НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МОЛОДЕЦЬКА Катерина Валеріївна

УДК 004.942.001.57

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ І ПОЛІВ НА ОСНОВІ АЛГЕБРАЇЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СПЕКТРІВ

Спеціальність
01.05.02 – Математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2011

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Відділенні гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки
БАРАНОВ Георгій Леонідович,
провідний науковий співробітник Відділення гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор,
ПОДЛАДЧИКОВ Володимир Миколайович,
професор кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут";

доктор технічних наук, доцент,
ПІЛЬКЕВИЧ Ігор Анатолійович,
завідувач кафедри моніторингу навколишнього природного середовища Житомирського національного агроекологічного університету.

Захист відбудеться "20" червня 2011 року о 14:30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.002.02 НТУУ "КПІ" за адресою: 03056, м. Київ-56, просп. Перемоги, 37, корпус 18, ауд. 516.

Відзиви на автореферат у двох примірниках, завірені печаткою установи, просимо надсилати на адресу: 03056, м. Київ-56, просп. Перемоги, 37, вченому секретарю НТУУ "КПІ".

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці НТУУ "КПІ" за адресою: 03056, м. Київ-56, просп. Перемоги, 37.

Автореферат розісланий "___" травня 2011 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.002.02 ____________________ М. М. Орлова

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасні технічні об'єкти (ТО) енергетики, транспорту, будівництва, космічної техніки є складними динамічними системами (СДС) з розподіленими параметрами. Різноманітні фізичні процеси і поля, що описують функціонування ТО, моделюють диференційними рівняннями в частинних похідних за відповідних початкових і граничних умов. З причини високої вартості натурних експериментів з метою вирішення задач моніторингу, управління, ідентифікації, оптимізації та прогнозування в СДС виникає нагальна потреба моделювання фізичних процесів і полів. Проблема підвищення ефективності управління СДС з розподіленими параметрами в реальному та прискореному часі пов'язана з вирішенням конкретного наукового завдання – розробки нових моделей, методів та методик для моделювання фізичних процесів і полів, та є актуальною.

Дослідженням проблем, пов'язаних з моделюванням фізичних процесів і полів займалися багато вчених, як індивідуально, так і в складі наукових колективів. Найвагоміший внесок у розвиток даного наукового напрямку належить Г. Є. Пухову, М. З. Згуровському, Н. Д. Панкратовій, В. С. Мельнику, О. А. Молчанову, О. М. Новікову, В. М. Подладчикову, В. В. Васильєву, Г. Л. Баранову, В. Л. Баранову, Н. І. Ронто та багатьом іншим.

У сучасних умовах для моделювання фізичних процесів і полів, що описуються диференційними рівняннями в частинних похідних за відповідних початкових і граничних умов, використовують операційні методи. До таких методів прийнято відносити інтегральні та диференціальні перетворення. Перевагами операційних методів, порівняно із дискретними аналогами і сітковими методами, є еквівалентне перетворення вихідної моделі фізичного процесу чи поля в область зображень і виключення часового аргументу. Така схема дозволяє реалізувати технологію моделювання швидкоплинних нестаціонарних процесів та полів в реальному або прискореному часі. Отже, дослідження методів моделювання на основі операційного числення є актуальною задачею для моделювання фізичних процесів і полів. Так, застосування інтегральних перетворень обмежується моделюванням фізичних процесів і полів, що описуються лінійними крайовими задачами. Область застосування операційних числових методів обмежується через лінійну залежність часу моделювання фізичного процесу чи поля від кількості точок сіткових функцій. Метод диференціальних перетворень (ДП) академіка НАН України Г. Є. Пухова, на відміну від відомих, дозволяє здійснювати моделювання нелінійних крайових задач як в реальному, так і в прискореному часі. Але застосування ДП для моделювання фізичних процесів і полів у класичній постановці дає низьку точність при використанні обмеженої кількості дискрет диференціального спектру. Тому в дисертаційній роботі вирішується актуальна наукова задача, що полягає у підвищенні точності моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами. Здобувач приймав участь, як виконавець, у розробці методів комп'ютерного моделювання динамічних процесів і систем з розподіленими параметрами в науково-дослідних роботах, а саме: НДР "Розвиток теорії моделювання складних динамічних систем і розробка методів моніторингу, оптимізації і прогнозування стану об'єктів і процесів енергетики", шифр "Мультілінк" за номером державної реєстрації 0105U003064 (постанова президії НАН України, бюро відділення фізико-технічних проблем енергетики від 19.04.05, протокол № 7) та НДР "Розробка нових операційних методів ідентифікації і діагностики електротехнічних кіл і структур", шифр "Еквівалент" за номером державної реєстрації 0107U002228 (постанова президії НАН України, бюро відділення фізико-технічних проблем енергетики від 26.12.2006 р., протокол № 14), які виконувались у Відділенні моделюючих і керуючих систем в енергетиці Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є підвищення точності та ефективності символьних математичних описів фізичних процесів і полів об'єктів нової техніки й нових технологій їх експлуатації в різних режимах функціонування на основі вирішуючих функцій, які аналітично повно задовольняють диференційним рівнянням в частинних похідних із заданими початковими і граничними умовами на просторово-часовій області моделювання за технічним призначенням та ресурсними обмеженнями.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі сформульовано наступні частинні задачі:

1. Провести аналіз моделей диференціальних перетворень та їх алгебраїчних властивостей для моделювання фізичних процесів і полів.
2. Розробити метод моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів із обмеженою кількістю дискрет.
3. Розвинути метод моделювання фізичних процесів і полів для випадку врахування значної кількості дискрет диференціального спектру.
4. Вдосконалити метод моделювання для нестаціонарних фізичних процесів.
5. Розробити методику моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів для моделювання на розширених інтервалах.

Об'єкт дослідження: процеси моделювання фізичних процесів і полів в області диференціальних перетворень.

Предмет дослідження: математичні моделі, методи та методики моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених задач у роботі використано методи математичного моделювання фізичних процесів і полів, метод диференціальних перетворень, метод моделювання системою одновимірних диференціальних перетворень, загальні принципи дослідження складних динамічних систем, методи системного аналізу, оптимізації, а також методи регуляризації некоректних задач.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

1. Вперше розроблено метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих застосуванням алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, що дозволяє знизити оцінку зверху абсолютної похибки моделювання в 2^q разів, де q – номер останньої врахованої дискрети.
2. Набув подальшого розвитку метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих включенням у баланс диференціальних спектрів початкових і граничних умов у такій формі, яка дозволяє регуляризувати некоректну задачу.
3. Вдосконалено метод моделювання фізичних процесів, який відрізняється від відомих вирішень некоректної задачі застосуванням системи одновимірних диференціальних перетворень, які в області зображень забезпечують спряження диференціальних спектрів, що дозволяє зменшити обчислювальну складність.
4. Вперше розроблено методику моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, яка відрізняється від відомих зменшеною величиною верхньої межі похибки, що дозволяє моделювати фізичні процеси і поля на розширених інтервалах.

Практичне значення одержаних результатів. На основі одержаних наукових результатів дисертаційної роботи можливе подальше використання:

1. Моделей динамічних процесів у інформаційно-обчислювальній системі, що на відміну від відомих точно описують процеси, які протікають системі в реальному та прискореному часі. В результаті розроблені моделі дозволяють підвищувати оперативність контролю функціонування системи та підвищувати її ефективність функціонування в цілому.
2. Аналітичної моделі теплового поля тонкої прямокутної пластини для теплоізоляційної обшивки пілотованого космічного апарату, що на відміну від відомих наближених методів дозволяє отримувати точний аналітичний розв'язок крайової задачі даного класу. Отриманий прикладний результат може бути використано в установах Національного космічного агентства України для підвищення рівня безпеки космічних польотів.

