

МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТИНКИ ОРГАНІЧНИХ ДОБРИВ ПО ПОВЕРХНІ РОБОЧОГО ОРГАНУ РОЗКИДАЛЬНОГО БАРАБАНАУ

Хоменко С. М., к.т.н.

Представлено математичну модель руху частинки органічних добрив по поверхні робочих органів. Використання даної моделі дозволить визначити оптимальні параметри робочих органів машини для внесення органічних добрив.

Постановка проблеми. Для підвищення ефективності процесу внесення органічних добрив було запропоновано нову конструкцію розкидального барабану [3], що складається з пів еліпсних робочих органів, розміщених на одній осі. Проте для використання даного технічного рішення необхідно визначити його раціональні параметри, зокрема частоту обертання та кут встановлення робочого органу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Робочі органи, що підлягають дослідженню відносяться до ротаційних поверхонь, що встановлені під кутом до горизонтальної осі обертання.

Найбільший вклад у розробку теорії руху частинок по різним ротаційним поверхням зробив академік П.М. Василенко [1]. Зокрема, запропонована ним модель руху матеріальної частинки по радіальній лопатці, що обертається навколо горизонтальної осі, була широко використана багатьма дослідниками при розробці розкидачів органічних добрив. Проте, незважаючи на широке використання даного рівняння, можливості його застосування обмежені. Адже, його можна використовувати лише для радіальної лопатки і тільки тоді, коли рух відбувається в площині і в даному рівнянні не враховано опору повітря.

Постановка завдання. Мета досліджень полягала в побудові механіко-математичної моделі руху частинки добрив по ротаційній шорсткій площині, що обертається навколо горизонтальної осі і нахилена до неї під довільним кутом з

урахуванням опору повітря. *Об'єкт досліджень* – процес взаємодії органічних добрив з робочими органами. *Предмет досліджень* – залежності, що описують взаємодію добрив з робочими органами.

Результати досліджень. Для моделювання руху частинки органічних добрив розглянемо елементарний об'єм твердого тіла для чого складаємо диференціальні рівняння відносного руху його центру мас по нестационарній неутримуючій в'язі, використовуючи принцип Даламбера [2]. При цьому приймаємо, що частинка добрив ковзає по поверхні робочого органу без кочення і без обертання навколо власних осей інерції. Розглянемо рух центру мас частинки в неінерціальній рухомій системі відліку $Oxuz$, яка обертається з кутовою швидкістю ω_p навколо інерціальної нерухомої системи координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1).

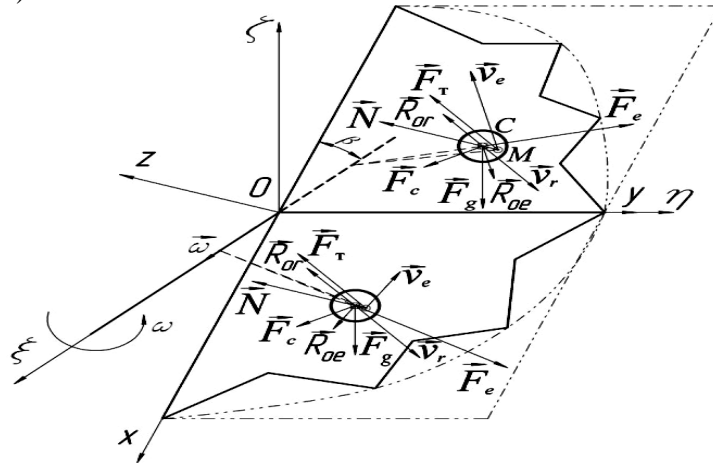


Рис. 1. Схема для побудови механіко-математичної моделі відносного руху частинки по шорсткій поверхні лопатевого робочого органу

Положення робочого органу у системі координат $Oxuz$ у будь-який момент часу визначатиме вісь Oy рухомих осей координат, що співпадає з малою віссю еліпса, з якого утворено робочий орган. Момент часу, коли частина робочого органу, на якій знаходиться частинка добрив вийде з них і почне рухатися з відносною швидкістю, задається кутом θ_0 повороту рухомої осі Oy , який відраховується від осі $O\eta$. Рівняння площини робочого органу у системі координат $Oxuz$:

$$f(x,y,z) = z = 0. \quad (1)$$

Особливістю запропонованої моделі частинки добрив у порівнянні з існуючими [1] є те, що вона враховує еквівалентний діаметр частинки, що розглядається, у вигляді кулі, з урахуванням того, в якій саме частині робочого органу знаходиться частинка добрив, що визначається від'ємними чи додатними значеннями координати x . При цьому, відцентрова сила інерції в першому випадку сприяє швидшому сходу частинки з РО, а в другому – навпаки.

