



UDC 681.833.6

KINEMATIC STUDY OF THE STANDARD LAYOUT CIRCUIT OF THE INERTIA MODULE

V. Karetin

Article info

Received
27.04.2020

Accepted
24.06.2020

Ternopil
Ivan Puluj
National
Technical
University
56, Ruska Str.,
Ternopil,
46001, Ukraine

E-mail:
kvm.tntu@gmail.com

Karetin, V. (2020). Kinematic study of the standard layout circuit of the inertia module. *Scientific Horizons*, 07 (92), 104–111. doi: 10.33249/2663-2144-2020-92-7-104-111.

The necessity of the links geometric parameters change of certain construction circuit of inertia convertor of the moment makes the analytical description overwhelming, therefore it is reasonable to bring the broad range of modifications to the standard model, the generalized description of which is intuitively clear. The objective of the study is to obtain the continuous in time basic kinematic functions of imbalance parameters using the methods of linear algebra and analytical geometry. For this purpose, absolutely fixed Cartesian coordinate system $Oxyz$ is introduced with the axes crossing the point O , which is the crossing of the central axis of the mechanism with the axis OQ for the movable jet wheel z_{17} and the imbalance drive 16 ; moreover, the central axis of the mechanism is aligned with the axis Ox , and in the initial moment the axis Oz is aligned with the axis OQ . Imbalance orientation at the initial moment is determined by the angular displacement ε relative to the axis QA of the satellite z_6 and γ relative to the axis OQ of the imbalance drive. As $\vec{r}_D = \vec{r}_D(t)$, then the absolute motion of point D in which the imbalance centre of gravity is situated, is the superposition of three possible motions: rotation around the satellite axis QA with the speed $\vec{V}_{QA}(t) = \vec{\omega}_6 \times \vec{AD}(t)$ laying in the initial cone base plane of a satellite z_{17} ; rotation around the drive axis OQ with the speed $\vec{V}_{OQ}(t) = \vec{\omega}_{16} \times \vec{OH}(t)$ which is parallel to the plane xOy and rotation around the central axis of the mechanism Ox with the speed $\vec{V}_{Ox}(t) = \vec{\omega}_1 \times \vec{OP}(t)$ which is parallel to the plane yOz of the fixed coordinate system $xOyz$. Sums of projections of these vectors on the respective axes of the fixed coordinate system determine the projections of the vector $\vec{V}_{D\Omega}(t)$. By the derivatives of the projection $\vec{V}_{D\Omega}(t)$, the coordinates of vector $\vec{a}_{D\Omega}(t)$ of the absolute acceleration of point D are determined. Analytical dependencies in the form of time-continuous functions are obtained under conditions $\omega_{16} = \omega_2$ (stop mode) and $\omega_{16} = \omega_2 = \omega_1$ (dynamic mode). Comparing the projection of components $\vec{V}_{DxOy}(t)$, $\vec{V}_{DyOz}(t)$, $\vec{V}_{DxOz}(t)$ and $\vec{a}_{DxOy}(t)$, $\vec{a}_{DyOz}(t)$, $\vec{a}_{DxOz}(t)$ on the planes xOy , yOz , xOz of the fixed coordinate system respectively and the arms of these components relative to the point O makes it possible to further predict the dynamic parameters in random trajectory points (at any moment of time t). An analytical calculation of the module values of linear and angular velocities and accelerations, as well as drawing the corresponding diagrams were made using MathCAD software operators.

Key words: imbalance, dynamic mode, inertial module, inertia differential transformer of moment, trajectory, stop mode.

КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛІ ЕТАЛОННОЇ КОМПОНУВАЛЬНОЇ СХЕМИ ІНЕРЦІЙНОГО МОДУЛЯ

В. М. Каретін

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
вул. Руська, 56, м. Тернопіль, 46001, Україна