Практичне значення результатів дисертаційної роботи підтверджено актами впровадження в Навчально-науковому інституті Захисту інформації Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій та в Житомирському військовому інституті ім. С. П. Корольова Національного авіаційного університету.

Особистий внесок здобувача. Наукова ідея та постановка задачі моделювання фізичних процесів і полів належить науковому керівникові – професору В. Л. Баранову. Всі наукові результати, що виносяться на захист, отримано здобувачем самостійно. У роботах, написаних у співавторстві, здобувачу належать: [1] – метод моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів; [2] – метод розв’язання некоректної задачі моделювання процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів із значною кількістю дискрет; [3] – метод оцінки похибки методу моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів; [4] – метод моделювання динамічних процесів у системах захисту інформації; [5] – методика моделювання фізичних полів і процесів в областях великого розміру; [6] – метод моделювання нестаціонарних фізичних процесів на великих часових інтервалах; [8] – метод моделювання фізичних процесів двоступеневою системою одновимірних диференціальних перетворень.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на 4 міжнародних і 3 регіональних конференціях, у тому числі: V Міжнародній науково-технічній конференції "Сучасні інформаційно-комунікаційні технології" (Лівадія, 2009); VII Міжнародній науково-практичній конференції "Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2009)" (Дніпропетровськ, 2009); IX конференції "Математичне моделювання та інформаційні технології" (Одеса, 2009); LXVI наукова конференція професорсько-викладацького складу, аспірантів, студентів та працівників відокремлених структурних підрозділів університету (Київ, 2010); V Міжнародна науково-технічна конференція "Інформаційно-комп'ютерні технології 2010" (Житомир, 2010); Міжнародна наукова конференція "Комп'ютерні науки та інженерія 2010 (CSE-2010)" (Львів, 2010), I науково-технічна конференція "Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління" (Київ, 2010).

Публікації. За результатами дисертаційної роботи опубліковано 15 наукових праць, з яких 8 статей в провідних наукових фахових журналах, затверджених ВАК України, як фахові видання з технічних наук, 7 робіт – в матеріалах міжнародних і регіональних конференцій. Перераховані публікації з достатньою повнотою відображають отримані в дисертаційній роботі результати.

Із праць, що опубліковано в співавторстві, в дисертаційній роботі використано тільки ті результати, які отримано здобувачем особисто.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел з 116 найменувань на 13 сторінках, 5 додатків на 44 сторінках. Повний обсяг дисертації складає 214 сторінок, у тому числі 157 сторінок основного тексту, 8 рисунків, 4 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, сформульовані мета і завдання досліджень, визначені наукова новизна та практичне значення роботи, наведено відомості про публікації, апробацію та впровадження результатів роботи.

У **першому розділі** проведено аналіз відомих математичних моделей фізичних процесів і полів, який показав, що вони описуються квазіподібними диференційними рівняннями в частинних похідних із заданими граничними і початковими умовами. Встановлено, що вирішення цих задач пов'язане із значними обчислювальними труднощами, які в свою чергу пов'язані з вимогою до моделювання в реальному або прискореному часі.

Визначено, що недолік числових методів моделювання полягає в складності встановлення в загальному випадку адекватності сіткового аналога фізичному процесу або полю, яке моделюється. Встановлено, що актуальною задачею є моделювання фізичних процесів і полів в реальному або прискореному часі операційними методами, до яких відносять диференціальні та інтегральні перетворення. Однак, область застосування інтегральних перетворень обмежується фізичними процесами і полями, які описуються лінійними диференційними рівняннями в частинних похідних. Доведено доцільність застосування системи одновимірних диференціальних перетворень моделей фізичних процесів і полів. Узагальнення результатів проведеного аналізу методів моделювання фізичних процесів і полів дозволило виявити ряд недоліків, основним з яких є низька точність при використанні обмеженої кількості дискрет диференціального спектру та визначити напрямки їх усунення, які направлені на підвищення точності моделювання.

Зроблено висновок, що тема дисертаційних досліджень є актуальною, а для досягнення поставленої в дисертаційній роботі мети потрібно розв’язати конкретне наукове завдання, що полягає в розробці моделей, методів та методик моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.

У **другому розділі** розроблено моделі прямих та зворотних диференціальних спектрів, що ґрунтуються на системі двох одновимірних диференціальних спектрів, які є науково обґрунтованим базисом дисертаційних досліджень. У роботі дослідження проведено для: *фізичних процесів*, заданих функцією $u(x,t)$ двох незалежних змінних в області

$$0 \le |x| \le H_x, \ 0 \le t \le H_t, \tag{1}$$

де H_x, H_t – задані додатні сталі;

фізичних полів, що описуються функцією $u(x_1, x_2)$ в області, яка визначена обмеженнями

$$0 \le |x_1| \le H_1, \ 0 \le |x_2| \le H_2, \tag{2}$$

де H_1, H_2 – задані додатні сталі.

Розроблено метод моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів. Виконання умови $x = x_1, \ t = x_2$ дозволило універсалізувати метод незалежно від задачі моделювання поля або процесу. Тому нижче метод розглянуто лише на випадок моделювання фізичних полів.

Нехай для моделювання фізичних процесів використано систему диференціальних перетворень у двох фіксованих точках $(x_{1\nu}, x_{2\nu})$ при $\nu = 1, 2$. Оберемо одну фіксовану точку (x_{11}, x_{21}) на лівій границі області (2) при $x_{11} = x_{21} = 0$. Другу фіксовану точку (x_{12}, x_{22}) обираємо на правій границі області (2) при $x_{12} = H_1, \ x_{22} = H_2$.

Моделювання фізичного поля $u(x_1, x_2)$ виконаємо на основі двох систем одновимірних диференціальних перетворень

$$U_1(k_1,x_2)=\frac{H_1^{k_1}}{k_1!}\left[\frac{\partial^{k_1}u(x_1,x_2)}{\partial x_1^{k_1}}\right]_{x_1=0},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1}{H_1}\right)^{k_1}U_1(k_1,x_2), \tag{3}$$

$$U_2(x_1,k_2)=\frac{H_2^{k_2}}{k_2!}\left[\frac{\partial^{k_2}u(x_1,x_2)}{\partial x_2^{k_2}}\right]_{x_2=0},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_2}{H_2}\right)^{k_2}U_2(x_1,k_2), \tag{4}$$

$$\overline{U}_1(k_1,x_2)=\frac{\overline{H}_1^{k_1}}{k_1!}\left[\frac{\partial^{k_1}u(x_1,x_2)}{\partial x_1^{k_1}}\right]_{x_1=H_1},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1-\overline{H}_1}{\overline{H}_1}\right)^{k_1}\overline{U}_1(k_1,x_2), \tag{5}$$

$$\overline{U}_2(x_1,k_2)=\frac{\overline{H}_2^{k_2}}{k_2!}\left[\frac{\partial^{k_2}u(x_1,x_2)}{\partial x_2^{k_2}}\right]_{x_2=H_2},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_2-\overline{H}_2}{\overline{H}_2}\right)^{k_2}\overline{U}_2(x_1,k_2), \tag{6}$$

де рискою зверху позначено диференціальний спектр на правій границі області (2).