На частинку добрив діють наступні сили: \vec{F}_g – сила тяжіння, Н; \vec{F}_e – відцентрова сила інерції, Н; \vec{F}_c – Коріолісова сила інерції, Н; \vec{N} – нормальна сила реакції, Н; \vec{F}_T – сила тертя, Н; \vec{R}_{oe} – сила тертя завдяки опору повітря, що притискує частинку добрив до робочого органу, Н; \vec{R}_{or} – сила опору повітря, яка протидіє руху частинки добрив в радіальному напрямі, Н.

Розкладаючи діючі сили по осях рухомої системи координат та враховуючи (1) і умову безвідривного руху добрив ($N > 0$), складаємо диференціальні рівняння, що описують відносний рух частинки добрив по поверхні робочого органу:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_c = mg \sin(\theta_0 + \omega t) \sin \beta \mp m\omega^2 x \sin^2 \beta \mp m\omega^2 d \sin 2\beta + \\ \quad + 2m\omega \dot{y} \sin \beta - \frac{fN\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - k_1 m \dot{x} + k_1 m \omega y \sin \beta \\ m\ddot{y}_c = -mg \sin(\theta_0 + \omega t) + m\omega^2 y - 2m\omega \dot{x} \sin \beta - \frac{fN\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ \quad - k_1 m \dot{y} \pm k_1 m \omega x \sin \beta \\ m\ddot{z}_c = 0 = N - mg \cos(\theta_0 + \omega t) \cos \beta \pm 0,5m\omega^2 x \sin 2\beta \pm \\ \quad \pm 0,5m\omega^2 d \cos^2 \beta - 2m\omega \dot{y} \cos \beta - k_1 m \omega y \cos \beta \end{array} \right. , \quad (2),$$

де \ddot{x}_c, \ddot{y}_c – проєкції відносного прискорення центру мас частинки добрив на осі Ox, Oy , m/c^2 ; \dot{x}_c, \dot{y}_c – проєкції відносної швидкості центру мас частинки добрив на осі Ox, Oy , m/c ; x_c, y_c – проєкції центру мас частинки добрив на осі Ox, Oy , m ; m – маса частинки добрив, kg ; d – висота знаходження центру мас частинки добрив від поверхні лопаті, m ; θ_0 – кут, що визначає положення малої осі еліпса, що співпадає з віссю неінерціальної системи відліку в момент часу, коли лопать виходить з добрив з центром мас частинки добрив, рух якої розглядається, $grad$.

Коефіцієнт пропорційності для визначення сили опору повітря:

$$k_1 = \frac{3\pi\eta d_E}{m} = \frac{18\eta}{\rho d_E^2}, \quad (3),$$

де η – динамічна в'язкість повітря, $N \cdot s/m^2$; ρ – густина добрив, kg/m^3 ; V – об'єм частинок добрив, m^3 ; d_E – діаметр еквівалентної частинки добрив, m .

Перший знак у рівняннях системи (2) відповідає розгляду руху частинки у першій чверті (для від'ємних значень x), другий знак – у четвертій чверті (для додатних значень x).

З третього рівняння системи (2), записали вираз для визначення нормальної реакції поверхні:

$$N = mg \cos(\theta_0 + \omega t) \cos \beta \mp 0,5m\omega^2 x \sin 2\beta \mp 0,5m\omega^2 d \cos^2 \beta + \\ + 2m\omega \dot{y} \cos \beta + k_1 m \omega y \cos \beta \quad (4),$$

Особливістю моделі у порівнянні з існуючими є те, що вона враховує в якому саме квадранті рухомої системи відліку знаходиться частинка добрив, адже як буде показано нижче, відцентрова сила інерції буде в одному випадку притискати частинку до лопатки, а в другому сприятиме її швидшому сходу. Також враховували сили опору повітря, приймаючи їх пропорційно швидкості у першому степені: перша притискає частинку добрив до лопатки, друга створює опір переміщенню добрив у площині лопатки (по Голубу Г.А.).

Враховуючи (4), механіко-математичну модель відносного руху частинки добрив у площині лопатки записали наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_c = mg \sin(\theta_0 + \omega t) \sin \beta \mp m\omega^2 x \sin^2 \beta \mp m\omega^2 d \sin 2\beta + \\ \quad + 2m\omega \dot{y} \sin \beta - f \left(mg \cos(\theta_0 + \omega t) \cos \beta \mp 0,5m\omega^2 x \sin 2\beta \mp \right. \\ \quad \left. \mp 0,5m\omega^2 d \cos^2 \beta + 2m\omega \dot{y} \cos \beta + k_1 m \omega y \cos \beta \right) \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ \quad - k_1 m \dot{x} + k_1 m \omega y \sin \beta \\ m\ddot{y}_c = -mg \sin(\theta_0 + \omega t) + m\omega^2 y - 2m\omega \dot{x} \sin \beta - \\ \quad - f \left(mg \cos(\theta_0 + \omega t) \cos \beta \mp 0,5m\omega^2 x \sin 2\beta \mp 0,5m\omega^2 d \cos^2 \beta + \right. \\ \quad \left. + 2m\omega \dot{y} \cos \beta + k_1 m \omega y \cos \beta \right) \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - k_1 m \dot{y} \pm k_1 m \omega x \sin \beta \end{array} \right. \quad (5),$$

