

Житомирський національний агроекологічний університет

УНІВЕРСАЛЬНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ: МЕТОДОЛОГІЧНИЙ АСПЕКТ

Розглянута методологія формування універсальної динамічної моделі системи, справедливої для адекватного опису об'єктів різної природи. Модель, що пропонується, отримана теоретичним шляхом на основі положень системології. Модель відображає спільність теоретичних обґрунтувань та опису екологічних, економічних та фізичних об'єктів.

Постановка проблеми

Про ступінь розвитку будь-якої наукової області можна судити за наявністю універсальних моделей, що адекватно відображають об'єкти дослідження. Стан універсальних моделей відбиває, з одного боку, ступінь

© І.Г. Грабар, Ю.О. Тимонін, Ю.Б. Бродський

теоретико-методологічного розвитку наукової області, а з іншого – рівень прикладних та інженерних досліджень, проведення яких неможливе без адекватного математичного забезпечення.

Відсутність універсальних моделей свідчить про наявність досить серйозних наукових проблем у предметній області. Наприклад, особливо гостро нестача універсальних моделей виявляється у науках про живу природу, що підкреслює наявність у них проблем теоретико-методологічного характеру. З іншого боку, у фізичних науках ця проблема вирішена досить давно шляхом побудови конструктивних теорій, на базі яких сформовані універсальні моделі.

Різні предметні області суттєво відрізняються станом наукового теоретико-методологічного та математичного забезпечення. Деякі переживають кризу теоретичних основ. Особливо це помітно для наукових напрямів, що описують поведінку соціально-економічних та екологічних об'єктів [1–6,11].

Тому пропонується методологія формування універсальної динамічної моделі системи, справедливої для адекватного опису об'єктів різної природи. Теоретичною базою побудови моделі виступає системологія.

Принципи формування універсальної моделі системи

Найважливішою методологічною ознакою у формуванні універсальної моделі є спосіб побудови моделі – теоретичний або евристичний. Традиційний шлях побудови універсальних моделей полягає в узагальненні окремих моделей, отриманих евристичним шляхом. Проте цей індуктивний шлях має певні труднощі, пов'язані як з вибором базових моделей, так і з урахуванням різноманітності окремих моделей.

Найбільш продуктивною є дедуктивна схема формування універсальної моделі на основі конструктивної теорії, проте вона вимагає наявності загального теоретичного ядра. У якості такого ядра раціонально використовувати теоретичні основи теорії систем, яка повинна відображати «єдине знання». Однак до останнього часу єдине знання у теорії систем формувалося в якісній формі мовою таких категорій як «властивості», що ускладнювало перехід до кількісних описів [6,7,8]. Використання енергетичної оцінки «властивостей» дозволило у кількісній формі побудувати формальну теоретичну схему, загальну для об'єктів різної природи.

Основні етапи створення універсальної моделі системи включають:

- енергетичний підхід до аксіоматики систем;
- енергетичне рівняння системи;
- рівняння енергетичного потенціалу системи.

Енергетичний підхід до аксіоматики систем полягає у формуванні базису незалежних змінних, який повинен забезпечити абстрактну форму поведінки об'єктів різної природи. Поведінка об'єктів розглядається з

позицій руху субстанції у полі цієї субстанції. Щоб виключити різноманітність субстанції, абстрактна форма руху розглядається як потік енергії в енергетичному полі. У зв'язку з цим базис змінних включає [7,9]:

- фундаментальні змінні простору (l) і часу (t);
- фазові змінні, які описують рух субстанції у полі цієї субстанції.

Принципи базису незалежних фазових змінних:

- складається з двох якісно різних величин, одна з яких характеризує субстанцію w , інша – потенціал v поля субстанції.
- здобуток незалежних фазових змінних повинен мати розмірність енергії $[vw] = l^5 / t^4$.

Енергетичне рівняння системи відображає енергетичний обмін системи з середовищем на основі законів функціонування систем [9,10]. У замкненій щодо енергетичного обміну сукупності систем виконується закон збереження енергії. Енергетичне рівняння системи засноване на наступних положеннях.