Вирази (3)–(6) зліва відповідають полю $u(x_1,x_2)$, яке моделюється, в області диференціальних зображень. Обернений перехід з області зображень в область оригіналів описують вирази (3)–(6) справа.

Перший етап методу полягає в переведенні диференційних рівнянь з частинними похідними в область зображень на основі диференціальних перетворень (3)–(6). Початкові дискрети диференціальних спектрів, що необхідні для реалізації рекурентних обчислень, знаходять із граничних умов і основних властивостей диференціальних перетворень.

Другий етап методу полягає в рекурентному обчисленні дискрет диференціальних спектрів $U_1(k_1,x_2)$, $U_2(x_1,k_2)$, $\overline{U}_1(k_1,x_2)$, $\overline{U}_2(x_1,k_2)$ на основі початкових дискрет, послідовно надаючи цілочисловим аргументам k_1 і k_2 значень 0, 1, 2, … ∞. Моделювання фізичного поля $u(x_1,x_2)$ вимагає обчислення однієї пари диференціальних спектрів $U_1(k_1,x_2)$, $\overline{U}_1(k_1,x_2)$ чи $U_2(x_1,k_2)$, $\overline{U}_2(x_1,k_2)$. Надалі диференціальні спектри $U_1(k_1,x_2)$, $U_2(x_1,k_2)$ названо *прямими*, а диференціальні спектри $\overline{U}_1(k_1,x_2)$, $\overline{U}_2(x_1,k_2)$ – *зворотними*. Обґрунтування такої термінології випливає з вигляду виразів (3)–(6), записаних справа. Обернені диференціальні перетворення (3), (4) описують фізичне поле $u(x_1,x_2)$ в області (2) при зміні аргументів x_1 та x_2 від нульового значення в сторону зростання їх абсолютних значень. З іншого боку, обернені диференціальні перетворення (5), (6) описують фізичне поле $u(x_1,x_2)$ в області (2) від його правої границі $x_1=H_1$, $x_2=H_2$ в сторону зменшення абсолютних значень аргументів x_1 та x_2.

Третій етап методу полягає в алгебраїчному відображенні єдності прямих і зворотних диференціальних спектрів $U_1(k_1,x_2)$, $\overline{U}_1(k_1,x_2)$ чи $U_2(x_1,k_2)$, $\overline{U}_2(x_1,k_2)$. На основі цих умов тотожності в точці спряження маємо $x_{1c}=\frac{H_1}{2}=\frac{\overline{H}_1}{2}$, $x_{2c}=\frac{H_2}{2}=\frac{\overline{H}_2}{2}$, тобто

$$u(x_{1c},x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_{1c}}{H_1}\right)^{k_1}U_1(k_1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_{1c}-\overline{H}_1}{\overline{H}_1}\right)^{k_1}\overline{U}_1(k_1,x_2), \tag{7}$$

$$u(x_1,x_{2c}) = \sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_{2c}}{H_2}\right)^{k_2} U_2(x_1,k_2) = \sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_{2c}-\overline{H}_2}{\overline{H}_2}\right)^{k_2} \overline{U}_2(x_1,k_2). \tag{8}$$

Більш повне відображення єдності стану досягаємо шляхом врахування додаткових умов спряження:

$$\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_{1c}}{H_1}\right)^{k_1}(k_1+1)U_1(k_1+1,x_2) = \sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_{1c}-\overline{H}_1}{\overline{H}_1}\right)^{k_1}(k_1+1)\overline{U}_1(k_1+1,x_2), \tag{9}$$

$$\sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_{2c}}{H_2}\right)^{k_2}(k_2+1)U_2(x_1,k_2+1) = \sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_{2c}-\overline{H}_2}{\overline{H}_2}\right)^{k_2}(k_2+1)\overline{U}_2(x_1,k_2+1). \tag{10}$$

Застосування рівнянь спряження (7)–(10) підвищує стійкість методу до помилок, що виникають у випадку традиційного врахування обмеженої кількості дискрет диференціальних спектрів $U_1(k_1,x_2)$, $\overline{U}_1(k_1,x_2)$ чи $U_2(x_1,k_2)$, $\overline{U}_2(x_1,k_2)$, так як помилки відображення в єдиній точці відповідно балансу в лівій і правій частинах рівнянь (7)–(10) взаємно компенсуються.

Четвертий етап методу полягає в розв'язанні отриманої системи звичайних диференційних рівнянь (7), (9) чи (8), (10).

П'ятий етап методу полягає в оберненому переході з області зображень в область оригіналів згідно виразів справа (3)–(6).

Встановлено, що оцінка зверху похибки моделювання двовимірного фізичного поля на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів згідно з Лагранжем задається виразом

$$\varepsilon \le \frac{H^{q+1}}{(q+1)!}\sup_{\substack{0\le x\le H_1\\ 0\le t\le H_2}}\left|\frac{\partial^{q+1}u(x,t)}{\partial t^{q+1}}\right|,$$

де $u^{(q+1)}(x,t) = \dfrac{\partial^{q+1}u(x,t)}{\partial t^{q+1}}$,

що в 2^q разів менше оцінки зверху похибки моделювання одновимірними диференціальними перетвореннями при обмеженій кількості дискрет диференціальних спектрів, де q – номер останньої врахованої дискрети диференціального спектру.

Розроблено метод регуляризації некоректної задачі моделювання, що ґрунтується на балансі диференціальних спектрів початкових і граничних умов диференційного рівняння. Така задача виникає при використанні великої кількості дискрет прямого і зворотного диференціальних спектрів для істотного підвищення точності моделювання, що призводить до зростання порядку системи диференційних рівнянь (7), (9) і (8), (10). У результаті інтегрування цієї системи кількість невідомих сталих інтегрування стає рівною порядку системи диференційних рівнянь, кількість рівнянь якої менша числа сталих інтегрування.

Нехай початкові умови задані у вигляді

$$u(x,0) = U_0(x), \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = Q(x), \tag{11}$$

де $U_0(x)$, $Q(x)$ – задані функції,

а граничні умови у вигляді

умов Діріхлє

$$u(x,t)\big|_{x\in\Gamma}=\alpha_1(t),\ u(x_1,x_2)\big|_{\bar{x}\in\Gamma}=\alpha_2(x_1,x_2),\tag{12}$$

умов Неймана

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial N}\right|_{x\in\Gamma}=\beta_1(t),\ \left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial N}\right|_{\bar{x}\in\Gamma}=\beta_2(x_1,x_2),\tag{13}$$

та змішаних умов

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial N}+\gamma_1 u(x,t)\big|_{x\in\Gamma}=\mu_1(t),\ \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial N}+\gamma_2 u(x_1,x_2)\big|_{\bar{x}\in\Gamma}=\mu_2(x_1,x_2),\tag{14}$$

де $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \mu_1,\ \mu_2$ – задані неперервні функції, визначені на граничній поверхні Г; $\gamma_1,\ \gamma_2$ – задані сталі величини; $\frac{\partial u}{\partial N}$ – похідна, взята в точці поверхні Г в напрямку нормалі N до неї; $\bar{x}=(x_1,x_2)$.

Суть методу зводиться до наступного.

