

УДК 37:004

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНИХ МНОЖИН

Грабар І.Г.,  
д.т.н., професор  
Левик А.С.

Поліський національний університет

В доповіді продемонстровано актуальність розвитку фрактального аналізу з позиції тенденцій розвитку світової науки: теорії критичних явищ, теорії хаосу, синергетики, нелінійної динаміки, теорії фазових переходів тощо. Показано, що розвиток моделювання та практичного застосування перколяції, фракталів та перколяційно-фрактального матеріалознавства важливо як для теоретичних, так для низки прикладних задач: екології, енергозбереження, шумо- та віброзахисту, а також для дизайну виробів із тканин, шкіри, композитів тощо. В нашій роботі вперше в світі запропоновано клас алгоритмів [2-4], що дозволяють генерувати нескінченно велику множину фракталів.

Показано, що з часів Пуанкаре та Кантора не втихає інтерес до фрактальних множин. Бенуа Мандельброт в своїй «Фрактальній геометрії природи» [1] дав потужний імпульс впровадження фрактальних підходів в сучасне вивчення Природи і Техніки. Однак після даної публікації фрактальна геометрія інтенсивно розвивалась, і отримані за цей час нові результати. Зокрема, за цей час з'явився новий інструмент моделювання і кількісного дослідження фрактальних структур – алгоритми дослідження аттракторів *випадкових блукань* матеріальної точки в полі центральних сил, що удесятирило можливості науковців у генеруванні фрактальних структур [2–5]. За цей час зародилася нова галузь – 3D-продукування. Показано, що наші алгоритми дозволяють в комп'ютерному моделюванні розфарбовувати фрактали та отримувати кількісні співвідношення між фрактальною геометрією, механікою руйнування, явищами перколяції тощо. Ці досягнення дозволяють поєднати серйозну науку з мистецтвом та комп'ютерним дизайном і ще трішки привідкрити завісу над таємничим світом фрактальної геометрії!

Програмні продукти, розроблені та налаштовані авторами, дозволяють генерувати  $10^{40} \dots 10^{50}$  оригінальних фрактальних несхожих (ексклюзивних!) орнаментів, що мають прикладне значення: для оздоблення тканини, металу, граніту, шкіри, вишивання, гаптування, 3D-сувенірів тощо з будь-яким поєднанням кольорів, фонів, масштабних перетворень тощо. Зовнішні форми орнаментів можуть бути вершини правильних та неправильних кілець, решіток, розмитих кілець та решіток, а також мультифрактальних, із заповненою серединою чи порожньою, випуклих чи ввігнутих, з будь-якою формою зовнішнього контуру, палітрою кольорів, що легко відтворюються на багатьох масштабних рівнях фрактального орнаменту.

Саме до невтомного загону підприємців – виробників та дизайнерів одягу і взуття, сувенірів і посуду, оздоблювальної плитки та архітектурних орнаментів, вишиванок і прикрас – привертаємо увагу цієї роботою. А стимулом до впровадження фрактальних орнаментів має стати бажання смаків людей до неповторності. А світ фрактальної геометрії – такий красивий і безмежний, що дозволяє все Людство забезпечити неповторним ексклюзивом! Можливості фрактальних орнаментів дійсно безмежні! Саме це дозволяє до чарівності і неповторності жіночої краси додати чарівність і неповторну красу фрактальних орнаментів.

А ще фрактальні об'єкти можуть мати нескінченну межу і вільну поверхню, практично нульову питому вагу, величезні адсорбційні можливості – для низки завдань фільтрації, очистки води і продуктів харчування, сприяти швидкому приживленню в живий організм штучних

імплантів, очищати забруднені моря і річки від розливів нафтопродуктів тощо – для тих завдань екології, що вимагають негайного вирішення, а також для створення головоломок, тестів на швидке мислення та виявлення закономірностей для допитливих та жадібних до знань.

