

## МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ СИСТЕМОЮ ОДНОМІРНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

**Постановка проблеми.** Управління об'єктами з розподіленими параметрами потребує моделювання фізичних процесів в реальному часі. Це може бути виконано шляхом спрощення процесу моделювання засобами ЕОМ на основі застосування чисельно-аналітичних методів розв'язання крайових задач, які на сьогодні недостатньо розвинені і вимагають подальших досліджень.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій** [1-7] показав, що чисельно-аналітичні методи моделювання фізичних процесів розробляються на основі інтегральних і диференціальних перетворень математичних моделей. Область застосування методів інтегральних перетворень обмежується дослідженням лінійних математичних моделей [4]. Моделювання фізичних процесів багатомірними диференціальними перетвореннями [5,6] дозволяє моделювати нелінійні процеси, але дуже ускладнює процес моделювання. Відомі чисельно-аналітичні методи моделювання на основі використання одномірних диференціальних перетворень [3] потребують вирішення некоректної задачі у випадку перевищення кількості невідомих параметрів опису фізичного процесу кількості початкових і граничних умов крайової задачі.

**Мета статті** полягає в розробці методу моделювання фізичних процесів на основі системи одномірних диференціальних перетворень, що дозволяє виключити необхідність вирішення некоректної задачі і цим спростити процес моделювання.

Розглянемо фізичні процеси, які моделюються функцією  $u(x,t)$  двох незалежних змінних в області:

$$0 \leq |x| \leq H_x, \quad 0 \leq t \leq H_t, \quad (1)$$

де  $H_x, H_t$  – задані додатні сталі;  $t$  – час;  $x$  – просторова змінна.

Обмежимося класом фізичних процесів, які описуються диференціальним рівнянням з частинними похідними у вигляді:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = f\left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right), \quad (2)$$

де  $f$  – задана неперервна функція.

Початкові умови для рівняння (2) мають вигляд:

$$u(x,0) = u_0(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = Q(x), \quad (3)$$

де  $u_0(x), Q(x)$  – задані функції.

Граничні умови для рівняння (2) задаються у вигляді:

$$\begin{aligned} u(x,t)|_{x \in \Gamma} &= \alpha(t) - \text{умови Діріхле,} \\ \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial N} \right|_{x \in \Gamma} &= \beta(t) - \text{умови Неймана,} \\ \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial N} + \mu u(x,t) \right|_{x \in \Gamma} &= \gamma(t) - \text{змішані умови,} \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\alpha, \beta, \gamma$  – задані неперервні функції, які визначені на граничній поверхні  $\Gamma$ ;

$\mu$  – задана стала величина;

$\frac{\partial u}{\partial N}$  – означає похідну, яка взята в точці граничної поверхні  $\Gamma$  в напрямку внутрішньої (чи зовнішньої) нормалі  $N$  до неї.

Область змінної  $x$  поділимо на два відрізки  $h$ , тому  $h = \frac{H_x}{2}$ . Метод моделювання фізичних процесів побудуємо на основі системи одномірних диференціальних перетворень по змінній  $x$  [3]:

$$U(q,t) = \frac{h^q}{q!} \left[ \frac{\partial^q u(x,t)}{\partial x^q} \right]_{x=0}, \quad u(x,t) = \sum_{q=0}^{\infty} \left( \frac{x}{h} \right)^q U(q,t); \quad (5)$$

$$\bar{U}(q,t) = \frac{h^q}{q!} \left[ \frac{\partial^q u(x,t)}{\partial x^q} \right]_{x=H_x}, \quad u(x,t) = \sum_{q=0}^{\infty} \left( \frac{x-H_x}{h} \right)^q \bar{U}(q,t), \quad (6)$$

де  $q$  - цілочисельний аргумент, який приймає значення  $0, 1, 2, \dots, \infty$ ;

$U(q,t)$  - диференціальне зображення функції  $u(x,t)$  в точці  $x=0$ ;

$\bar{U}(q,t)$  - диференціальне зображення функції  $u(x,t)$  в точці  $x=H_x=2h$ ;

$h = \frac{H_x}{2}$  - додатна стала.

Диференціальні зображення  $U(q,t)$ ,  $\bar{U}(q,t)$  прийнято називати диференціальними спектрами [7], а їх значення при фіксованих значеннях цілочисельний аргументів – дискретами диференціальних спектрів.