1. Повна енергія складається з основної та додаткової енергії

$$X \langle \rangle = V \langle \rangle + Y \langle \rangle, \quad (1)$$

де X , V , Y – повна, основна і додаткова енергії системи відповідно.

2. Система володіє здатністю збільшувати повну енергію за рахунок відбору додаткової енергії з середовища. Потік додаткової енергії пропорційний повній енергії і енергетичному потенціалу

$$\frac{dY \langle \rangle}{dt} = \varphi \langle \rangle X \langle \rangle, \quad (2)$$

де $\varphi(t)$ – енергетичний потенціал.

Енергетичне рівняння системи формується на основі рівнянь (1) і (2). У формі «змінних стану» енергетичне рівняння системи описується диференціальним рівнянням стану і рівнянням алгебри «вихід-стан-вхід»

$$\frac{dX \langle \rangle}{dt} = \varphi \langle \rangle X \langle \rangle + \frac{dV \langle \rangle}{dt}, \quad Y \langle \rangle = X \langle \rangle - V \langle \rangle. \quad (3)$$

Хоча фазові змінні систем є незалежними, їх зміни можуть бути зв'язані. Цей зв'язок виявляється у наявності величин – параметрів систем, які описують відношення між тимчасовими залежностями фазових змінних і є диференціальними характеристиками властивостей систем. Параметри встановлюють залежності однієї фазової змінної від швидкості зміни іншої фазової змінної.

Тому *рівняння енергетичного потенціалу* описується сумою доданків, що відображають різні види залежності фазових змінних. Обмежимося чотирма основними видами взаємної залежності енергетичного потенціалу від енергії:

потенціал не залежить від енергії

$$\varphi \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = \varphi_0; \quad (4)$$

потенціал є пропорційним енергії

$$\varphi_C \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = \frac{1}{a_C} X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}; \quad (5)$$

потенціал є пропорційним швидкості зміни енергії

$$\varphi_R \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = a_R \frac{dX \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt}; \quad (6)$$

потенціал є пропорційним прискоренню зміни енергії

$$\varphi_L \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = a_L \frac{d^2 X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt^2}; \quad (7)$$

де a_C a_R a_L – параметри системи, що характеризують відповідні залежності потенціалу від зміни енергії.

Рівняння сумарного енергетичного потенціалу описується сумою чотирьох доданків (4) – (7), пов'язаних з різними видами залежності

$$\varphi \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = \varphi_0 - a_L \frac{d^2 X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt^2} - a_R \frac{dX \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt} - \frac{1}{a_C} X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}. \quad (8)$$

Інтегральні параметри систем задають наочну інтерпретацію властивостей системи у вигляді таких характеристик коливального процесу, як резонансна частота коливань ω_0 і декремент згасання δ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a_L a_C}}, \quad \delta_{RL} = \frac{a_R}{a_L}.$$

Універсальна динамічна модель системи

Підставляючи вираз (8) для сумарного потенціалу у рівняння системи (3) отримаємо загальне диференційне рівняння системи 2-го порядку:

$$a_L \frac{d^2 X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt^2} + \left(a_R + \frac{1}{X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}} \right) \frac{dX \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt} + \frac{1}{a_C} X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} - \varphi_0 - \frac{1}{X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}} \frac{dV}{dt} = 0. \quad (9)$$

Загальне диференційне рівняння системи в інтегральних параметрах систем буде мати вигляд

$$\frac{d^2 X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt^2} + \delta \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} \frac{dX \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}{dt} + \omega_0^2 X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} - \frac{\varphi_0}{a_L} - \delta_L \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} \frac{dV}{dt} = 0, \quad (10)$$

де $\delta \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = \delta_{RL} + \delta_L \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}$ – нелінійний декремент згасання;

$\delta_L \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft} = \frac{1}{a_L X \overset{\curvearrowright}{\curvearrowleft}}$ – нелінійний елемент декремента згасання; ω_0 – резонансна частота.