На *першому етапі* методу початкові та граничні умови переводять в область зображень по тій змінній, яка не використовується для фіксації початкових (11) чи граничних (12)–(14) умов. Отримана система рівнянь розширюється до кількості рівнянь, рівної кількості невідомих шляхом присвоєння аргументу k_1 чи k_2 цілочислових значень 0, 1, 2, …, ∞.

Другий етап полягає в знаходженні всіх невідомих сталих інтегрування як розв'язку системи рівнянь, отриманої на попередньому етапі та їх підстановці в дискрети прямого і зворотного диференціальних спектрів.

Третій етап полягає у виконанні обернених диференціальних перетворень відповідно до правих частин виразів (3)–(6), які дають наближені аналітичні описи фізичних процесів чи полів.

У другому розділі розроблено метод моделювання фізичних процесів на основі системи одновимірних диференціальних перетворень, що дозволяє виключити необхідність вирішення некоректної задачі і цим спростити процес моделювання. Дослідження проведено для фізичних процесів, які моделюються функцією $u(x,t)$ двох незалежних змінних в області (1) та описуються диференційним рівнянням у частинних похідних у вигляді

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=f\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right),\tag{15}$$

де f – задана неперервна функція.

Область змінної x поділимо на два відрізки, що рівні h, тому $h=\frac{H_x}{2}$. Метод моделювання фізичних процесів розроблено на основі системи одновимірних диференціальних перетворень по змінній x

$$U(q,t)=\frac{h^q}{q!}\left[\frac{\partial^q u(x,t)}{\partial x^q}\right]_{x=0},\ u(x,t)=\sum_{q=0}^{\infty}\left(\frac{x}{h}\right)^q U(q,t),\tag{16}$$

$$\bar{U}(q,t)=\frac{h^q}{q!}\left[\frac{\partial^q u(x,t)}{\partial x^q}\right]_{x=H_x},\ u(x,t)=\sum_{q=0}^{\infty}\left(\frac{x-H_x}{h}\right)^q \bar{U}(q,t),\tag{17}$$

де q – цілочисловий аргумент, який приймає значення 0, 1, 2, …, ∞; $U(q,t)$ – диференціальне зображення функції $u(x,t)$ в точці $x=0$; $\overline{U}(q,t)$ – диференціальне зображення функції $u(x,t)$ в точці $x=H_x=2h$; $h=\frac{H_x}{2}$ – додатна стала.

На *першому кроці* переведемо диференційне рівняння з частинними похідними (15) в область зображень диференціальними перетвореннями згідно виразів (16) і (17).

На *другому кроці* початкові дискрети диференціальних спектрів $U(0,t)$, $U(1,t)$ і $\overline{U}(0,t)$, $\overline{U}(1,t)$, які необхідні для реалізації рекурентних обчислень, знайдемо із граничних умов (12)–(14) і основних властивостей диференціальних перетворень

$$U(0,t)=u(x,t)\big|_{x=0},\ U(1,t)=h\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0}, \tag{18}$$

$$\overline{U}(0,t)=u(x,t)\big|_{x=H_x},\ \overline{U}(1,t)=h\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=H_x}. \tag{19}$$

Якщо частина граничних умов у виразах (18), (19) невідома, то їх слід задати в символьному вигляді як невідому функцію часу.

Третій крок полягає у визначенні фізичного процесу шляхом рекурентного обчислення в аналітичному вигляді дискрет диференціальних спектрів $U(q,t)$ і $\overline{U}(q,t)$ на основі початкових дискрет (18), (19) відповідно. Для визначення невідомих початкових дискрет диференціальних спектрів $U(q,t)$ і $\overline{U}(q,t)$ застосовуються умови спряження функції $u(x,t)$ та її похідної $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$ у точці $x_c=\frac{H_x}{2}=h$. На основі правих виразів диференціальних перетворень (16) і (17) умови спряження із врахуванням обмеженої кількості дискрет набувають вигляду

$$u(x_c,t)=\sum_{q=0}^{n}U(q,t)=\sum_{q=0}^{n}(-1)^q\overline{U}(q,t), \tag{20}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=h}=\frac{1}{H}\sum_{q=0}^{n}(q+1)U(q+1,t)=\frac{1}{H}\sum_{q=0}^{n}(-1)^q(q+1)\overline{U}(q+1,t). \tag{21}$$

Система (20), (21) має вигляд системи звичайних диференційних рівнянь відносно невідомих функцій часу, від яких залежать початкові дискрети $U(0,t)$, $U(1,t)$ і $\overline{U}(0,t)$, $\overline{U}(1,t)$ диференціальних спектрів $U(q,t)$ і $\overline{U}(q,t)$. З метою визначення невідомих дискрет диференціальних спектрів $U(q,t)$ і $\overline{U}(q,t)$ застосуємо одновимірні диференціальні перетворення по змінній t

$$U(q,k)=\frac{H^k}{k!}\left[\frac{\partial^k U(q,t)}{\partial t^k}\right]_{t=0},\ U(q,t)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k U(q,k), \tag{22}$$

де H – задана додатна стала, яка зазвичай дорівнює часовому відрізку, на якому моделюється процес; k – цілочисловий аргумент.

На *четвертому кроці* переведемо рівняння (20), (21) в область зображень на основі одновимірних диференціальних перетворень (22)

$$\sum_{q=0}^{n} U(q,k) = \sum_{q=0}^{n} (-1)^q \overline{U}(q,k), \tag{23}$$

$$\sum_{q=0}^{n} (q+1) U(q+1,k) = \sum_{q=0}^{n} (-1)^q (q+1) \overline{U}(q+1,k). \tag{24}$$

Система рівнянь (23), (24) дає змогу визначити всі дискрети $U(q,k)$ і $\overline{U}(q,k)$, якщо враховувати початкові умови (11) і перевести їх в область зображень диференціальними перетвореннями (16), (17) і (22)

$$U(q,0) = \frac{h^q}{q!}\left[\frac{\partial^q u(x,0)}{\partial x^q}\right]_{x=0}, \ \overline{U}(q,0) = \frac{h^q}{q!}\left[\frac{\partial^q u(x,0)}{\partial x^q}\right]_{x=H_x}, \tag{25}$$

$$U(q,1) = HQ(q), \ \overline{U}(q,1) = H\overline{Q}(q), \tag{26}$$

де $Q(q)$ – зображення (16) функції $Q(x)$ в точці $x=0$; $\overline{Q}(q)$ – зображення (17) функції $Q(x)$ в точці $x = H_x$.

На *п'ятому кроці* після визначення дискрет $U(q,k)$ і $\overline{U}(q,k)$ на основі правого виразу (22) розраховуються дискрети диференціальних спектрів $U(q,t)$ і $\overline{U}(q,t)$

$$U(q,t) = \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{t}{H}\right)^k U(q,k), \tag{27}$$

$$\overline{U}(q,t) = \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{t}{H}\right)^k \overline{U}(q,k). \tag{28}$$

Заключний крок методу – шостий, на основі диференціальних спектрів (27), (28) і правих виразів (16), (17) відновлюється процес, що моделюється в області оригіналів у вигляді

$$u(x,t) = \sum_{q=0}^{n}\left(\frac{x}{h}\right)^q \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{t}{H}\right)^k U(q,k), \text{ при } x \in [0,h], \tag{29}$$

$$u(x,t) = \sum_{q=0}^{n}\left(\frac{x-H_x}{h}\right)^q \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{t}{H}\right)^k \overline{U}(q,k), \text{ при } x \in [h, H_x = 2h]. \tag{30}$$

Таким чином, реалізація запропонованого методу не потребує вирішення некоректної задачі, що виникає у випадку перевищення числа невідомих параметрів кількості початкових і граничних умов крайової задачі при реалізації методу моделювання фізичних процесів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.