Нами вперше досліджено: фрактальні структури та розмиті фрактальні структури на кільцях та періодичних решітках; технологію 3D-друку фракталів; запропоновано технологію генерації та 3D-друкування мультифрактальних орнаментів; запропоновано коректний розв'язок оберненої задачі фрактального аналізу.

Запропоновані алгоритми дозволяють суттєво скоротити шлях від інноваційної ідеї до її впровадження в виробництво в вигляді нових матеріалів, технологій, орнаментів тощо. Можливі галузі застосування фрактальних та перколяційно-фрактальних матеріалів є шумо-, вібро-, теплоізоляція, сепарація та фільтрація рідин і газів, створення імплантів нового покоління, неймовірно великі можливості створення абсолютно ексклюзивних орнаментів для оздоблення виробів із тканин, шкіри, дерева, пластиків[2]. Особливий клас прикладних задач перколяційно-фрактального матеріалознавства – створення класу надчутливих перколяційно-фрактальних датчиків та сенсорів, здатних виконувати новітні задачі тензометрії, наприклад, живих тканин: росли, тварин, людини.

Дана система алгоритмів заснована на реєстрації аттрактора руху матеріальної точки в полі  $N$  центральних сил з випадковим (хаотичним) включенням в кожен дискретний момент часу однієї з цих сил. Нами побудовані алгоритми конструювання фракталів на кільцях, решітках, неповних кільцях, неповних решітках, при стаціонарному та збуреному станах заданої множини центральних сил, з управлінням полем гравітації, кольору, проникливості бар'єра тощо. Наші алгоритми дозволяють виконати ці побудови за час 100...200 мс для  $R^1, R^2, R^3$ , отримати електронний їх протокол, причому кількість поколінь фракталів нічим не обмежена. Отримуємо природним шляхом необхідну фрактальну множину, як результат фіксації та візуалізації траєкторії хаотичного (броунівського) руху матеріальної точки (живильної головки 3D-принтера) в системі  $N$  центральних сил. При цьому, фрактальна розмірність даних фракталів на решітці  $N \times N$  може бути обчислена за формулою:

$$D = [\ln(N^2 - Z)] / [\ln(a/b)], \quad (1)$$

де  $a/b$  відношення сторін двох сусідніх поколінь фракталу,  $Z$ - кількість вікон (пустот).

На рис. 1-6 наведено приклади продукування фрактальних множин нашими алгоритмами:

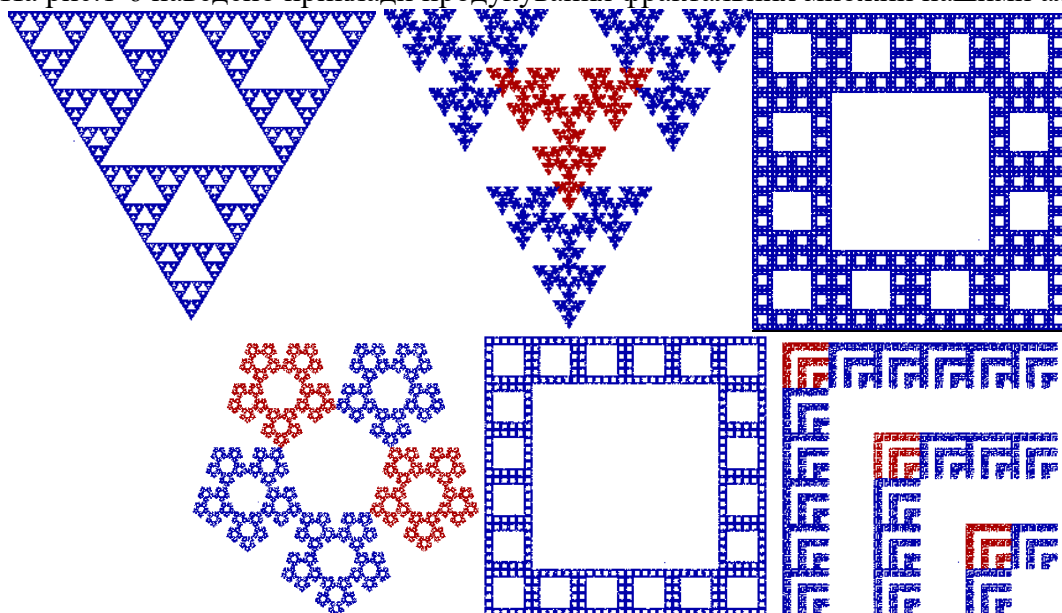


Рис. 1. Моделювання фрактальних множин на кільцях та решітках.