Необхідність змін геометричних параметрів ланок при дослідженні тієї чи іншої конструктивної схеми інерційного трансформатора моменту спричиняє громіздкість аналітичного опису, тому широкий спектр модифікацій доцільно звести до еталонної компоувальної схеми, узагальнений аналітичний опис якої інтуїтивно зрозумілий. Мета роботи – методами лінійної алгебри і аналітичної геометрії одержати безперервні у часі базові функції кінематичних параметрів дебалансу. Для цього введено абсолютно нерухому декартову систему координат $Oxuz$, осі якої проведено через точку O , що є перетином центральної осі механізму з віссю OQ рухомого реактивного колеса z_{17} і привода дебалансу 16 , причому центральна вісь механізму суміщена з віссю Ox , а з віссю Oz у початковий момент часу суміщена вісь OQ . Орієнтація дебалансу у початковий момент часу визначається кутівими зміщеннями ε відносно осі QA сателіта z_6 та γ відносно осі OQ привода дебалансу. Оскільки $\vec{r}_D = \vec{r}_D(t)$, то абсолютний рух точки D , в якій знаходиться центр ваги дебалансу, є суперпозицією трьох можливих рухів: обертання навколо осі сателіта QA зі швидкістю $\vec{V}_{QA}(t) = \vec{\omega}_6 \times \vec{AD}(t)$, що лежить у площині основи початкового конуса сателіта z_{17} , обертання навколо осі привода OQ зі швидкістю $\vec{V}_{OQ}(t) = \vec{\omega}_{16} \times \vec{OH}(t)$, що паралельна до площини xOy і обертання навколо центральної осі механізму Ox зі швидкістю $\vec{V}_{Ox}(t) = \vec{\omega}_1 \times \vec{OP}(t)$, що паралельна до площини yOz нерухомої системи координат $xOuz$. Суми проєкції цих векторів на відповідні осі нерухомої системи координат визначають проєкції вектора $\vec{V}_{D\Omega}(t)$. За похідними проєкцій $\vec{V}_{D\Omega}(t)$ визначено координати вектора $\vec{a}_{D\Omega}(t)$ абсолютного пришвидшення точки D . Аналітичні залежності у вигляді неперервних у часі функцій одержано за умови $\omega_{16} = \omega_2$ (стоповий режим) і $\omega_{16} = \omega_2 = \omega_1$ (динамічний режим). Порівняння проєкцій складових $\vec{V}_{DxOy}(t)$, $\vec{V}_{DyOz}(t)$, $\vec{V}_{DxOz}(t)$ та $\vec{a}_{DxOy}(t)$, $\vec{a}_{DyOz}(t)$, $\vec{a}_{DxOz}(t)$ на площини xOy , yOz , xOz нерухомої системи координат відповідно та плечей цих складових відносно точки O дає можливість у подальшому прогнозувати динамічні параметри в довільних точках траєкторії (у будь-який момент часу t). Аналітичні розрахунки модульних значень лінійних і кутових швидкостей та пришвидшень, а також побудову відповідних діаграм виконано з використанням операторів програми MathCAD.

Ключові слова: дебаланс, динамічний режим, інерційний модуль, інерційний диференціальний трансформатор моменту, траєкторія, стоповий режим.

Вступ

У теоретичних дослідженнях відомих моделей імпульсних механізмів кінематичні параметри дебаланса описуються системами диференціальних рівнянь (Benitez et al., 2004; Berselli et al., 2008; Aliukov et al., 2017; Tsuchiya et al., 2020), що є частковими випадками узагальненої схеми. Одержані таким чином результати не є повними, оскільки передбачається силове замикання кінематичного ланцюга між вхідною та вихідною ланками (Leonov, 1978; Liu et al., 1998; Liang et al., 2012; Liang et al., 2014; Ince et al., 2020), а модульні значення векторних величин обмежують інтуїтивне сприйняття результатів. Основою даного дослідження є

векторне моделювання, оскільки при русі дебаланса навколо нерухомої точки найвиразніше проявляється саме векторний характер таких важливих кінематичних величин, як лінійна швидкість і лінійне пришвидшення, а також кутова швидкість та кутове пришвидшення (Tokar, 2001; Kuzo et al., 2017).

Матеріали та методи

Основою висвітлення кінематики дебаланса є використання принципів лінійної алгебри і аналітичної геометрії, зокрема властивостей векторного та скалярного добутків (Rudavskiy et al., 1999). Відштовхуючись від загальновідомих конструкцій інерційних трансформаторів та прийнятих допущень стосовно кінематики

біпланетарного диференціального механізму, сформовано еталонну узагальнену компоновальну схему інерційного модуля, в якій рух дебаланса вивчається як послідовне додавання його обертань навколо трьох фізичних осей: осі сателіта; осі привода дебаланса та центральної осі механізму (Stukhliak et al., 2011).

Результати досліджень та обговорення

На кінематичні параметри дебалансу інерційного трансформатора моменту впливає низка конструктивних параметрів. Тому, враховуючи можливість модифікацій, у параметрах еталонної компоновальної схеми закладено можливість змін геометричних елементів ланок імпульсного модуля в широкому діапазоні. За основу взято біпланетарний конічний диференціал, в якому ланка 1 є вхідною, а ланка 2 – вихідною (Kurko et al., 2014). Імпульсний модуль утворюють жорстко встановлене на вихідній ланці рухоме реактивне конічне колесо 17, основа початкового конуса якого паралельна до центральної осі механізму та сателіт 6 з приводом 16, що змонтований у шарнірах вихідної ланки 1

співвісна з реактивним конічним колесом (рис. 1, а).

В інерційному трансформаторі моменту кінематичне передаточне відношення $i^d = \omega_1 / \omega_2$, що змінюється безсхідчасто, визначається динамічними умовами. Враховуючи те, що зворотне обертання вихідної ланки 2, по відношенню до вхідної 1, у відомих конструкціях блокується механізмом вільного ходу, кінематичні параметри дебалансу досліджується у стоповому ($\omega_{16} \rightarrow \omega_2$, $i^d \rightarrow \infty$; рис. 1, b) і динамічному ($\omega_{16} \geq 0$, $0 < i^d < \infty$; рис. 1, c, d) режимах роботи інерційного модуля (Kinytskyi et al., 2002). За умови $\omega_2 = const$, кутові швидкості ланок становлять:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{\omega_1}{i^d}; \\ \omega_{16} &= \omega_1 \frac{z_2}{z_{16}} \left(1 - \frac{1}{i^d}\right); \\ \omega_6 &= \omega_1 \frac{z_2}{z_{16}} \frac{z_{17}}{z_6} \left(1 - \frac{1}{i^d}\right). \end{aligned} \quad (1)$$