Переведемо диференціальне рівняння з частинними похідними (2) в область зображень диференціальними перетвореннями (5) і (6):

$$U(q+2,t) = \frac{h^2}{(q+1)(q+2)} F \left[ q,t, U(q,t), \frac{q+1}{h} U(q+1,t), \frac{dU(q,t)}{dt}, \frac{q+1}{h} \frac{dU(q+1,t)}{dt}, \frac{d^2U(q,t)}{dt^2} \right]; \quad (7)$$

$$\bar{U}(q+2,t) = \frac{h^2}{(q+1)(q+2)} \bar{F} \left[ q,t, \bar{U}(q,t), \frac{q+1}{h} \bar{U}(q+1,t), \frac{d\bar{U}(q,t)}{dt}, \frac{q+1}{h} \frac{d\bar{U}(q+1,t)}{dt}, \frac{d^2\bar{U}(q,t)}{dt^2} \right]. \quad (8)$$

де  $F$  і  $\bar{F}$  - зображення функції  $f$  на основі диференціальних перетворень (5) і (6) відповідно.

Диференціальне рівняння (2) частинними похідними в області зображень набуло вигляду рекурентних виразів (7) і (8), які дають змогу знайти дискрети диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$  послідовно надаючи цілочисельні значення  $0, 1, 2, 3, \dots$  аргументу  $q$ .

Початкові дискрети диференціальних  $U(0,t)$ ,  $U(1,t)$  і  $\bar{U}(0,t)$ ,  $\bar{U}(1,t)$ , які необхідні для реалізації рекурентних обчислень (7) і (8), знайдемо із граничних умов (4) і основних властивостей диференціальних перетворень [5-7]:

$$U(0,t) = u(x,t)|_{x=0}; \quad U(1,t) = h \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0}; \quad (9)$$

$$\bar{U}(0,t) = u(x,t)|_{x=H_x}; \quad \bar{U}(1,t) = h \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=H_x}. \quad (10)$$

Якщо частина граничних умов у виразах (9), (10) невідома, то їх слід задати в символічному вигляді як невідому функцію часу.

Математичний опис фізичного процесу в області зображень отримуємо шляхом рекурентного обчислення в аналітичному вигляді дискрет диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$  за виразами (7) і (8) на основі початкових дискрет (9), (10) відповідно. У виразах дискрет диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$  є невідомі початкові дискрети у вигляді функцій часу, які треба визначити.

З цією метою застосовуються умови спряження функції  $u(x,t)$  і її похідної  $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$  у точці  $x_c = \frac{Hx}{2} = h$ . На основі правих виразів диференціальних перетворень (5) і (6) умови спряження набувають вигляду:

$$u(x_c, t) = \sum_{q=0}^{\infty} U(q, t) = \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q \bar{U}(q, t), \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=h} = \sum_{q=0}^{\infty} (q+1)U(q+1, t) = \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q (q+1)\bar{U}(q+1, t) \quad (12)$$

Якщо врахувати обмежену кількість дискрет диференціальних спектрів  $U(q, t)$  і  $\bar{U}(q, t)$ , то умови спряження (11) і (12) набувають вигляду:

$$\sum_{q=0}^n U(q, t) = \sum_{q=0}^n (-1)^q \bar{U}(q, t), \quad (13)$$

$$\sum_{q=0}^n (q+1)U(q+1, t) = \sum_{q=0}^n (-1)^q (q+1)\bar{U}(q+1, t). \quad (14)$$

В роботі [8] доведено, що у випадку врахування обмеженої кількості дискрет диференціальних спектрів  $U(q, t)$  і  $\bar{U}(q, t)$  верхня межа похибки оцінюється величиною  $2^{-n} \varepsilon$ , де  $n$  - номер останніх врахованих дискрет диференціальних спектрів, а  $\varepsilon$  - похибка, яка виникає при врахуванні скінченного числа членів ряду Тейлора в диференціальних перетвореннях (5) і (6). Ця похибка може бути оцінена наближено по Коші і точно за формулою Лагранжа чи Ейлера-Лагранжа [9]. Система (13), (14) має вигляд системи звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомих функцій часу, від яких залежать початкові дискрети  $U(0, t)$ ,  $U(1, t)$  і  $\bar{U}(0, t)$ ,  $\bar{U}(1, t)$  диференціальних спектрів  $U(q, t)$  і  $\bar{U}(q, t)$ . З метою визначення невідомих дискрет диференціальних спектрів  $U(q, t)$  і  $\bar{U}(q, t)$  застосуємо однімірні диференціальні перетворення по змінній  $t$ :

$$U(q, k) = \frac{H^k}{k!} \left[ \frac{\partial^k U(q, t)}{\partial t^k} \right]_{t=0}; \quad U(q, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{t}{H} \right)^k U(q, k), \quad (15)$$

де  $H$  - задана додатна стала, яка звичайно дорівнює відрізу часу процесу, що моделюється;  $k$  - цілочисельний аргумент.