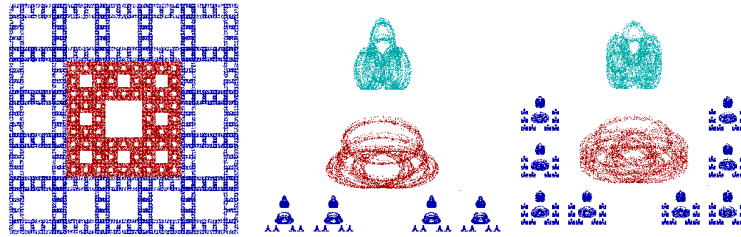


Рис. 2. Фрактали на решітці 5x5

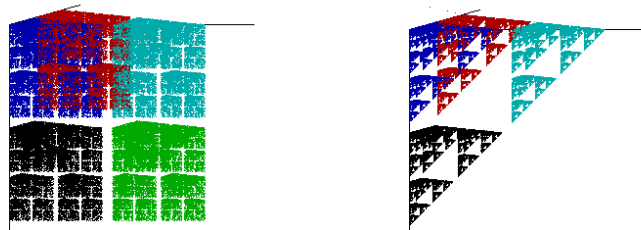


Рис.2. 3D-фрактали на решітці 2x2x2 (N=5 та N=4)

