НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СТАГНАЦИИ

Ю.Б. Бродський, к.т.н., доцент, Ю.А. Тимонин, к.т.н., доцент
Житомирский национальный агроэкологический университет

Для моделирования экономической стагнации предложена обобщенная логистическая функция, полученная как решение нелинейного логистического уравнения. Определена связь параметров уравнения с потерями стоимости.

Постановка проблемы. Для отображения стагнации используют логистическую функцию Ферхюльста, которую в математической экологии [1] широко применяют для моделирования динамики популяций. Однако применению логистической функции в экономике препятствуют трудности ее экономической интерпретации [2], преодоление которых связано с развитием самой функции.

Анализ последних исследований и публикаций. Развитие логистической функции предполагает ее обобщение за счет введения параметрической зависимости коэффициентов логистического уравнения. Такое нелинейное логистическое уравнение можно получить как частный случай универсальной модели экономической системы [3].

Цель исследований. В работе рассматривается формирование обобщенной нелинейной логистической модели и определение связи ее параметров с характеристиками потерь стоимости.

Результаты исследований. Рост стоимости S экономического объекта можно описать неоднородным дифференциальным уравнением 1-ого порядка, которое получено из универсальной модели [3] и имеет вид нелинейного логистического уравнения

$$\left(1+a_1 S\right)\frac{dS}{dt}-\varphi^0\left(1-\frac{1}{b_0}S\right)S=s^+, \qquad (1)$$

где φ^0 – показатель экспоненциального роста, s^+ – приток стоимости из внешней среды, a_1, b_0 – коэффициенты потерь.

В случае $s^+=0$ уравнение (1) имеет аналитическое решение, которое задает обобщенную логистическую функцию в виде трансцендентного уравнения $S(t)=g\left(b_0-S(t)\right)^{1+G}\mathrm{e}^{\varphi^0 t}$, где g – параметр начального значения, $G=a_1 b_0=a_1 a_0\varphi^0$. Решая соответствующее (1) конечно–разностное уравнение, получим явную форму обобщенной логистической функции в рекуррентном виде

$$S_{k+1}=\left[1+\varphi^0\frac{1-S_k/b_0}{\left(1+a_1 S_k\right)}\right]S_k+\frac{\Delta S_k^+}{\left(1+a_1 S_k\right)}. \qquad (2)$$

Чтобы определить экономическое содержание коэффициентов a_1, b_0, приведем уравнение (1) к виду однородного экспоненциального уравнения. Для этого введем коэффициенты потерь, которые зависят от стоимости $A_1(S)=a_1 S$, $B_0(S)=b_0/S$. Тогда получим

$$\left(1+A_1\right)\frac{dS}{dt}-\varphi^0\left(1-1/B_0\right)S=0. \qquad (3)$$

Решение уравнения (3) описывает экспоненциальный рост стоимости с показателем $\phi=\varphi^0\left(1-1/B_0\right)/\left(1+A_1\right)$. С другой стороны представим показатель роста в виде произведения [4] $r=\alpha\,\rho\,\beta\,\gamma$, где $\alpha,\ \rho,\ \beta,\ \gamma$ – сомножители, описывающие отношения таких величин как прибыль y^p, доход y, рабочие v и материальные V средства актива. Сравнивая выражения для показателя роста получим $A_1=\alpha^q$, $B_0=\beta^c$, где $\alpha^q=y^q/y^p$ – коэффициент изъятий из дохода; $\beta^c=V/V^c$ – коэффициент средств актива. Коэффициент α^q отражает сопротивление росту за счет изъятий, которые включают налоги и процентные платежи, а коэффициент β^c – емкость активов по отношению к средствам, которые включают запасы, оборудование и т.д.

Выводы. Переход к режиму стагнации связан с изменением коэффициентов потерь с ростом стоимости $\alpha^q(S)=\alpha^q{}_n S$, $\beta^c(S)=\beta^c{}_n/S$, Для уменьшения сопротивления следует повышать долю прибыли за счет снижения налогов и процентных платежей. Для повышения емкости следует увеличивать долю рабочих средств за счет снижения запасов. Возможна компенсация емкостных и резистивных потерь за счет внешних инвестиций. При компенсации емкостных потерь логистическая функция (2) приводится к экспоненциальному виду $S_{k+1} = \left(1 + \varphi_0 / \left(1 + a_1 S_k\right)\right) S_k$.

Список использованных источников

1. Ляшенко І.М., Коробова М.В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: Навч. пос. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2006. – 304 с.
2. Чечулин В. Л., Об инфляционных циклах / Чечулин В. Л., Пьянков А. С. // Журнал экономической теории (РАН), 2009, №3, С 236-240.
3. Грабар І.Г., Тимонін Ю.О., Бродський Ю.Б. Універсальна модель системи: методологічний аспект. //Вісник ЖНАЕУ. – Житомир, 2009. – № 1. – С. 358-366.
4. Грабар И.Г., Тимонин Ю.А., Бродский Ю.Б. Подход к общей задаче проектирования экономических систем. //Вісник ЖНАЕУ. – Житомир, 2009. – № 1(25), Т. 2.