У **третьому розділі** розроблено методику моделювання фізичних процесів і полів на великих часових інтервалах відображення динаміки ТО.

На *першому етапі* відрізки аргументів $[0, H_1]$, $[0, H_2]$ покриваємо сітками з рівними кроками $H_{1\nu}$, $H_{2\nu}$, де $\nu = 0, 1, 2, ..., n-1$. Кожен з відрізків $[x_{1\nu}, x_{1\nu} + H_{1\nu}]$, $[x_{2\nu}, x_{2\nu} + H_{2\nu}]$, $\nu = 0, 1, 2, ..., n-1$ поділимо на дві рівні частини $[x_{1\nu}, x_{1\nu} + h_{1\nu}]$, $\left[x_{1\nu+1} - \overline{h}_{1\nu}, x_{1\nu+1}\right]$ і $[x_{2\nu}, x_{2\nu} + h_{2\nu}]$, $\left[x_{2\nu+1} - \overline{h}_{2\nu}, x_{2\nu+1}\right]$, де $h_{1\nu} = \overline{h}_{1\nu} = \frac{H_{1\nu}}{2}$, $h_{2\nu} = \overline{h}_{2\nu} = \frac{H_{2\nu}}{2}$.

Другий етап полягає в переведенні диференційних рівнянь ТО в частинних похідних в область зображень на основі диференціальних перетворень (3)–(6).

Третій етап методики полягає в рекурентному обчисленні дискрет диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ за виразами на основі початкових дискрет, послідовно надаючи цілочисловим аргументам k_1 і k_2 значення 0, 1, 2, 3, … ∞ .

На *четвертому етапі* здійснюється процедура спряження прямих і зворотних диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$ і $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ чи $U_{2\nu}(x_1,k_2)$ і $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ на основі умов спряження в точці спряження (7)–(8) та умов спряження за похідними (9)–(10).

П'ятий етап методики полягає в розв’язанні звичайних диференційних рівнянь, отриманих на попередньому етапі будь-яким відомим методом.

На *шостому етапі* здійснюється обернений перехід із області зображень в область оригіналів на основі виразів (3)–(6) справа.

Розроблену методику апробовано на нестаціонарних фізичних процесах на великих часових інтервалах, що дозволило розробити метод моделювання відповідних процесів на основі системи зміщених диференціальних спектрів.

У третьому розділі також розроблено метод моделювання нестаціонарних фізичних процесів в області диференціальних зображень із обмеженою кількістю дискрет диференціального спектру, який дозволяє на великому часовому інтервалі досягнути заданого рівня похибки моделювання.

Дослідження проведено для фізичних процесів в області (1), що описуються диференційним рівнянням в частинних похідних моделлю

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f_1\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right), \tag{31}$$

де f_1 – задана неперервна функція.

В межах великого часового інтервалу $[0,H]$ застосуємо n зміщених диференціальних перетворень

$$U_\nu(x,k) = \frac{h^k}{k!}\left[\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k}\right]_{t=t_\nu},\quad u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t-t_\nu}{h}\right)^k U_\nu(x,k), \tag{32}$$
$$t_\nu = h(2\nu-1),\ \nu = 1,\ 2,\ 3,\dots,\ n,$$

де $U_\nu(x,k)$ – зміщені диференціальні зображення функції $u(x,t)$; t_ν – фіксовані точки часового аргументу, в яких будується диференціальний спектр $U_\nu(x,k)$, $\nu =$ 1, 2, …, n; h – стала величина, яка розраховується з умови досягнення заданого рівня похибки моделювання при врахуванні q дискрет диференціального спектра $U_\nu(x,k)$.

Висвітлено особливість методу, що полягає в накладанні умови, згідно якої стала величина h визначається із виразу оцінки зверху похибки моделювання ε згідно з Лагранжем

$$h \geq \sqrt[q+1]{\frac{\varepsilon(q+1)!}{\sup\limits_{\substack{0\le x\le H_x\\ 0\le t\le H}} u^{(q+1)}(x,t)}}, \tag{33}$$

де $u^{(q+1)}(x,t) = \dfrac{\partial^{q+1} u(x,t)}{\partial t^{q+1}}$.

Таким чином, розроблений метод дозволяє знизити обчислювальну складність і похибку моделювання нестаціонарних фізичних процесів.

У **четвертому розділі** наведено приклади застосування розроблених моделей, методів і методик для моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів у різних прикладних галузях.

Проведено чисельно-аналітичне моделювання динамічних процесів у інформаційно-обчислювальній системі (ІОС).

Дослідження виконано для математичної моделі процесів зміни динаміки стану сервера у векторному вигляді

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = f_i(t, P_i(t), \lambda(t), \mu(t)),\ P_i(0) = P_{0i},\ \ 0 \le t \le T,\ i = \overline{1,n}, \tag{34}$$

де $P_i(t)$ – вектор ймовірностей знаходження сервера в заданих станах; $\lambda(t)$ – інтенсивність типових санкціонованих експлуатаційних дій; $\mu(t)$ – інтенсивність збурюючих дій; P_{0i} – вектор початкових умов; $[0,T]$ – інтервал часу t моделювання динамічного процесу; f_i – задана аналітична функція.

Вектори інтенсивності $\lambda(t)$ і $\mu(t)$ можуть бути знайдені на основі диференціально-ігрового методу моделювання процесів у ІОС. Тому систему (34) можна представити у вигляді

$$\frac{dP(t)}{dt} = \varphi(t, P(t)),\ P(0) = P_0,\ 0 \le t \le t_m. \tag{35}$$

У випадку моделювання системи (35) на значному часовому інтервалі із застосуванням розробленої методики, часовий відрізок $[0, t_m]$ розбиваємо на n рівних частин $H = \dfrac{t_m}{n}$ інтервалу відображення шаблону подій.

Математичну модель (35) подають у вигляді системи локальних векторних рівнянь

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \varphi_i(t, P_i(t)),\ P(0) = P_0,\ i = \overline{1,n}, \tag{36}$$

де $i = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ n$.

Застосувавши метод моделювання на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, система локальних рівнянь (36) в області зображень приймає наступний вигляд

$$P_i(k+1) = \frac{h}{k+1} \Phi_i\left(T_i(k), P_i(k)\right),\ P(0) = P_0, \tag{37}$$

де $i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1$.

Зворотний диференціальний спектр $P_{i+1}(k)$ системи локальних рівнянь (36) отримаємо у вигляді

$$P_{i+1}(k+1) = \frac{h}{k+1} \Phi_{i+1}\left(T_{i+1}(k), P_{i+1}(k)\right), \tag{38}$$

де $i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

На практиці для умови спряження спектрів $P_i(t)$ і $P_{i+1}(t)$ у точці $t_i + h$ використовується наближене рівняння, що складається з визначеної кількості дискрет диференціальних спектрів

$$\sum_{k=0}^{q} P_i(k) \approx \sum_{k=0}^{q} (-1)^k P_{i+1}(k), \tag{39}$$

де $k = 0,\ 1,\ 2,\ ...,q$; $i = 0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n-1$.

Числово-аналітичне моделювання динамічних процесів ІОС (36) полягає в наступному.

