкое применение параметрические и непараметрические критерии согласованности. К параметрическим относятся: критерий  $\chi^2$  Пирсона и его модификация –  $\chi^2$  Никулина. Непараметрические критерии: Колмогорова – Смирнова,  $\omega^2$  Мизеса, Андерсона – Дарлинга, Реньи и другие. В иностранной научной литературе для критерия Андерсона – Дарлинга используется термин «критерий  $\Omega^2$  Мизеса».*

*При проверке простых гипотез предпочтение отдается такому порядку критериев (по их мощности):  $\chi^2$  Пирсона; Андерсона – Дарлинга; Колмогорова – Смирнова;  $\omega^2$  Мизеса. При проверке сложных гипотез порядок меняется:  $\omega^2$  Мизеса; Колмогорова – Смирнова; Андерсона – Дарлинга;  $\chi^2$  Никулина;  $\chi^2$  Пирсона.*

*При известном объеме выборки согласно выбранного правила рассчитывается количество интервалов гистограммы, она строится в соответствии с совокупностью реализаций принятого сигнала. После этого происходит сравнение с эталонным законом распределения. Этапы сравнения общеизвестны, поэтому отдельного объяснения не требуют.*

*Проведены математическое моделирование и обработка его результатов с помощью программного пакета MathCAD 14. Проверена гипотеза о нормальном законе распределения входящей смеси сигнала и шума по критерию согласованности  $\chi^2$  Пирсона.*

*Результаты имитационного моделирования и вычислительного эксперимента по предложенному подходу свидетельствуют, что статистические характеристики аддитивной смеси фазоманипулированного сигнала и белого шума при энергетически скрытом режиме работы радиоэлектронных средств подчиняются законам, которые качественно близки и в общем случае аппроксимируются нормальным законом распределения.*

**Ключевые слова:** аддитивная смесь; гистограмма; закон распределения; фазовая манипуляция; уровень значимости; статистические характеристики; плотность вероятности.

**Y. B. Brodsky, S. A. Kovtun, S. V. Kovalchuk, P. P. Topolnytsky**

### **METHODICAL APPROACH TO DETERMINING THE STATISTICAL CHARACTERISTICS OF CODE PHASE MANIPULATED SIGNAL IN INFORMATION SYSTEMS**

*A methodological approach to determining the statistical characteristics of the phase-shifted signal observed against a white noise background is considered. Parametric and non-parametric consistency criteria have been widely used to test the hypothesis of the form of the law of probability distribution of random variables. The parametric criteria include Pearson's  $\chi^2$  and its modification of Nikulin's  $\chi^2$ . Nonparametric criteria – Kolmogorov – Smirnov,  $\omega^2$  Mises, Anderson – Darling, Rainy and others. In the foreign scientific literature, the term  $\Omega^2$  Mises is used for the Anderson – Darling criterion.*

*When testing simple hypotheses, the following order of criteria (by their power) is given preference:  $\chi^2$  Pearson; Anderson – Darling; Kolmogorov – Smirnov;  $\omega^2$  Mises. When testing complex hypotheses, the order changes:  $\omega^2$  Mises; Kolmogorov – Smirnov; Anderson – Darling;  $\chi^2$  Nikulin;  $\chi^2$  Pearson.*

*With the known sample volume, according to the selected rule, the number of intervals of the histogram is calculated and it is constructed according to the set of realizations of the received signal. After that, a comparison is made with the reference law of distribution. The steps of comparison are well known and do not need a separate explanation.*

*Mathematical modeling and processing of its results with the help of Mathcad software package 14 is carried out. We will test the hypothesis about the normal law of distribution of the input mixture of signal and noise by the criterion  $\chi^2$  Pearson.*

*The results of simulation modeling and computational experiment with the above approach show that the statistical characteristics of the additive mixture of phase-manipulated signal and white noise in the energy-hidden mode of operation of electronic means are subject to laws that are qualitatively close and generally approximated by normal laws.*

**Keywords:** additive mixture; histogram; distribution law; phase manipulation; significance level; statistical characteristics; probability density.