Переведемо рівняння (13), (14) в область зображень на основі однімірних диференціальних перетворень (15):

$$\sum_{q=0}^n U(q, k) = \sum_{q=0}^n (-1)^q \bar{U}(q, k), \quad (16)$$

$$\sum_{q=0}^n (q+1)U(q+1, k) = \sum_{q=0}^n (-1)^q (q+1)\bar{U}(q+1, k). \quad (17)$$

Система рівнянь (16), (17) надає змогу визначити усі дискрети  $U(q, k)$  і  $\bar{U}(q, k)$ , якщо врахувати початкові умови (3) і перевести їх в область зображень диференціальними перетвореннями (5), (6) і (15):

$$U(q, 0) = \frac{h^q}{q!} \left[ \frac{\partial^q u(x, 0)}{\partial x^q} \right]_{x=0}; \quad \bar{U}(q, 0) = \frac{h^q}{q!} \left[ \frac{\partial^q u(x, 0)}{\partial x^q} \right]_{x=Hx}, \quad (18)$$

$$U(q, 1) = HQ(q); \quad \bar{U}(q, 1) = H\bar{Q}(q), \quad (19)$$

де  $Q(q)$  - зображення (5) функції  $Q(x)$  в точці  $x = 0$ ;

$\bar{Q}(q)$  - зображення (6) функції  $Q(x)$  в точці  $x = Hx$ .

У випадку лінійного диференціального рівняння (2) система (16), (17) із врахуванням (18), (19) має вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих дискрет  $U(q, k)$  і  $\bar{U}(q, k)$ .

Після визначення дискрет  $U(q,k)$  і  $\bar{U}(q,k)$  на основі правого виразу (15) розраховуються дискрети диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$ :

$$U(q,t) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{t}{H}\right)^k U(q,k), \quad (20)$$

$$\bar{U}(q,t) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{t}{H}\right)^k \bar{U}(q,k). \quad (21)$$

Далі, на основі диференціальних спектрів (20), (21) і правих виразів (5), (6) відновлюється модельований процес в області оригіналів у вигляді:

$$u(x,t) = \sum_{q=0}^n \left(\frac{x}{h}\right)^q \sum_{k=0}^n \left(\frac{t}{H}\right)^k U(q,k), \quad \text{при } x \in [0, h]; \quad (22)$$

$$u(x,t) = \sum_{q=0}^n \left(\frac{x-H_x}{h}\right)^q \sum_{k=0}^n \left(\frac{t}{H}\right)^k \bar{U}(q,k), \quad \text{при } h \in [h, H_x = 2h]. \quad (23)$$

Запропонований метод моделювання фізичних процесів на основі одновимірних диференціальних перетворень (5), (6), (15) описує фізичних процес в області (1) у вигляді (22) і (23), який не містить невідомих параметрів, що потребують визначення. Тому реалізація запропонованого методу не потребує вирішення некоректної задачі, що виникає у випадку перевищення числа невідомих параметрів кількості початкових і граничних умов крайової задачі при реалізації методу моделювання фізичних процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів [3].

Це дозволяє спростити процес моделювання шляхом зменшення об'єму обчислень у порівнянні із відомим методом [3], який вимагає розв'язання некоректної задачі. Виконаємо порівняння запропонованого методу із методом моделювання на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів [3] на прикладі.

Розглянемо моделювання нестационарного процесу в однорідному стержні довжиною  $l = 1$ , який описується рівнянням:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < l = 1, \quad 0 < t \leq H, \quad (24)$$

при початкових

$$u(x,0) = \frac{chx}{sh1}, \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = -\frac{chx}{sh1}, \quad (25)$$

і граничних умовах

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=l=1} = e^{-t}. \quad (26)$$

Цей приклад має точний аналітичний розв'язок крайової задачі (24) – (26):

$$u(x,t) = \frac{chx}{sh1} e^{-t}. \quad (27)$$

Переведемо диференціальне рівняння з частинними похідними (24) в область зображень диференціальними перетвореннями (5) і (6):

$$U(q+2,t) = \frac{h^2}{(q+1)(q+2)} \frac{d^2 U(q,t)}{dt^2}, \quad (28)$$

$$\bar{U}(q+2,t) = \frac{h^2}{(q+1)(q+2)} \frac{d^2 \bar{U}(q,t)}{dt^2}, \quad (29)$$

де  $h = \frac{l}{2} = 0,5$ .