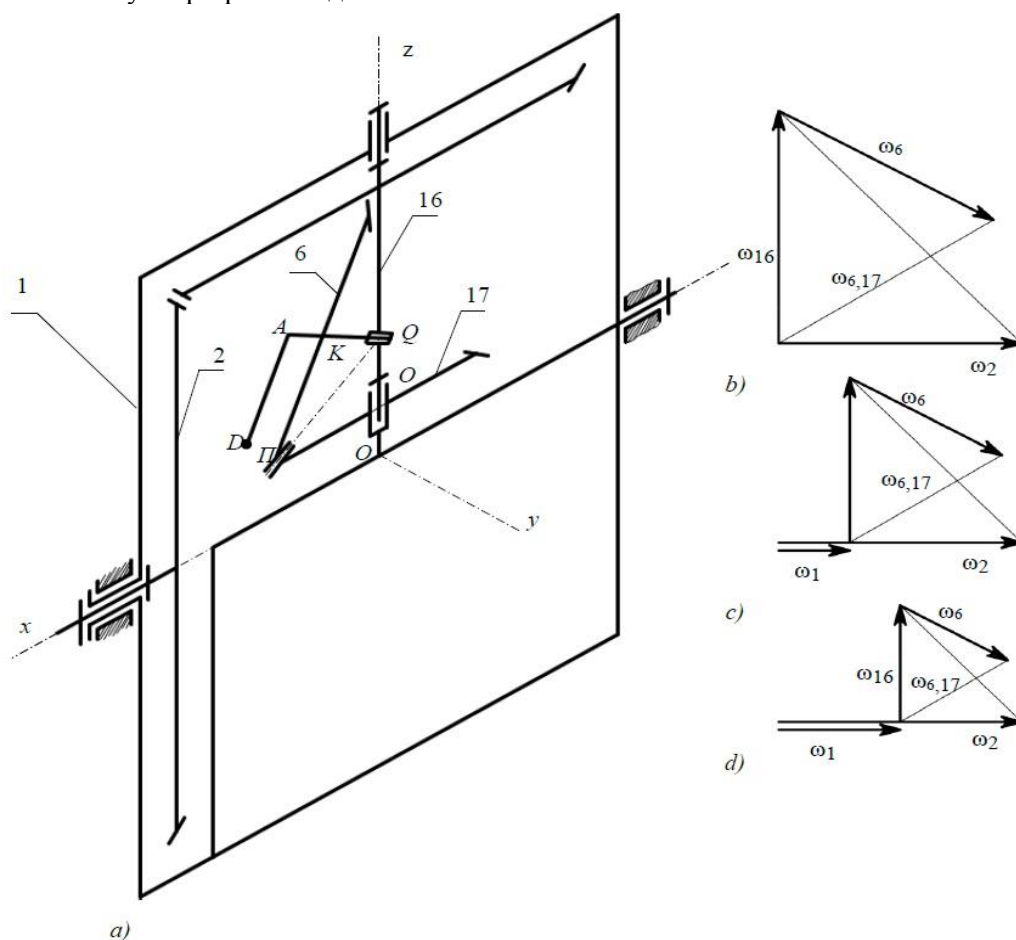


Рис. 1. Еталонна компоновальна схема інерційного модуля

Положення точки D , в якій знаходиться центр ваги дебалансу, визначають такі параметрами, як радіуси $Q_r\Pi$ і $K\Pi$ та висоти O_rQ і QK початкових конусів зубчастих коліс 17 і 6 , а також геометричні елементи, $AD = a \cdot K\Pi$, $QA = b \cdot QK$ і $OQ = c \cdot O_rQ$, де a , b і c – коефіцієнти, що уніфікують дану компоновальну схему. У початковий момент часу орієнтація точки D визначається кутовими зміщеннями ε відносно осі QK сателіта та кутовим зміщенням γ полюса зачеплення Π відносно осі O_rQ .

Для визначення координат точки D введено абсолютно нерухому декартову систему координат $xOyz$ (рис. 1, a), осі якої проведено через точку O , що є перетином центральної осі механізму з віссю OQ рухомого реактивного колеса z_{17} і привода дебаланса 16 , причому центральна вісь механізму суміщена з віссю Ox , а з віссю Oz в початковий момент часу суміщена вісь OQ .

Кількість можливих рухів точки D навколо фізичних осей формують траєкторії у стоповому (рис. 2, a) або динамічному (рис. 2, b) режимах.