Розв'язок отриманої системи нелінійних диференційних рівнянь четвертого

порядку (5), знаходили, використовуючи числовий метод Рунге-Кутта 4-5 порядку, що реалізований в прикладній програмі символьної математики Maple 11. Для цього було розроблено спеціальну програму, що наведено в додатку.

Для обґрунтування початкових параметрів (5) умову безвідривного руху частинки від лопати записали:

$$\dot{y} \geq \pm 0,5\omega x \sin \beta \pm 0,25\omega d \cos^2 \beta - 0,5k_1 y - 0,5g \cos(\theta_0 + \omega t) / \omega . \quad (6)$$

Аналіз умови (2.58) показав, що її права частина завжди набуватиме від'ємних значень, отже і виконуватиметься для будь-яких $\dot{y} \geq 0$.

Проте за початкових умов, при $\dot{x}_0, \dot{y}_0 = 0$, вираз $1/\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ системи (5) перетворюється у невизначеність при $t = 0$. Для радіальної лопатки таких проблем не виникає і початкова швидкість дослідниками, як правило, приймалася рівною $\dot{y} \geq 0$, а найчастіше $\dot{y}_0 = 0$. Аналіз таких моделей дозволив встановити, що для початкових умов $\dot{y}_0 = 0$ і $\dot{y}_0 = 0,0001$ м/с з необхідною точністю можна стверджувати про відсутність відмінностей у результатах моделювання. Тому для початкових умов було прийнято $\dot{y}_0 = 0,0001$ м/с, $\dot{x}_0 = 0,0001$ м/с.

Для переходу від рухомої до нерухомої систем відліку використали формули переходу побудовані з використанням кутів Ейлера-Крилова: кут прецесії $\psi = 0$, кут нутації $\theta = \theta_0 + \omega t$, кут власного обертання $\varphi = \beta = const$.

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \beta \sin(\theta_0 + \omega t) & \cos(\theta_0 + \omega t) & -\cos \beta \sin(\theta_0 + \omega t) \\ -\sin \beta \cos(\theta_0 + \omega t) & \sin(\theta_0 + \omega t) & \cos \beta \cos(\theta_0 + \omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} . \quad (7)$$

Формули переходу від рухомої до нерухомої системи координат, з (7) записали наступним чином:

$$\begin{cases} \xi = x_c \cos \beta + z_c \sin \beta \\ \eta = x_c \sin \beta \sin(\theta_0 + \omega t) + y_c \cos(\theta_0 + \omega t) - z_c \cos \beta \sin(\theta_0 + \omega t) \\ \zeta = -x_c \sin \beta \cos(\theta_0 + \omega t) + y_c \sin(\theta_0 + \omega t) + z_c \cos \beta \cos(\theta_0 + \omega t) \end{cases} . \quad (8)$$

У системі рівнянь (2.58) $z_c = d$, відповідно $\dot{z}_c, \ddot{z}_c = 0$.

Результатом рішення системи (5) є траєкторії руху частинок добрив, із допомогою яких графічно можна визначати момент сходу кожної частинки з робочого органу та отримати значення її координати і відносної швидкості сходу (вильоту) у відносній системі координат.

Після цього, з використанням формул переходу (8) визначаємо проекції відносної швидкості на осі абсолютної системи координат і знаючи положення робочого органу в даний момент часу, розраховуємо переносну швидкість частинки добрив. Отримані значення використовуємо для дослідження процесу розподілу добрив по полю.

Висновки. Запропонована механіко-математична модель руху частинки добрив по площині робочого органу, що обертається навколо горизонтальної осі і встановлений до останньої під довільним кутом з урахуванням опору повітря дозволяє при використанні числових методів розв'язку отримати графіки руху частинки в будь-який момент часу.

Використані джерела інформації

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – Киев: Изд-во УАСХН, 1960. – 283 с.
2. Василенко П.М. О методике механико-математических изысканий при разработке проблем сельскохозяйственной техники [Текст] / П.М. Василенко. – М.: ГОСНИТИ, 1962. – 230 с.

3. Пат. 22404 Україна, МПК А01С 3/06. Розкидач органічних добрив / А.С. Малиновський, С.М. Герук, С.М. Хоменко, С.В. Міненко, О.М. Сукманюк. – № u 2006 11702; Заявл. 07.11.2006; Надрук. 25.04.2007, Бюл. № 5, 2007.