Початкові дискрети диференціальних спектрів  $U(0,t)$  і  $\bar{U}(0,t)$  при граничних умовах (26) невідомі. Тому задамо їх у символічному вигляді:

$$U(0,t) = \varphi(t), \quad \bar{U}(0,t) = \psi(t). \quad (30)$$

Граничні умови (26) дають змогу знайти за виразами (9), (10) перші дискрети диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$  при  $q=1$ :

$$U(1,t) = 0, \quad \bar{U}(1,t) = he^{-t}. \quad (31)$$

Для порівняння запропонованого методу із відомим [3] обмежимося кількістю дискрет  $n=3$ . Надаючи цілочисельному аргументу значення  $q=0,1$  з рекурентних виразів (28), (29) за початковими дискретами (30) і (31) знайдемо дискрети диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$  в аналітичному вигляді:

$$U(0,t) = \varphi(t), \quad U(1,t) = 0, \quad U(2,t) = \frac{h^2}{2} \ddot{\varphi}(t), \quad U(3,t) = 0; \quad (32)$$

$$\bar{U}(0,t) = \psi(t), \quad \bar{U}(1,t) = he^{-t}, \quad \bar{U}(2,t) = \frac{h^2}{2} \ddot{\psi}(t), \quad \bar{U}(3,t) = \frac{h^3}{6} e^{-t}. \quad (33)$$

де позначено  $\ddot{\varphi}(t) = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}$ ;  $\ddot{\psi}(t) = \frac{d^2\psi(t)}{dt^2}$ .

Умови спряження (13), (14) при диференціальних спектрах (32), (33) і  $n=3$  дають систему звичайних диференціальних рівнянь відносно невідомої функції  $\varphi(t)$  і  $\psi(t)$ :

$$\begin{cases} \varphi(t) + \frac{h^2}{2} \ddot{\varphi}(t) = \psi(t) + \frac{h^2}{2} \ddot{\psi}(t) - \left( h + \frac{h^3}{6} \right) e^{-t}, \\ h\ddot{\varphi}(t) = -h\ddot{\psi}(t) + \left( 1 + \frac{h^2}{2} \right) e^{-t}. \end{cases} \quad (34)$$

Застосуємо диференціальні перетворення (15) по змінній  $t$  і переведемо систему звичайних диференціальних рівнянь (34) в область зображень:

$$\begin{aligned} \Phi(k) + \frac{h^2(k+1)(k+2)}{2H^2} \Phi(k+2) &= \Psi(k) + \frac{h^2(k+1)(k+2)}{2H^2} \Psi(k+2) - \left( h + \frac{h^3}{6} \right) \frac{(-H)^k}{k!}; \\ \frac{h(k+1)(k+2)}{H^2} \Phi(k+2) &= -\frac{h(k+1)(k+2)}{H^2} \Psi(k+2) + \left( 1 + \frac{h^2}{2} \right) \frac{(-H)^k}{k!}. \end{aligned} \quad (35)$$

Початкові умови (25) згідно виразів (18), (19) в області зображень при  $q=0$  мають вигляд:

$$\begin{aligned} U(0,0) &= u(x,0)|_{x=0} = \frac{1}{sh1} = U(0,t)|_{t=0} = \Phi(0); \\ \bar{U}(0,0) &= u(x,0)|_{x=l=1} = \frac{ch1}{sh1} = \bar{U}(0,t)|_{t=0} = \Psi(0); \\ \Phi(1) &= U(0,1) = HQ(0) = -H \frac{chx}{sh1} \Big|_{x=0} = -\frac{H}{sh1}; \\ \Psi(1) &= \bar{U}(0,1) = H\bar{Q}(0) = -H \frac{chx}{sh1} \Big|_{x=l=1} = -H \frac{ch1}{sh1}. \end{aligned} \quad (36)$$

Використовуючи значення початкових дискрет з виразу (36) та послідовно надаючи значення цілочисельному аргументу  $k=0,1$  з системи рівнянь (35) визначимо потрібні дискрети диференціальних спектрів  $\Phi(k)$  та  $\Psi(k)$ :

$$\Psi(0) = \frac{ch1}{sh1}, \quad \Psi(1) = -H \frac{ch1}{sh1}, \quad \Psi(2) = \frac{H^2}{2h^2} \left[ \frac{1-ch1}{sh1} + h + \frac{h^3}{6} + \frac{h}{2} \left( 1 + \frac{h^2}{2} \right) \right], \quad (37)$$

$$\Psi(3) = -\frac{H}{3} \Psi(2);$$

$$\Phi(0) = \frac{1}{sh1}, \quad \Phi(1) = -\frac{H}{sh1}, \quad \Phi(2) = -\Psi(2) + \frac{H^2}{2h} \left( 1 + \frac{h^2}{2} \right), \quad (38)$$

$$\Phi(3) = -\Psi(3) - \frac{H^3}{6h} \left( 1 + \frac{h^2}{2} \right).$$

Диференціальні спектри (37) і (38) надають змогу знайти невідомі функції часу  $\varphi(t)$  і  $\psi(t)$  за правим виразом (15) при  $q = 0$ :

$$\psi(t) = \bar{U}(0,t) = \sum_{k=0}^{k=3} \left( \frac{t}{H} \right)^k \Psi(k), \quad (39)$$

$$\varphi(t) = U(0,t) = \sum_{k=0}^{k=3} \left( \frac{t}{H} \right)^k \Phi(k). \quad (40)$$