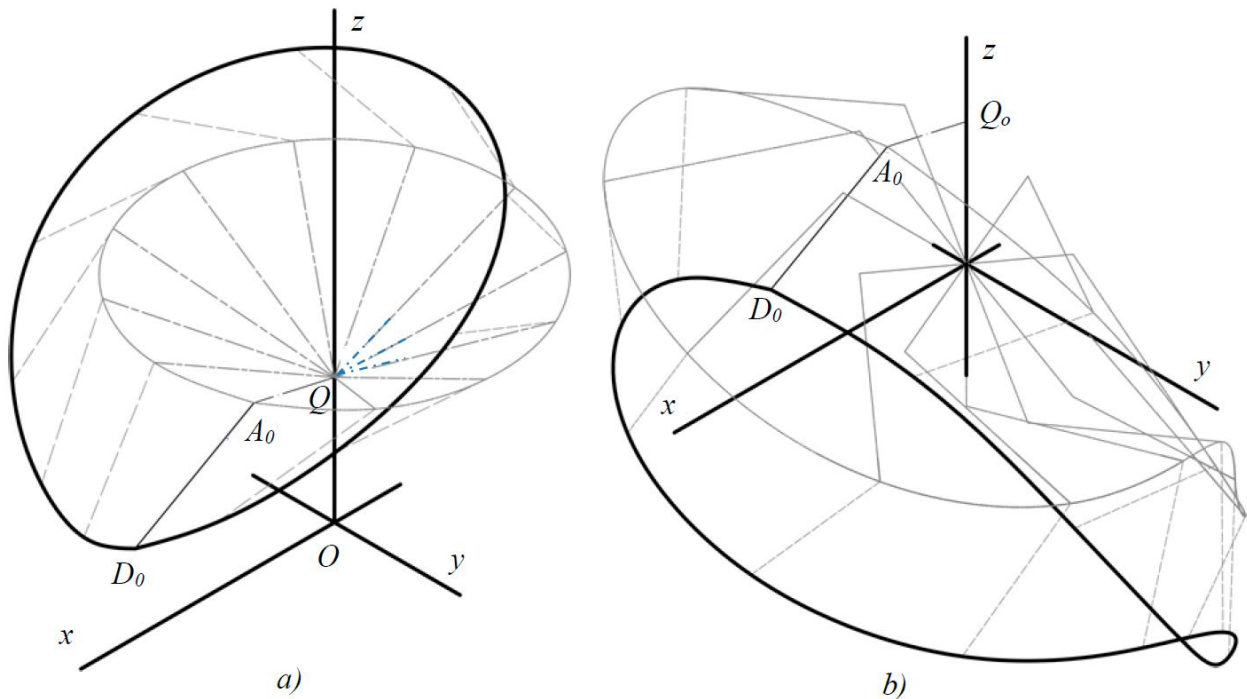


Рис. 2. Формування траєкторії точки D у стоповому (a) і динамічному (b) режимах

Траєкторія точки D у стоповому режимі обумовлюється її обертаннями навколо осі сателіта QK з кутовою швидкістю ω_6 і разом з сателітом навколо осі привода OQ з кутовою

швидкістю ω_{16} . Таким чином, координати точки D у нерухомій системі координат $xOyz$ визначаються зі співвідношень:

$$\begin{aligned} x_D(t) &= U_1 \left[\left(U_2 + U_5 \cdot U_4 \cdot \cos(\pi - (\omega_6 t + \varepsilon)) \right) \cos(\omega_{16} t + \gamma) + U_3 \sin(\pi - (\omega_6 t + \varepsilon)) \sin(\omega_{16} t + \gamma) \right]; \\ y_D(t) &= U_1 \left[\left(U_2 + U_5 \cdot U_4 \cdot \cos(\pi - (\omega_6 t + \varepsilon)) \right) \sin(\omega_{16} t + \gamma) - U_3 \sin(\pi - (\omega_6 t + \varepsilon)) \cos(\omega_{16} t + \gamma) \right]; \\ z_D(t) &= U_5 + U_6 \cos(\pi - (\omega_6 t + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (2)$$

де: $U_1 = \frac{O_r\Pi}{\sin\psi}$;

$$U_2 = b \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos\left(\varphi + \psi - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$U_3 = a \cdot \sin(\varphi);$$

$$U_4 = \cos(\psi);$$

$$U_5 = U_1 \left(c \cdot \cos(\psi) + b \cdot \cos(\varphi) \sin\left(\varphi + \psi - \frac{\pi}{2}\right) \right);$$

$$U_6 = U_1 \cdot U_3 \cdot \sin(\pi - \chi);$$

φ , ψ – кути при вершині початкового конуса сателіта і реактивного колеса, відповідно;
 χ – кут між основами початкових конусів сателіта і реактивного колеса.