Загальне диференціальне рівняння системи розглядається як універсальна алгоритмічна модель системи. Загальна динамічна модель системи описується неоднорідним нелінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку.

Загальне розв'язання рівняння (9) в аналітичній формі відсутнє. Якщо привести рівняння (9) до лінійного і однорідного вигляду, яке має аналітичне розв'язання, то можна отримати ядро загального розв'язання – затухаючий коливальний процес, що має вигляд:

$$X(t) = X_0 e^{-\delta t} \sin \omega_0 t. \quad (11)$$

Колівальний процес є природним, нормальним процесом розвитку систем. Колівальний процес несе інформацію про амплітуду і частоту коливань, умови фаз підйомів і спадів. Цю інформацію можна використовувати для управління системою.

Відзначимо, що рівняння системи узагальнює окремі моделі фізичних об'єктів і об'єктів живої природи, що отримані різними методами. Моделі фізичних об'єктів мають детерміновані описи, отримані теоретичним шляхом на основі фундаментальних законів фізики. Моделі об'єктів живої природи мають стохастичні описи, отримані евристичним шляхом за відсутності фундаментальних законів. Тому спільність описів вказує на можливість формування єдиних загальних теоретичних основ, справедливих для об'єктів будь-якої природи.

Проте моделі фізичних об'єктів і об'єктів живої природи мають істотні відмінності. Ці відмінності виявляються при наочній інтерпретації загальних моделей і дозволяють дати відповідь на важливе питання: «Чим формально відрізняються фізичні об'єкти неживої природи від об'єктів живої природи?»

Конкретні приклади застосування універсальної моделі системи для об'єктів різної природи можна отримати шляхом наочної інтерпретації фазових змінних.

Для економічної системи в якості фазових змінних використовують вартість $S(t)$ та рентабельність $\rho(t)$ [10]. Загальне нелінійне неоднорідне диференціальне рівняння економічної системи для вартості буде мати вигляд:

$$a_L \frac{d^2 S(t)}{dt^2} + \left(a_R + \frac{1}{S(t)} \right) \frac{dS(t)}{dt} + \frac{1}{a_C} S(t) - \rho_0 - \frac{1}{S} \frac{dW(t)}{dt} = 0, \quad (12)$$

де $S(t) = W(t) + U(t)$, $W(t)$ – основна, $U(t)$ – додаткова та $S(t)$ – повна вартості;

a_R , a_L , a_C – параметри економічної системи, які пов'язують зміни рентабельності зі змінами вартості.

Приклади використання загального нелінійного диференційного рівняння (12) для опису економічних систем відсутні. Ядро загального розв'язку – затухаючий коливальний процес вигляду (11). Для економічних систем фази спадів коливального процесу розглядається як негативний ефект, який супроводжується зниженням економічних показників. У зв'язку з цим, розробляються засоби прогнозування і боротьби зі спадами коливального процесу як кризовими явищами. Засоби боротьби спрямовані на згладжування коливань, що формально пов'язане зі зниженням ролі складової 2-го порядку в загальному рівнянні.

Для *екологічної системи* в якості фазових змінних використовуються енергетичні величини – об'єм біомаси і чисельність популяцій (в енергетичному еквіваленті), енергетичний потенціал – швидкість росту популяцій.

Перехід від енергетичних величин рівняння (9) до кількісних змінних дає загальне нелінійне диференційне рівняння екологічної системи 2-го порядку для чисельності популяцій

$$a_L \frac{d^2 N}{dt^2} + \left(a_R + \frac{1}{NX_1} \right) \frac{dN}{dt} + \frac{1}{a_C} N - \frac{\psi_0}{X_1} + \frac{1}{NX_1} \frac{dn}{dt} = 0, \quad (13)$$

де X_1 – одиниця вимірювання чисельності популяцій;

$N = X / X_1$ – повна чисельність популяцій;

$n = V / X_1$ – основна чисельність популяцій;

ψ_0 – швидкість росту чисельності популяцій;

a_R, a_L, a_C – параметри екологічної системи, які пов'язують зміни швидкості росту популяцій зі змінами чисельності популяцій.