Підстановка функцій часу  $\psi(t)$  (39) і  $\varphi(t)$  (40) у вирази (32), (33) визначають дискрети диференціальних спектрів  $U(q,t)$  і  $\bar{U}(q,t)$ , на основі яких відновлюється процес в області оригіналів згідно виразів (22), (23).

Порівнюємо похибки моделювання фізичного процесу (24) – (26) запропонованим методом з відомими методами, які застосовують одномірні диференціальні перетворення [3].

Дане рівняння при  $t = 0,5$ ;  $x = 1$  згідно точного розв'язку (27) дає значення  $u_m = 0,796396$ . В [3] наведені дані, згідно яких рішення крайової задачі (24) – (26) в точці  $t = 0,5$ ;  $x = l = 1$  на основі одного одномірного диференціального спектру дає абсолютну похибку  $\varepsilon_1 = 0,02$ , а на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів похибка має значення  $\varepsilon_2 = 0,0033$ . Рішення крайової задачі (24) – (26) в точці  $t = 0,5$ ;  $x = l = 1$  запропонованим методом знайдемо за виразами (37), (39) при  $H = 0,5$ ;  $h = 0,5$ :

$$u(x,t) \Big|_{\substack{x=l=1 \\ t=0,5}} = \psi(t) \Big|_{t=0,5} = \sum_{k=0}^{k=3} \Psi(k) = \frac{0,5chl}{shl} + \frac{5}{12} \left( \frac{1-chl}{shl} + \frac{77}{96} \right) = 0,79817.$$

Це рішення дає абсолютну похибку  $\varepsilon_3 = 0,0018$ , яка менша похибок моделювання фізичного процесу відомими методами [1-3].

## Висновки

Запропоновано метод моделювання фізичних процесів системою трьох одномірних диференціальних перетворень (5), (6), (15). У порівнянні з методом моделювання фізичних процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів [3], запропонований метод виключає необхідність вирішення некоректної задачі. Це дозволяє спростити процес моделювання і зменшити похибку моделювання.

## Список літератури

1. Баранов В.Л. Моделювання фізичних процесів методом одномірних диференціальних перетворень крайових задач / Баранов В.Л., Водоп'ян С.В., Костюченко Р.М. // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. пр. – Вип. 3(14). – К.: НАУ, 2005. – С. 25 – 30.
2. Баранов В.Л. Метод моделювання фізичних процесів на основі диференціальних перетворень нелінійних крайових задач / Баранов В.Л., Водоп'ян С.В., Костюченко Р.М. // Вісник ЖДТУ. – 2007. – № 2 (41). – С. 59 – 65.
3. Баранов В.Л. Особливості моделювання фізичних полів і процесів на основі прямих і зворотних диференціальних спектрів із значною кількістю дискрет / Баранов В.Л., Костюченко Р.М., Молодецька К.В. // Вісник ДУІКТ. – 2009. – Т. 7, №4. – С. 312 – 322.
4. Рвачев В.Л. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах / Рвачев В.Л., Слесаренко А.П. – Киев: Наукова думка, 1976. – 288 с.
5. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Пухов Г.Е. – Киев: Наук. Думка, 1984. – 420 с.
6. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Пухов Г.Е. – Киев: Наук. думка, 1986. – 158 с.
7. Пухов Г.Е. Дифференциальные спектры и модели / Пухов Г.Е. – Киев: Наук. Думка, 1990. – 184 с.
8. Баранов В.Л. Оцінка похибки моделювання фізичних полів і процесів системою прямих і зворотних диференціальних спектрів / Баранов В.Л., Костюченко Р.М., Молодецька К.В. // Вісник ЖДТУ. – 2009. – № 3 (50). – С. 71-77.

9. Трухаев Р.И. Методы инфлюентного анализа высоких порядков / Трухаев Р.И. – Ленинград: Наука, 1987. – 257с.

*Рецензент: Кузнецов Г.В.  
Надійшла 25.06.2010*