З'єднавши точку D з початком нерухомої системи координат, одержуємо радіус-вектор $\vec{r}_D(t)$, модуль якого становить:

$$r_D(t) = \sqrt{x_D(t)^2 + y_D(t)^2 + z_D(t)^2}. \quad (3)$$

Позначивши проєкції точки D на площини xOy , yOz та xOz , відповідно, точками H , P і F , отримуємо проєкції радіус-вектора $\vec{r}_D(t)$, модулі яких визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} OH(t) &= \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}; \\ OP(t) &= \sqrt{y(t)^2 + z(t)^2}; \\ OF(t) &= \sqrt{x(t)^2 + z(t)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Кутові переміщення точки D відносно осей нерухомої системи координат $xOyz$ виражаються кутами $\beta_H(t) = \angle xOH(t)$, $\beta(t) = \angle zOP(t)$ і $\beta_F(t) = \angle xOF(t)$ відповідно. Враховуючи формули (3) і (4), маємо:

$$\begin{aligned} \beta_H(t) &= \arctan \frac{y(t)}{x(t)}; \\ \beta_P(t) &= \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{y(t)}{OP(t)} \right); \\ \beta_F(t) &= \arccos \left(\frac{x(t)}{OF(t)} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Оскільки часовоподібні змінні (*Kushnir, 2003; Zhuk et al., 2013*), а також функції від них вважаються безперервними, то шляхом диференціювання по часу кутів $\beta_H(t)$, $\beta_P(t)$ і $\beta_F(t)$ одержуємо кутові швидкості обертання точки відносно осей декартової системи координат Ox , Oy і Oz , відповідно:

$$\begin{aligned} \omega_H(t) &= \frac{d}{dt} \beta_H(t); \\ \omega_P(t) &= \frac{d}{dt} \beta_P(t); \\ \omega_F(t) &= \frac{d}{dt} \beta_F(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Швидкість точки D у стоповому режимі визначається векторною сумою:

$$\vec{V}_{D\Sigma}(t) = \vec{V}_{QA}(t) + \vec{V}_{Oz}(t), \quad (7)$$

де: $\vec{V}_{QA}(t)$ – обертальна швидкість точки D навколо осі QA сателіта B ;

$\vec{V}_{Oz}(t)$ – обертальна швидкість точки D навколо осі Oz .

Ці вектори визначаються з векторних добутків відповідних кутових швидкостей та радіус-векторів. Тому необхідно проаналізувати рух точок, координати яких визначають координати необхідних векторів.

У стоповому режимі точка Q розташована на осі Oz тому її координати становлять $Q(0,0, OQ)$. Оскільки точка A обертається навколо осі Oz , то її апліката з часом не змінюється. Таким чином, координати радіус-вектора \vec{AD} у стоповому режимі становить:

$$\vec{AD}(t) = (xD(t) - xA(t), yD(t) - yA(t), zD(t) - zA(t)). \quad (8)$$

Тоді вектор кутової швидкості $\vec{\omega}_6$, що лежить на осі QA у стоповому режимі визначається як:

$$\vec{\omega}_6(t) = (\mu(t) \cdot xA(t), \mu(t) \cdot yA(t), \mu(t) \cdot zA(t)), \quad (9)$$

де $\mu(t)$ – коефіцієнт подібності.

$$\mu(t) = \frac{\omega_6}{\sqrt{OA^2 - 2 \cdot zA(t)OQ + OQ^2}}. \quad (10)$$

Отже, для проєкцій вектору швидкості точки D навколо осі сателіта QA на осі декартової системи координат у стоповому режимі маємо:

$$\begin{aligned} V_{QAx}(t) &= \mu(t)(yAD(t) \cdot (zA(t) - zQ) - zAD(t) \cdot yA(t)); \\ V_{QAy}(t) &= -\mu(t)(xAD(t) \cdot (zA(t) - zAD(t) \cdot (xA(t))); \\ V_{QAz}(t) &= \mu(t)xAD(t) \cdot yA(t) - yAD(t) \cdot (xA(t)). \end{aligned} \quad (11)$$

Звідси модуль вектора $\vec{V}_{QA}(t)$:

$$V_{QA}(t) = \sqrt{(V_{QAx}(t))^2 + (V_{QAy}(t))^2 + (V_{QAz}(t))^2}. \quad (12)$$

У стоповому режимі вектор $\vec{V}_{Oz}(t)$ обертальної швидкості точки D навколо осі Oz лежить у площині, що паралельна до площини xOy декартової системи координат.

Координати вектора $\omega_H(t)$ у стоповому режимі становить:

$$\vec{\omega}_H(t) = (0, 0, \lambda(t) \cdot OQ), \quad (13)$$

де: $\lambda(t)$ – коефіцієнт подібності.

$$\lambda(t) = \frac{\omega_H(t)}{OQ}. \quad (14)$$

Таким чином, для проєкцій вектору швидкості точки D навколо осі привода OQ на осі декартової системи координат у стоповому режимі маємо:

$$\begin{aligned} V_{Ozx}(t) &= \lambda(t) \cdot (yD(t) \cdot OQ); \\ V_{Ozy}(t) &= -\lambda(t) \cdot (xD(t) \cdot OQ); \\ V_{Ozz}(t) &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Звідси модуль вектора $\vec{V}_{Oz}(t)$:

$$V_{Oz}(t) = \sqrt{(V_{Ozx}(t))^2 + (V_{Ozy}(t))^2}. \quad (16)$$

Маючи проєкції складових, визначаємо проєкції абсолютної швидкості точки D у стоповому режимі:

$$\begin{aligned} V_{D\Sigma x}(t) &= V_{QA_x}(t) + V_{Ozx}(t); \\ V_{D\Sigma y}(t) &= V_{QA_y}(t) + V_{Ozy}(t); \\ V_{D\Sigma z}(t) &= V_{QA_z}(t) + V_{Ozz}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Модуль вектора $\vec{V}_{D\Sigma}(t)$ абсолютної швидкості становить:

$$V_{D\Sigma}(t) = \sqrt{(V_{D\Sigma x}(t))^2 + (V_{D\Sigma y}(t))^2 + (V_{D\Sigma z}(t))^2}. \quad (18)$$