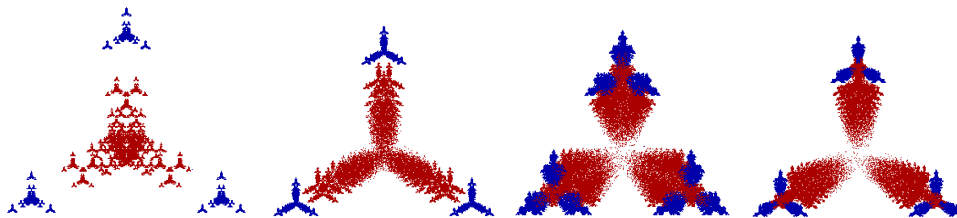


Рис.3. Мультифрактальні структури на вигнутому контурі N=6

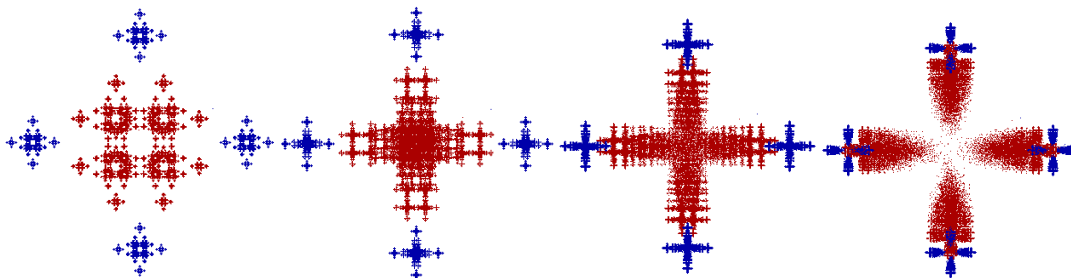


Рис.4. Мультифрактальні структури на вигнутому контурі N=8

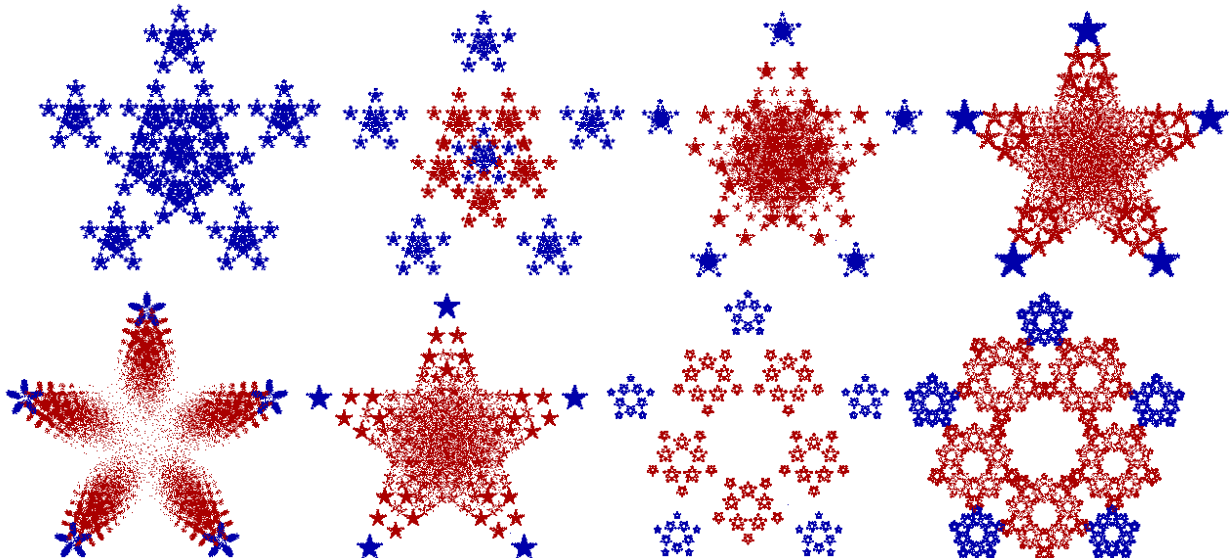


Рис. 5. Мультифрактальні структури на вигнутому контурі N=10

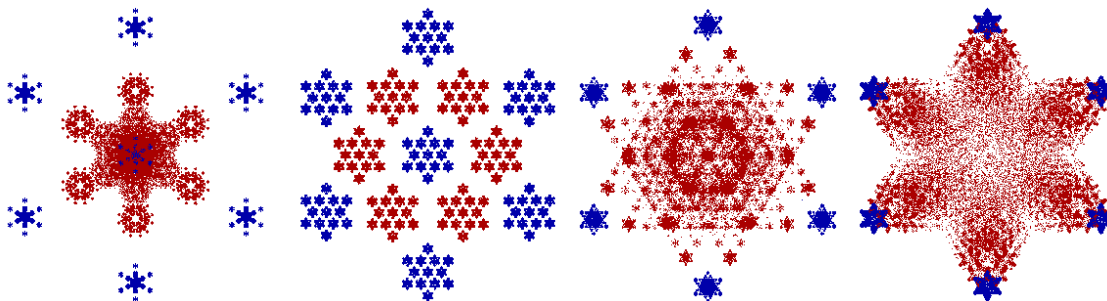


Рис. 6. Мультифрактальні структури на ввігнутому контурі  $N=12$

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. 2002. – 652 с. - <https://coollib.com/b/423957>
2. Грабар І.Г., Грабар О.І. Фрактальні орнаменти: конструювання, властивості, 3D-продукування. – Житомир: Поліський національний університет. – 2020. – 308 с.
3. Грабар І.Г., Грабар О.І. Вплив стаціонарного та збуреного стану поля центральних сил на фрактальні характеристики аттрактора. - Наукові горизонти. 2020. т.23. №11. С.39-52.; <http://ir.znau.edu.ua/handle/123456789/11015>
4. Грабар І.Г., Грабар О.І., Гутніченко О.А., Кубрак Ю.О. Перколяційно-фрактальні матеріали: властивості, технології, застосування. – Житомир. – ЖДТУ. – 2007. – 334 с.
5. Ivan G. Grabar. NANOCCHAOS in raising a machine reliability and the creation of "eternal" STRUCTURES. - Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM) 3: 327-341, 2018