УДК 621.372.061

В. Л. Баранов, Р. М. Костюченко, К. В. Молодецька

МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ І ПРОЦЕСІВ В ОБЛАСТЯХ ВЕЛИКОГО РОЗМІРУ

Запропоновано методику моделювання фізичних процесів і полів на основі систем прямих та зворотних диференціальних спектрів й умов спряження. Використання декількох систем диференціальних спектрів, що описують фізичні поля і процеси в області диференціальних перетворень, дозволяє виконати моделювання в областях великого розміру з малою кількістю дискрет.

Постановка проблеми. Моделювання фізичних процесів і полів пов'язане з розв'язанням рівнянь із частинними похідними з початковими і граничними умовами. Відомо, що чисельні методи розв'язання крайових задач потребують виконання значного обсягу обчислень на ЕОМ [1 – 3]. У випадку використання математичних моделей фізичних процесів і полів з метою управління об'єктами з розподіленими параметрами виникає необхідність моделювання в реальному і прискореному часі для контролю за динамікою зміни фізичного процесу. Для швидкоплинних фізичних процесів вимога моделювання в реальному часі може бути виконана шляхом зменшення обсягу обчислень методами аналітичного і чисельно-аналітичного моделювання на ЕОМ. У даний час ці методи розв'язання нелінійних крайових задач недостатньо розвинені і вимагають подальших досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій [1 – 9] показав, що аналітичні й чисельно-аналітичні методи розв'язання крайових задач ґрунтуються на інтегральних та диференціальних перетвореннях математичних моделей фізичних процесів і полів. Застосування різних методів інтегральних перетворень обмежується в основному дослідженням лінійних математичних моделей [9]. Моделювання нелінійних фізичних процесів може бути виконано в аналітичному або чисельно-аналітичному вигляді на основі використання одномірних диференціальних перетворень [4 – 8]. Недолік цих методів полягає в залежності складності аналітичного опису фізичного процесу в області зображень від похибки моделювання фізичного процесу в області оригіналів. Математична модель фізичного процесу в області диференціальних перетворень має вигляд диференціального спектра, від кількості дискрет якого безпосередньо залежить похибка його моделювання в області оригіналів [4 – 8]. Складність аналітичного опису дискрет диференціального спектра зростає зі збільшенням номера дискрети, тому моделювання фізичних процесів в аналітичному вигляді виконують з використанням декількох початкових дискрет диференціального спектра, а це обмежує точність моделювання нелінійних фізичних процесів в області оригіналів. У зв'язку з цим виникає проблема моделювання фізичних полів і процесів в областях великого розміру з малою кількістю дискрет із заданою похибкою моделювання.

Мета статті полягає в розробці методики чисельно-аналітичного моделювання фізичних полів і процесів на основі систем прямих і зворотних диференціальних спектрів з обмеженою кількістю дискрет в областях великого розміру.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо фізичні процеси, задані функцією $u(x,t)$ двох незалежних змінних в області:

$$0 \le |x| \le H_x ,\ 0 \le t \le H_t , \tag{1}$$

де H_x, H_t – задані додатні сталі.

Фізичні поля будемо описувати функцією $u(x_1, x_2)$ в області, що визначена обмеженнями:

$$0 \le |x_1| \le H_1 ,\ 0 \le |x_2| \le H_2 , \tag{2}$$

де H_1, H_2 – задані додатні сталі.

Обмежимося класом фізичних процесів, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними в одній із форм:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = f_1\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = f_2\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f_3\left(x,t,u,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \tag{5}$$

де f_1, f_2, f_3 – задані неперервні функції.

До вигляду (3) – (5) зводяться лінійні й квазілінійні рівняння з частинними похідними. Рівняння (3), (4) описують хвильові процеси в середовищах різної фізичної природи. Прикладом рівняння (5) може бути рівняння теплопровідності.

Математичні моделі фізичних полів $u(x_1, x_2)$ розглянемо у вигляді:

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_1^2} = \varphi_1\left(x_1,x_2,u,\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right), \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 u(x_1,x_2)}{\partial x_2^2} = \varphi_2\left(x_1,x_2,u,\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2},\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \right), \tag{7}$$

де φ_1, φ_2 – задані неперервні функції.

Рівняння Лапласа й Пуассона можуть бути подані у вигляді (6) або (7).

Математична модель фізичних процесів, крім опису в одній із форм (3) – (7), містить початкові та граничні умови, які дозволяють виділити серед множини розв’язків рівнянь з частинними похідними єдиний, що відповідає математичному опису фізичного процесу.

Початкові умови для рівнянь (4) і (5) задають у вигляді:

$$u(x,0) = U_0(x), \tag{8}$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = Q(x), \tag{9}$$

де $U_0(x)$, $Q(x)$ – задані функції.