Відмінність між векторами швидкостей стопового і динамічного режиму полягає тільки у їх модульних значеннях. Тому, для визначення вектора абсолютної швидкості точки D у динамічному режимі уявно додамо до вектора $\vec{V}_{D\Sigma}(t)$ вектор обертальної швидкості $\vec{V}_{Ox}(t)$ точки D навколо осі Ox в декартових системах координат, з якою суміщена центральна вісь механізму. Після цього одержаний сумарний вектор $\vec{V}_{D\Omega}(t)$ повертаємо на кут $\alpha(t)$ до положення $\vec{V}_{D_\alpha\Omega_\alpha}(t)$.

При визначенні кута повороту точки D навколо центральної осі необхідно враховувати не тільки кутову швидкість ω_I , але і швидкість хитання $\omega_P(t)$ точки D навколо осі Ox . Крім того, необхідно врахувати і те, що при обертанні навколо центральної осі абсциса точки D не змінюється, а ординату і аплікату доцільно визначати за проєкцією $OP(t)$ радіус-вектора $r_D(t)$ у площині yOz . Враховуючи сказане, сумарний кут повороту точки D навколо осі Ox становитиме:

$$\alpha(t) = (\omega_1 + \omega_P(t)) \cdot t. \quad (19)$$

Тоді проєкції вектора кутової швидкості $\omega_{\alpha x}(t)$, що лежить на осі Ox , визначається як:

$$\vec{\omega}_{\alpha x}(t) = (v(t) \cdot xD_\alpha(t), 0, 0), \quad (20)$$

де: $v(t)$ – коефіцієнт подібності.

$$v(t) = \frac{\omega_\alpha(t) + \omega_P(t)}{xD_\alpha(t)}. \quad (21)$$

Отже, для проєкцій вектору швидкості точки D навколо центральної осі механізму маємо:

$$\begin{aligned} V_{Oxx}(t) &= 0; \\ V_{Oxy}(t) &= v(t)(xD_\alpha(t) \cdot zP(t)); \\ V_{Oxz}(t) &= v(t)(xD_\alpha(t) \cdot yP(t)). \end{aligned} \quad (22)$$

де: $yP(t)$, $zP(t)$ – координати проєкції точки D у площині yOz до обертання навколо центральної осі механізму.

Таким чином, проєкції сумарної швидкості $\vec{V}_{D\Omega}(t)$ на осі декартової системи координат становлять:

$$\begin{aligned} V_{D\Omega_x}(t) &= V_{D\Sigma x}(t) + V_{Oxx}(t); \\ V_{D\Omega_y}(t) &= V_{D\Sigma y}(t) + V_{Oxy}(t); \\ V_{D\Omega_z}(t) &= V_{D\Sigma z}(t) + V_{Oxz}(t). \end{aligned} \quad (23)$$

Проєкції вектора абсолютної швидкості точки D у динамічному режимі визначаються як:

$$\begin{aligned} V_{D_\alpha\Omega_\alpha x}(t) &= V_{D\Omega x}(t); \\ V_{D_\alpha\Omega_\alpha y}(t) &= V_{D\Omega y}(t) \cdot \sin \alpha(t); \\ V_{D_\alpha\Omega_\alpha z}(t) &= V_{D\Omega z}(t) \cdot \cos \alpha(t). \end{aligned} \quad (24)$$

Звідси модуль вектора абсолютної швидкості

$$V_{D_\alpha\Omega_\alpha}(t) = \sqrt{V_{D_\alpha\Omega_\alpha x}(t)^2 + V_{D_\alpha\Omega_\alpha y}(t)^2 + V_{D_\alpha\Omega_\alpha z}(t)^2}. \quad (25)$$

Для більшої інформативності визначимо проєкції вектора $\vec{V}_{D_\alpha\Omega_\alpha}(t)$ на площини декартової системи координат і визначимо плечі цих векторів відносно точки O , скориставшись властивостями скалярного добутку векторів.

У площині xOy перетин перпендикуляра з лінією проєкції вектора $\vec{V}_{D_\alpha\Omega_\alpha}(t)$ позначимо точкою L . Її координати визначаються зі співвідношень:

$$x_L(t) = \frac{x_{D_\alpha}(t) + k_1(t) \cdot y_{D_\alpha}(t)}{(k_1(t))^2 + 1}; \quad (26)$$

$$y_L(t) = k_1(t) \cdot x_L(t),$$

де: $k_1(t)$ – кутовий коефіцієнт.

$$k_1(t) = \frac{-V_{D_\alpha\Omega_\alpha x}(t)}{V_{D_\alpha\Omega_\alpha y}(t)}. \quad (27)$$