Приклади використання загального нелінійного диференційного рівняння (13) для опису екологічних систем відсутні. Ядро загального рішення – затухаючий коливальний процес вигляду (11). Для екологічних систем коливальний процес розглядається як механізм природної регуляції, наприклад, чисельності популяцій. Різке зростання чисельності популяцій супроводжується підвищенням смертності за рахунок розвитку хвороб, епідемій тощо. Для екологічних систем фази спадів коливального процесу прагнуть зменшити за рахунок механізмів управління, наприклад, зниження смертності за рахунок щеплень.

Для *моделей різних фізичних об'єктів* існують добре відомі загальні диференційні рівняння, які отримані теоретичним шляхом на основі фундаментальних законів фізики. Тому представляє інтерес спільність і відмінність опису об'єктів різної природи. Відмінність опису фізичних об'єктів від об'єктів живої природи має фундаментальне значення і дозволяє визначити формальні відмінності фізичних об'єктів від об'єктів

живої природи. Це виявляється в етапах зведення загального рівняння системи до загального рівняння фізичних об'єктів:

- перехід до базису фазових змінних фізичних об'єктів;
- перехід до лінійного, однорідного загального диференційного рівняння.

Для опису фізичних об'єктів використовують так звані матеріальні фазові змінні. Вони задовольняють приведеним вище принципам базису фазових змінних, проте їх розмірність відрізняється від енергії.

Базис матеріальних фазових змінних містить дві якісно різні незалежні фазові змінні, одна з яких має розмірність матерії $\bar{v} = l^2 / t^2$ і характеризує матеріальну субстанцію (електричний або магнітний заряд, маса тощо), інша має розмірність $\bar{q} = l^3 / t^2$ і характеризує потенціал матеріального (електричного, магнітного, гравітаційного тощо) поля. Оскільки здобуток фазових змінних має розмірність енергії $\bar{q} \bar{v} = l^5 / t^4$, то матеріальні фазові змінні формують шляхом розкладання енергії на відповідні співмножники.

Розкладання енергетичної змінної на матеріальні змінні відображає підлеглий характер базису фазових змінних фізичних об'єктів відносно енергетичного базису систем. Тому, якщо фізичний об'єкт розглядається як система, наприклад, економічна для нього, окрім матеріального, допустимий також вартісний опис. Ці описи мають різне технологічне або економічне призначення.

Умову лінійності та однорідності загального диференційного рівняння фізичних об'єктів відображає рівність нулю додаткової енергії $Y \llbracket \equiv 0$. Тоді повна енергія дорівнює основній $X \llbracket \equiv V \llbracket$, а енергетичний потенціал дорівнює нулю $\varphi \llbracket \equiv 0$. Це означає, що у фізичних об'єктів відсутня така системна властивість, як здатність накопичувати додаткову енергію. По суті, ця умова означає, що фізичні об'єкти на фізичному рівні опису не є системами в сенсі визначень (1) і (2).

Із загального рівняння системи (1) виходить, що енергетичне рівняння фізичних об'єктів має вигляд $\varphi \llbracket X \llbracket \equiv 0$. Вважаючи, що енергія не дорівнює нулю $X \llbracket \neq 0$, отримаємо з (9) умову рівності нулю енергетичного потенціалу $\varphi \llbracket \equiv 0$. Тоді для фізичних об'єктів отримаємо лінійне однорідне диференційне рівняння енергії:

$$\frac{d^2 X \llbracket}{dt^2} + \delta \frac{dX \llbracket}{dt} + \omega_0^2 X \llbracket = 0. \quad (14)$$

При виконанні перерахованих умов отримаємо загальне диференційне рівняння поведінки фізичних об'єктів для фазової змінної матеріальної субстанції, наприклад, електричного заряду:

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \delta \frac{dQ}{dt} + \omega_0 Q = 0. \quad (15)$$

Розв'язування диференційного рівняння (15) має вигляд $Q = Q_0 e^{-\delta t} \sin \omega_{ce} t$. Для фізичних об'єктів коливальний процес має як позитивні ефекти, наприклад, генерація радіочастот, так і негативні, наприклад, паразитне самозбудження, яке прагнуть зменшити. Моделі фізичних об'єктів можна розглядати як вироджений (лінійний і однорідний) випадок моделей систем.