На *першому кроці* за виразом (37) при $i = 0$ і $P(0) = P_0$ числово розраховують диференціальний спектр $P_0(k)$. Потім за виразом (38) при $i = 0$ і $P_1(0) = P_1$ аналітично формують диференціальний спектр $P_1(k)$. Підстановка диференціальних спектрів $P_0(k)$ і $P_1(k)$ у вираз (39) при $i = 0$ дає рівняння для обчислення невідомої величини $P_1(t = H) = P_1$.

Другий і всі наступні кроки обчислень функції $P_i(t = iH)$ виконують аналогічним чином. Наприклад, на другому кроці обчислень при $i = 1$, $P_1(0) = P_1(t = H) = P_1$ за рекурентним виразом (37) числово розраховують диференціальний спектр $P_1(k)$. Потім за виразом (38) при $i = 1$, $P_2(0) = P_2$ аналітично визначають диференціальний спектр $P_2(k)$. Підстановка диференціальних спектрів $P_1(k)$ і $P_2(k)$ у вираз (39) при $i = 1$ дає рівняння для обчислення P_2.

Також у четвертому розділі проведено моделювання теплового поля в композиційних елементах обшивки багаторазових пілотованих космічних апаратів.

Дослідження проведено для теплового поля в тонкій прямокутній пластинці ABCE (рис. 1). Через контактну область CD пластинки тепло рівномірно підводиться, а через сторону AB – рівномірно відводиться. Нехай дві інші сторони AE і BC покриті тепловою ізоляцією. Потрібно знайти стаціонарну температуру внутрішніх точок пластинки.

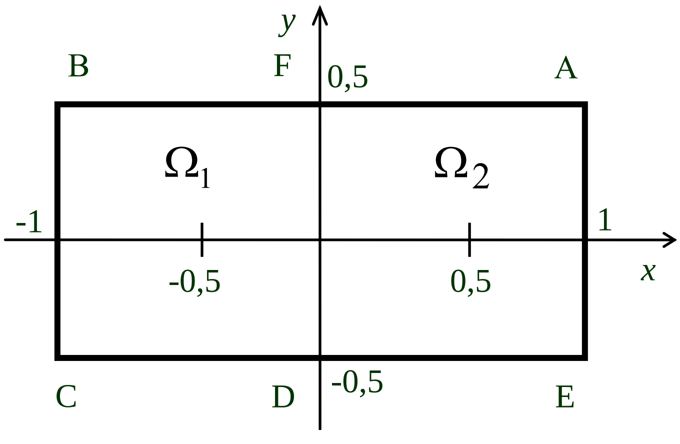

Рис. 1. Область моделювання теплового поля пластини

Ця задача зводиться до розв'язку крайової задачі Лапласа

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0 \tag{40}$$

зі змішаними граничними умовами

$$u\big|_{AB} = 0,\ u\big|_{CD} = 1,\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{BC \cup AED} = 0, \tag{41}$$

де ν – нормаль до границі.

Моделювання виконано для області Ω_1, обмеженої прямокутником BCDF, та зони Ω_2 – прямокутником AEDF із застосуванням методу на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів (3)–(10).

Точний аналітичний розв'язок задачі в області Ω_1 приймає вигляд

$$u_1(x,y)=0,5-y-(y+0,5)\left\{C_2\left[1-\frac{4}{3}(y+0,5)^2\right]\left(e^{-2\sqrt{2}(x+2)}+e^{2\sqrt{2}x}\right)-\right.$$
$$\left.-C_4\left[1-4(y+0,5)^2\right]\left(e^{-2\sqrt{6}(x+2)}+e^{2\sqrt{6}x}\right)\right\},\ \textit{при}\quad y\in[0;-0,5], \tag{42}$$

$$\bar{u}_1(x,y)=0,5-y+(y-0,5)\left\{\bar{C}_2\left[1-\frac{4}{3}(y+0,5)^2\right]\left(e^{-2\sqrt{2}(x+2)}+e^{2\sqrt{2}x}\right)+\right.$$
$$\left.+\bar{C}_4\left[1-4(y-0,5)^2\right]\left(e^{-2\sqrt{6}(x+2)}+e^{2\sqrt{6}x}\right)\right\},\ \textit{при}\quad y\in[0;0,5], \tag{43}$$

де знайдені сталі інтегрування дорівнюють $C_2=0,534$, $C_4=-0,35$, $\bar{C}_2=0,453$, $\bar{C}_4=-0,14$.

Точний аналітичний розв'язок крайової задачі в зоні Ω_2 має вигляд

$$u_2(x,y)=Aa_2\left(e^{p_1(x-2)}+e^{-p_1x}\right)+Ba_4\left(e^{p_3(x-2)}+e^{-p_3x}\right),\ \textit{при}\ \ y\in[0;-0,5], \tag{44}$$

$$\bar{u}_2(x,y)=(y-0,5)\left[\bar{A}\bar{a}_2\left(e^{p_1(x-2)}+e^{-p_1x}\right)+\bar{B}\bar{a}_4\left(e^{p_3(x-2)}+e^{-p_3x}\right)\right],\ \textit{при}\ \ y\in[0;0,5], \tag{45}$$

де $A=0,132\left(1-\frac{p_1^2}{2}(y+0,5)^2\right)$, $a_2=-0,154$, $p_1=4,115$, $B=-0,632\left(1-\frac{p_3^2}{2}(y+0,5)^2\right)$,

$a_4=-0,629$, $p_3=1,506$, $\bar{A}=1-\frac{p_1^2}{6}(y-0,5)^2$, $\bar{a}_2=0,125$, $\bar{B}=1-\frac{p_3^2}{6}(y-0,5)^2$, $\bar{a}_4=-0,773$.

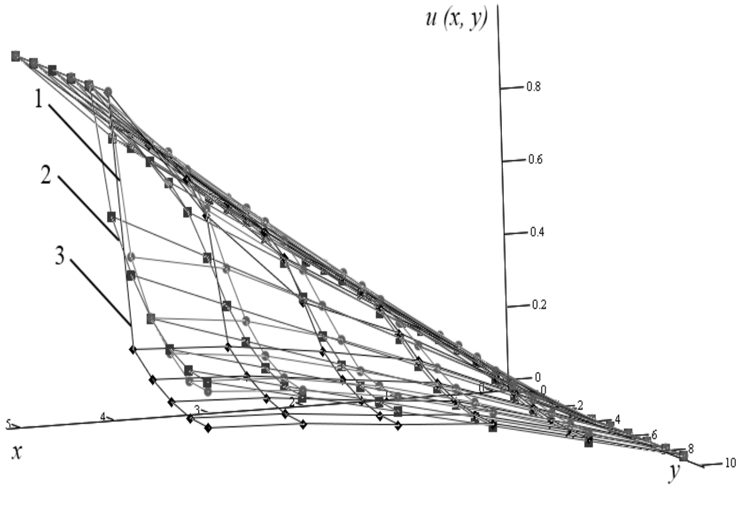

Рис. 2. Результати моделювання теплового поля прямокутної пластини: 1 – методом R-функцій; 2 – системою одновимірних диференціальних спектрів; 3 – знайдений аналітичний розв’язок запропонованим методом

Програмну реалізацію задачі моделювання проведено засобами пакету Mathcad та подано на рис. 2.

Результати моделювання теплового поля (44)–(45) на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, яке описується моделлю (40)–(41) практично співпадають з результатами розв'язку задачі методом R-функцій та результатами моделювання системою одновимірних диференціальних спектрів.