Модуль вектору $\vec{V}_{OL}(t)$ становить:

$$V_{OL}(t) = \sqrt{(xL(t))^2 + (yL(t))^2}. \quad (28)$$

Модуль проєкції вектору $\vec{V}_{D_\alpha\Omega_\alpha xy}(t)$ визначаємо за формулою:

$$V_{D_\alpha\Omega_\alpha xy}(t) = \sqrt{V_{D_\alpha\Omega_\alpha x}(t)^2 + V_{D_\alpha\Omega_\alpha y}(t)^2}. \quad (29)$$

Позначивши точками M і N перетини перпендикулярів з лініями проєкцій векторів $\vec{V}_{D\alpha\Omega_\alpha yz}(t)$ і $\vec{V}_{D\alpha\Omega_\alpha xz}(t)$, виконаємо аналогічні обчислення плечей у площинах yOz та xOz , відповідно:

$$\begin{aligned} z_M(t) &= \frac{z_{D\alpha}(t) + k_2(t) \cdot y_{D\alpha}(t)}{(k_2(t))^2 + 1}; \\ y_M(t) &= k_2(t) \cdot z_M(t); \\ k_2(t) &= \frac{-V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)}{V_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t)}; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} V_{OM}(t) &= \sqrt{(y_M(t))^2 + (z_M(t))^2}; \\ V_{D\alpha\Omega_\alpha yz}(t) &= \sqrt{V_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t)^2 + V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)^2}. \\ z_N(t) &= \frac{z_{D\alpha}(t) + k_3(t) \cdot x_{D\alpha}(t)}{(k_3(t))^2 + 1}; \\ y_{N\alpha}(t) &= k_3(t) \cdot z_N(t); \\ k_3(t) &= \frac{-V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)}{V_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t)}; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} V_{ON}(t) &= \sqrt{(x_N(t))^2 + (z_N(t))^2}; \\ V_{D\alpha\Omega_\alpha xz}(t) &= \sqrt{V_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t)^2 + V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)^2}. \end{aligned}$$

Диференціюванням проєкцій $V_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t)$, $V_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t)$ і $V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)$ абсолютної швидкості $\vec{V}_{D\alpha\Omega_\alpha}(t)$ визначаються проєкції $a_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t)$, $a_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t)$ і $a_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t)$ абсолютного пришвидшення $a_{D\alpha\Omega_\alpha}(t)$, тобто:

$$\begin{aligned} a_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t) &= \frac{d}{dt} V_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t); \\ a_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t) &= \frac{d}{dt} V_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t); \\ a_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t) &= \frac{d}{dt} V_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t). \end{aligned} \quad (32)$$

Модуль вектора абсолютного пришвидшення точки D обчислюється за формулою:

$$a_{D\alpha\Omega_\alpha}(t) = \sqrt{(a_{D\alpha\Omega_\alpha x}(t))^2 + (a_{D\alpha\Omega_\alpha y}(t))^2 + (a_{D\alpha\Omega_\alpha z}(t))^2}. \quad (33)$$

Діаграми модульних значень векторів абсолютної швидкості та абсолютного пришвидшення точки D за один період (один оберт сателіта навколо осі привода дебалансу) та відповідні проєкції у площинах декартової системи координат показано на рис. 3, а, б.

Результати обчислень аналітичних залежностей і відповідні діаграми отримано за допомогою відповідних операторів програми *MathCAD*.

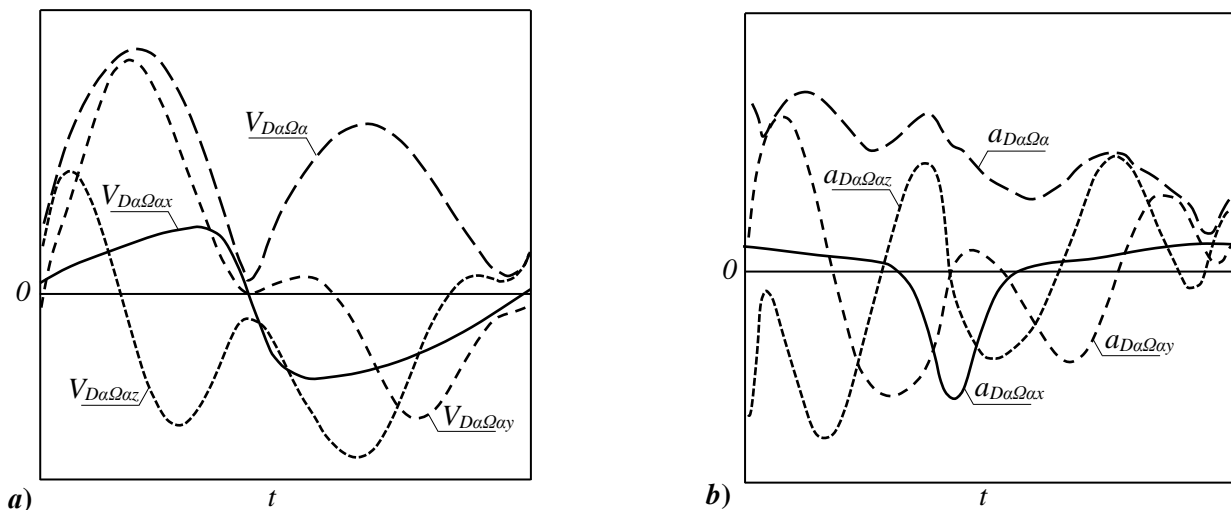


Рис. 3. Діаграми абсолютної швидкості (а) та абсолютного пришвидшення (б) і їхніх проєкцій на осі декартової системи координат.