Висновки

Отже, універсальна динамічна модель системи, що пропонується у вигляді нелінійного, неоднорідного диференційного рівняння 2-го порядку, справедлива для адекватного опису об'єктів різної природи і дозволяє зробити такі висновки.

1. Універсальна модель системи відображає наявність єдиних, загальних для різних областей знань теоретичних підстав, застосування яких може забезпечити:

- розвиток теоретичних основ природних, соціальних і суспільних наук, досягнення яких обмежені евристичною методологією;

- вдосконалення наукової освіти на основі загальних теоретичних підстав, що сприятиме підвищенню якості навчання при скороченні термінів освіти.

2. Спільність теоретичних описів об'єктів різної природи виявляється на рівні систем і полягає в єдиному базисі, законах і моделях поведінки. Спільність поведінки проявляється у коливальному процесі, як ядрі розв'язання диференційних рівнянь 2-го порядку.

3. Універсальна модель відображає відмінність фізичних об'єктів від об'єктів живої природи. Формальні відмінності систем від фізичних об'єктів виявляються в неоднорідності диференційних рівнянь 2-го порядку, яка описує наявність додаткової енергії, що відображає системну властивість, а також в нелінійності, яка характеризує обмежений характер зростання.

4. Коливальний процес є природним процесом розвитку різних систем. Він несе інформацію про амплітуду і частоту коливань, умови фаз підйомів і спадів. Цю інформацію можна використовувати для управління в системах.

Література

1. *Ляшенко І.М.* Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: навч. посіб. / *І.М. Ляшенко, М.В. Коробова, А.М. Столяр* – Тернопіль: Навч. книга – Богдан, 2006. – 304 с.

2. Принципи моделювання та прогнозування в екології: підруч. / *В.В. Богобоящий, К.Р. Чурбанов, П.Б. Палій, В.М. Шмандій* – К.: Центр навч. л-ри, 2004. – 216 с.
3. *Тимонін Ю.А.* Формальна теорія абстрактних економічних систем (Теорія руху вартості) / *Ю.А. Тимонін* – Житомир: ППСТ, 2007. – 60 с.
4. *Сміт Дж.* Моделі в екології / *Сміт Дж.* – М.: Мир, 1976. – 184 с.
5. *Лаврик В.І.* Методи математичного моделювання в екології: навч. посіб. [для студ. екол. і біол. спец. вищих. навч. закладів.] / *В.І. Лаврик* – К.: Вид. дім "КМ. Академія", 2002. – 203 с.
6. *Острейковський В.А.* Теорія систем: учеб. [для вузов по спец. «Автоматизированные системы обработки информации и управления.»] / *В.А. Острейковський* – М.: Высш. шк., 1997. – 240 с.
7. *Бродський Ю.Б.* Інформатика і системологія: навч. посіб. / *Ю.Б. Бродський, В.М. Желябовський, Ю.В. Загородній* – Житомир: ДАУ, 2002; – 188 с.
8. *Ходаківський Є.І.* Авторитаризм, синергетика руйнувань і позитивних змін / *Є.І. Ходаківський, І.Г. Грабар, Ю.С. Цал-Цалко* – Житомир: Рута, 2007. – 206 с.
9. *Тимонін Ю.О.* Концептуальній базис інженерії бізнесу / *Ю.О. Тимонін* // Економіка і управління. – 1999. – N1(2). – С.74–79.
10. *Тимонін Ю.О.* Принципи енергетичної взаємодії систем / *Ю.О.Тимонін* // Вісн. ЖІТІ. – 1999. – N9. – С. 150–155.