Отже, отримано точний аналітичних розв'язок змішаної крайової задачі в кусково-однорідних середовищах, що значно зменшує обчислювальну складність моделювання фізичних процесів на ЕОМ, яка пов'язана із реалізацією числових методів розв'язку крайових задач. Набуло подальшого розвитку обґрунтування символьного моделювання нестаціонарного теплового поля тонкої прямокутної пластини на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, що на відміну від вищезазначених відомих, дало можливість на регулярній основі отримувати аналітичні розв'язки крайової задачі даного класу.

У **додатках** наведено приклади фізичних процесів і полів, порядок переходу з однієї в іншу системи координат, теоретичні відомості про диференціальні перетворення та акти впроваджень результатів дисертаційної роботи.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримано теоретичне узагальнення і нове вирішення важливого науково-технічного завдання, що полягає в підвищенні точності та ефективності символьних математичних описів фізичних процесів і полів об'єктів нової техніки й нових технологій їх експлуатації у різних режимах функціонування. В рамках досягнення мети досліджень і вирішення актуального наукового завдання були отримані наступні результати.

1. Проведено аналіз відомих підходів до моделювання фізичних процесів і полів та обґрунтовано доцільність розроблення методів моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.

2. Вперше розроблено метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих застосуванням алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, що дозволяє знизити оцінку зверху абсолютної похибки моделювання в 2^q разів, де q – номер останньої врахованої дискрети.

3. Набув подальшого розвитку метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих включенням у баланс диференціальних спектрів початкових і граничних умов в такій формі, яка дозволяє регуляризувати некоректну задачу.

4. Вдосконалено метод моделювання фізичних процесів, який відрізняється від відомих вирішень некоректної задачі застосуванням системи одновимірних диференціальних перетворень, які в області зображень забезпечують спряження диференціальних спектрів, що дозволяє зменшити обчислювальну складність.

5. Вперше розроблено методику моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, яка відрізняється від відомих зменшеною величиною верхньої межі похибки, що дозволяє моделювати фізичні процеси і поля на розширених інтервалах.

6. Набула подальшого розвитку технологія моделювання динамічних процесів у інформаційно-обчислювальних системах на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів на великих часових інтервалах, що на відміну від відомих дозволяє отримувати клас точних аналітичних моделей відповідних процесів.

7. Набуло подальшого розвитку обґрунтування символьного моделювання нестаціонарного теплового поля тонкої прямокутної пластини на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, що на відміну від відомих

дало можливість на регулярній основі отримувати аналітичні розв’язки крайової задачі даного класу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Молодецька К. В. Метод моделювання фізичних полів і процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів / Баранов В. Л., Костюченко Р. М., Молодецька К. В. // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – Житомир : ЖДТУ, 2009. – № 2 (49). – С. 59 – 68. – *автору належить метод моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.*
2. Молодецька К. В. Особливості моделювання фізичних полів і процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів із значною кількістю дискрет / Баранов В. Л., Костюченко Р. М., Молодецька К. В. // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – Київ : ДУІКТ, 2009. – № 7 (4). – С. 312 – 322. – *автору належить метод регуляризації некоректної задачі моделювання на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів та моделювання нестаціонарного процесу в однорідному стержні.*
3. Молодецька К. В. Оцінка похибки моделювання фізичних полів і процесів системою прямих і зворотних диференціальних спектрів / Баранов В. Л., Костюченко Р. М., Молодецька К. В. // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – Житомир : ЖДТУ, 2009. – № 3 (50). – С. 71 – 77. – *автору належить метод оцінки похибки моделювання на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.*
4. Молодецкая Е. В. Численно-аналитический метод моделирования динамических процессов в системах защиты информации / В. Л. Баранов, Е. В. Молодецкая // Захист інформації. – Київ : ДУІКТ, 2009. – № 4 (45). – С. 21 – 25. – *автору належить числово-аналітичний метод моделювання динамічних процесів у інформаційно-обчислювальній системі на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.*
5. Молодецька К. В. Методика моделювання фізичних полів і процесів в областях великого розміру / Баранов В. Л., Костюченко Р. М., Молодецька К. В. // Проблеми створення, випробовування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем. Вип. 2 / Житомирський військовий інститут ім. С. П. Корольова Національного авіаційного університету. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2009. – С. 118 – 125. – *автору належить методика моделювання фізичних процесів і полів у розширених областях.*
6. Молодецька К. В. Моделювання нестаціонарних фізичних процесів на великих часових інтервалах / Баранов В. Л., Костюченко Р. М., Молодецька К. В. // Інформаційна безпека. – 2010. – № 1 (3). – С. 65 – 72. – *автору належить метод моделювання нестаціонарних фізичних процесів на розширених часових інтервалах.*
7. Молодецька К. В. Моделювання теплового поля системою прямих і зворотних диференціальних спектрів / Молодецька К. В. // Вісник Херсонського

національного технічного університету. – Херсон : ХНТУ, 2010. – № 2 (38). – С. 453 – 462.

8. Молодецька К. В. Моделювання фізичних процесів системою одномірних диференціальних перетворень / Баранов В. Л., Молодецька К. В., Шевченко О. М. // Захист інформації. – Київ : ДУІКТ, 2010. – №4. – С. 90 – 96. – *автору належить метод моделювання фізичних процесів двоступеневою системою одновимірних диференціальних перетворень.*

9. Молодецька К. В. Метод комп’ютерного моделювання фізичних полів і процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів / Молодецька К. В. // Математичне моделювання та інформаційні технології : IX конф. : 20 – 22 жовт. 2009 р. : зб. тез. – Одеса : ОДАХ, 2009. – С. 74 – 75.

10. Молодецька К. В. Чисельно-аналітичний метод моделювання динамічних процесів в системах захисту інформації / В. Л. Баранов, К. В. Молодецька // Сучасні інформаційно-комунікаційні технології : V міжнар. наук. – тех. конф. : 5 – 9 жовт. 2009 р. : зб. тез. – Київ : ДУІКТ, 2009. – С. 162 – 163. – *автору належить метод моделювання динамічних процесів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.*

11. Молодецька К. В. Оцінка похибки методу комп’ютерного моделювання фізичних полів і процесів системою прямих і зворотних диференціальних спектрів / Т. М. Булана, К. В. Молодецька // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS – 2009) : VII міжнар. наук.-практ. конф. : 25 – 27 листоп. 2009 р. : тези доп. – Дніпропетровськ : ДНУ, 2009. – С. 188 – 190. – *автору належить метод оцінки похибки комп’ютерного моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів.*

12. Молодецька К. В. Моделювання транспортних потоків на великих часових інтервалах / Молодецька К. В. // LXVI наук. конф. проф. – викл. складу, асп., студ. та прац. відокремлених структ. підрозд. унів. : тези доп. – К. : НТУ, 2010. – С. 319 – 320.

13. Молодецька К. В. Особливості комп’ютерного моделювання фізичних полів і процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів із значною кількістю дискрет / К. В. Молодецька, І. І. Сугоняк // Інформаційно-комп’ютерні технології 2010 : V міжнародна наук. – тех. конф. : 20 – 22 трав. 2010 р. : тези. – Житомир : ЖДТУ, 2010. – С. 12 – 13. – *автору належить метод регуляризації некоректної задачі моделювання фізичних процесів і полів.*

14. Молодецька К. В. Застосування системи прямих і зворотних диференціальних спектрів для моделювання теплового поля / Молодецька К. В. // Комп'ютерні науки та інженерія 2010 (CSE – 2010) : міжнар. наук. конф. : 25 – 27 листоп. 2010 р. : тези. – Львів : Львівська політехніка, 2010. – С. 212 – 213.