Висновки

1. Методами лінійної алгебри і аналітичної геометрії описано кінематичні параметри

дебалансу еталонної компоувальної схеми інерційного модуля безперервними у часі функціями, до є базовими для аналізу модифікацій компоувальних схем

диференціального інерційного трансформатора моменту.

2. Початкові кутові зміщення точки D відносно осі сателіта і осі привода спричиняють асиметрію кінематичних параметрів у межах одного періоду обертання сателіта.

3. Оскільки обертальний рух навколо фізичних осей спричиняє коливальний рух дебалансу навколо осей Ox та Oy нерухомої декартової системи координат як у стоповому, так і у динамічному режимах, то кінематичні передумови динамічних змін доцільно характеризувати властивостями проєкцій швидкостей і прискорень у площинах xOy та yOz нерухомої декартової системи координат.

References

- Aliukov, S. & Aliukov, A. (2017). Analysis of Methods for Solution of Differential Equations of Motion of Inertial Continuously Variable Transmissions. SAE Technical Paper (2017-01-1105). doi: <https://doi.org/10.4271/2017-01-1105>.
- Benitez, F. G., Madrigal, J. M. & del Castillo, J. M. (2004). Infinitely Variable Transmission of Ratcheting Drive Type Based on One-Way Clutches. ASME. Journal of Mechanical Design, 126 (4), 673–682. doi: <https://doi.org/10.1115/1.1758258>.
- Berselli, G. & Stecki, J. (2008). Kinematic design and bond graph modeling of an inertia-type infinitely variable transmission. Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference, 5, 799–808. doi: <https://doi.org/10.1115/DETC2008-49875>.
- Ince, E., & Gülerca, M. (2020). On the advantages of the new power-split infinitely variable transmission over conventional mechanical transmissions based on fuel consumption analysis. Journal of Cleaner Production, 244, 118795. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.118795>.
- Kinytskyi, Ya. T. (2002). Teoriia mekhanizmiv i mashyn [Theory of mechanisms and machines]. Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
- Kurko, A. M. & Karetin, V. M. (2014). Patent na korysnu model Ukrainy 86532MPK. Kyiv: Derzhavne patentne vidomstvo Ukrainy.
- Kushnir, R. M. (2003). Zahalna fizyka. Mekhanika. Molekuliarna fizyka [General physics. Mechanics. Molecular physics]. Lviv: LNU I. Franka [in Ukrainian].
- Kuzo, I. V., Shpachuk, V. P. & Tsidylo, I. V. (2017). Teoretychna mekhanika [Theoretical Mechanics]. Kharkiv: Folio [in Ukrainian].
- Leonov, A. I. (1978). Inercionnye avtomaticheskie transformatory vrashhajushhego momenta [Inertial automatic torque transformers]. Moskva: Mashinostroenie [in Russian].
- Liang, J., Li, R. & Ren, J. (2012). Simulation Study on Planetary Bevel Gear CVT System Based on Virtual Prototyping Technology. Applied Mechanics and Materials, 215–216, 1003–1008. doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.215-216.1003>.
- Liang, J., Li, R. & Ren, J. (2014). Research on planetary bevel gear CVT system based on contact force. Computer modelling & New technologies, 18 (10), 474–478.
- Liu, K., Zhang, H., & Bamba, E. (1998). Dynamic Analysis of an Overrunning Clutch for the Pulse-Continuously-Variable-Speed Transmission. SAE Technical Paper (980827). doi: <https://doi.org/10.4271/980827>.
- Rudavskiy, Yu. K., Kostrobii, P. P., Lunyk, Kh. P. & Ukhanska, D. V. (1999). Liniina alhebra ta analitychna heometriia [Linear Algebra and Analytical Geometry]. Lviv: Lvivska politekhnika [in Ukrainian].
- Stukhliak, P., Kurko, A., Karetin, V. & Dobrotvor, I. (2011). Analitychne doslidzhennia kinematyky debalansu reaktyvno-inertsiiinoho bloka inertsiiinoho transformatora krutnoho momentu [Analytical research of kinematics of a reactive inertial block' unbalance of a torque inertial transformer]. Mashynoznavstvo, 9–10, 41–44. [in Ukrainian].
- Tokar, A. M. (2001). Teoretychna mekhanika. Kinematyka: Metody i zadachi. [Theoretical mechanics. Kinematics: Methods and tasks]. Kyiv: Lybid [in Ukrainian].
- Tsuchiya, E. & Shamoto, E. (2020). Formulation of intervibrator motion and development of a controller for a pulse-drive transmission. Mechanism and Machine Theory, 150, 103880. doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103880>.
- Zhuk, P. F. (2013). Matematychni metody v aerodynamitsi [Mathematical methods in aerodynamics]. Kyiv: NAU [in Ukrainian].