15. Молодецька К. В. Чисельно-аналітичний метод моделювання транспортних потоків на великих часових інтервалах / Молодецька К. В. // Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління : І наук.-тех. конф. : 13 – 14 грудня 2010 р. : тези. – Х. : ДП "ХНДІ ТМ"; К. : ДП "ЦНДІ НіУ", 2010. – С. 12 – 13.

АНОТАЦІЯ

Молодецька К. В. Підвищення точності моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів. – Рукопис.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 − Математичне моделювання та обчислювальні методи. − Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", Київ, 2011.

Дисертація присвячена розв'язанню актуальної наукової задачі підвищення точності та ефективності символьних математичних описів фізичних процесів і полів об'єктів нової техніки та нових технологій їх експлуатації в різних режимах функціонування.

Вперше розроблено метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих застосуванням алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, що дозволяє знизити оцінку зверху абсолютної похибки моделювання в 2^q разів, де q – номер останньої врахованої дискрети. Набув подальшого розвитку метод моделювання фізичних процесів і полів, який відрізняється від відомих включенням в баланс диференціальних спектрів початкових і граничних умов в такій формі, яка дозволяє регуляризувати некоректну задачу. Вдосконалено метод моделювання фізичних процесів, який відрізняється від відомих вирішень некоректної задачі застосуванням системи одновимірних диференціальних перетворень, які в області зображень забезпечують спряження диференціальних спектрів, що дозволяє зменшити обчислювальну складність. Вперше розроблено методику моделювання фізичних процесів і полів на основі алгебраїчних властивостей диференціальних спектрів, яка відрізняється від відомих зменшеною величиною верхньої межі похибки, що дозволяє моделювати фізичні процеси і поля на розширених інтервалах.

Ключові слова: моделювання, фізичні процеси і поля, диференціальні перетворення, похибка моделювання.

ABSTRACT

Molodetska K. V. Improving the accuracy of modeling of physical processes and fields based on algebraic properties of differential spectra. – Manuscript.

Dissertation for getting the degree of candidate of technical science, speciality 01.05.02 – Mathematical Simulation and Computational Approaches. – National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, 2011.

Dissertation is sanctified to the decision of actual scientific task of increase of exactness and efficiency of symbol mathematical descriptions of physical processes and fields of objects of new technique and new technologies of their exploitation in the different modes of functioning.

The method of design of physical processes and fields is first worked out, that differs from the properties of algebra of differential spectrums known for application, that allows to bring down an estimation from above absolute error of design at 2^q one times, where q is a number of last taken into account discretes. The method of design of physical processes and fields purchased further development, that differs from known plugging in balance of differential spectrums of initial and maximum conditions in such form that allows regularizate an ill-conditioned problem. The method of design of physical processes, that differs from the known decisions of ill-conditioned problem application the systems of unidimensional differential transformations, that in area of images provide the interface of differential spectrums, that allows to decrease calculable complication is improved. Methodology of design of physical processes and fields is first worked out on the basis of properties of algebra of differential spectrums, that differs from known the diminished size of top limit of error, that allows to design physical processes and fields on the extended intervals.

Keywords: modeling, physical processes and fields, differential transformations, modeling error.

АННОТАЦИЯ

Молодецкая Е. В. Повышение точности моделирования физических процессов и полей на основе алгебраических свойств дифференциальных спектров. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук за специальностью 01.05.02 – Математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", Киев, 2011.

Диссертация посвящена решению актуальной научной задачи повышения точности и эффективности символьных математических описаний физических процессов и полей объектов новой техники и новых технологий их эксплуатации в разных режимах функционирования на основе решающих функций, которые аналитически полно удовлетворяют дифференциальным уравнениям в частных производных с заданными начальными и граничными условиями на пространственно-временной области моделирования за техническим назначением и ресурсными ограничениями.

В работе проведен анализ известных подходов к моделированию физических процессов и полей и обоснована целесообразность разработки методов моделирования физических процессов и полей на основе алгебраических свойств дифференциальных спектров.

Впервые разработаны модели прямых и обратных дифференциальных спектров, которые отличаются от известных применением алгебраических свойств дифференциальных спектров, что дает возможность повысить точность моделирования физических процессов и полей относительно одномерных дифференциальных преобразований моделей.

Впервые разработан метод моделирования физических процессов и полей, который основывается на применении алгебраических свойств дифференциальных спектров, что позволяет снизить оценку сверху абсолютной погрешности моделирования в 2^q раз, где q – номер последней учтенной дискреты. Развит метод моделирования физических процессов и полей, который

отличается от известных включением в баланс дифференциальных спектров начальных и граничных условий в такой форме, которая позволяет регуляризовать некорректную задачу.

Усовершенствован метод моделирования физических процессов, который отличается от известных решений некорректной задачи применением системы одномерных дифференциальных преобразований, которые в области изображений обеспечивают сопряжение дифференциальных спектров, что позволяет уменьшить вычислительную сложность.

Впервые разработана методика моделирования физических процессов и полей на основе алгебраических свойств дифференциальных спектров, которая отличается от известных уменьшенной величиной верхнего предела погрешности, что позволяет моделировать физические процессы и поля на расширенных интервалах.

Предложенную методику апробировано на нестационарных физических процессах на больших временных интервалах, что позволило разработать метод моделирования соответствующих процессов на основе системы смещенных дифференциальных спектров, который позволяет уменьшить погрешности и расширить интервалы моделирования физических процессов. Также разработан метод моделирования нестационарных физических процессов в области дифференциальных изображений с ограниченным количеством дискрет дифференциального спектра, который позволяет на большом временном интервале достичь заданного уровня погрешности моделирования.

Развито аналитическое моделирование динамических процессов в информационно-вычислительной системе, что в отличие от известных, точно описывают процессы, которые протекают системе в реальном и ускоренном времени. В результате разработанные модели позволяют повышать оперативность контроля функционирования системы и повышать ее эффективность функционирования в целом.

Приобрело дальнейшее развитие обоснование символьного моделирования нестационарного теплового поля тонкой прямоугольной пластины на основе алгебраических свойств дифференциальных спектров, что в отличие от известных методов дало возможность на регулярной основе получать аналитические решения краевой задачи данного класса.

Рассмотренные в работе примеры применения разработанных моделей, методов и методик для моделирования физических процессов и полей в сложных динамических системах разных прикладных отраслей подтверждают эффективность использования алгебраических свойств дифференциальных спектров для повышения точности моделирования.

Применение разработанных моделей, методов и методик позволяет решать задачи управления в реальном и ускоренном времени с целью повышения эффективности функционирования сложных динамических систем с распределенными параметрами.

Ключевые слова: моделирование, физические процессы и поля, дифференциальные преобразования, погрешность моделирования.

Підписано до друку 13.05.2011 р.
Папір друкарський. Друк офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 0,9. Формат 60×90/16.
Наклад 100 примірників. Зам. № ______
Віддруковано з готових оригінал-макетів автора
в ПП «Рута», м. Житомир, вул. М. Бердичівська, 17-а.
Реєстраційне свідоцтво: серія ДК № 3671 від 14.01.2010