Граничні умови для всіх рівнянь (3) – (7) при моделюванні фізичних процесів і полів задаються у вигляді:

$u(x,t)\big|_{x\in\Gamma}=\alpha_1(t)$, $u(x_1,x_2)\big|_{\bar{x}\in\Gamma}=\alpha_2(x_1,x_2)$ – умови Діріхле; (10)

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial N}\right|_{x\in\Gamma}=\beta_1(t),\ \left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial N}\right|_{\bar{x}\in\Gamma}=\beta_2(x_1,x_2) \text{ – умови Неймана;} \tag{11}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial N}+\gamma_1 u(x,t)\Big|_{x\in\Gamma}=\mu_1(t),\ \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial N}+\gamma_2 u(x_1,x_2)\Big|_{\bar{x}\in\Gamma}=\mu_2(x_1,x_2) \text{ – змішані умови,} \tag{12}$$

де α_1, α_2, β_1, β_2, μ_1, μ_2 – задані неперервні функції, визначені на граничній поверхні *Г*;

γ_1, γ_2 – задані сталі величини;

$\dfrac{\partial u}{\partial N}$ – похідна в точці поверхні *Г* в напрямку внутрішньої (чи зовнішньої) нормалі N до неї; $\bar{x}=(x_1,x_2)$.

Методику моделювання фізичних процесів і полів, що описується математичними моделями (1) – (12), побудуємо на основі одномірних диференціальних перетворень [5].

У випадку моделювання фізичних полів використаємо систему одномірних зміщених диференціальних перетворень [4]:

$$U_1(k_1,x_2)=\frac{H_1^{k_1}}{k_1!}\left[\frac{\partial^{k_1}u(x_1,x_2)}{\partial x_1^{k_1}}\right]_{x_1=x_{1\nu}},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\left(\frac{x_1-x_{1\nu}}{H_1}\right)^{k_1}U_1(k_1,x_2), \tag{13}$$

$$U_2(x_1,k_2)=\frac{H_2^{k_2}}{k_2!}\left[\frac{\partial^{k_2}u(x_1,x_2)}{\partial x_2^{k_2}}\right]_{x_2=x_{2\nu}},\ u(x_1,x_2)=\sum_{k_2=0}^{\infty}\left(\frac{x_2-x_{2\nu}}{H_2}\right)^{k_2}U_2(x_1,k_2), \tag{14}$$

де $x_{1\nu}$, $x_{2\nu}$ – координати фіксованої точки в межах області (2);

k_1 , k_2 – цілочисельні аргументи, які приймають значення 0, 1, 2, 3, …,∞;

$U_1(k_1,x_2)$, $U_2(x_1,k_2)$ – диференціальні зображення функції $u(x_1,x_2)$, які прийнято називати диференціальними спектрами, а їх значення при фіксованих значеннях цілочисельних аргументів – дискретами диференціальних спектрів;

H_1 і H_2 – довільні додатні сталі.

Моделювання фізичних процесів можна виконати тією ж системою диференціальних перетворень (13) і (14), якщо прийняти $x=x_1$, $t=x_2$, тому надалі будемо розглядати випадок моделювання фізичних полів.

У роботах [4 – 6] розглядався випадок використання системи диференціальних перетворень (13) чи (14) в одній фіксованій точці ($x_{1\nu},x_{2\nu}$) області (2). Розглянемо випадок використання системи диференціальних перетворень (13), (14) у декількох фіксованих точках ($x_{1\nu},x_{2\nu}$).

Методика чисельно-аналітичного моделювання фізичних полів і процесів в областях (2) великого розміру полягає в такому.

На *першому етапі* відрізки аргументів $[0,H_1]$, $[0,H_2]$ покриваємо сітками з рівними кроками $H_{1\nu}$, $H_{2\nu}$, де $\nu=0$, 1, 2 …, $n-1$. Кожен з відрізків $[x_{1\nu},x_{1\nu}+H_{1\nu}]$, $[x_{2\nu},x_{2\nu}+H_{2\nu}]$, $\nu=0$, 1, 2 …, $n-1$ поділимо на дві рівні частини $[x_{1\nu},x_{1\nu}+h_{1\nu}]$, $[x_{1\nu+1}-\bar{h}_{1\nu},x_{1\nu+1}]$ і $[x_{2\nu},x_{2\nu}+h_{2\nu}]$, $[x_{2\nu+1}-\bar{h}_{2\nu},x_{2\nu+1}]$, де $h_{1\nu}=\bar{h}_{1\nu}=\dfrac{H_{1\nu}}{2}$, $h_{2\nu}=\bar{h}_{2\nu}=\dfrac{H_{2\nu}}{2}$.

Моделювання фізичного поля $u(x_1,x_2)$ в області (2) виконаємо на основі систем диференціальних перетворень:

$$\begin{cases} U_{1\nu}(k_1,x_2)=\dfrac{h_{1\nu}^{k_1}}{k_1!}\left[\dfrac{\partial^{k_1}u(x_1,x_2)}{\partial x_1^{k_1}}\right]_{x_1=x_{1\nu}}, \quad u(x_1,x_2)=\sum\limits_{k_1=0}^{\infty}\left(\dfrac{x_1-x_{1\nu}}{h_{1\nu}}\right)^{k_1}U_{1\nu}(k_1,x_2); & (15)\\ U_{2\nu}(x_1,k_2)=\dfrac{h_{2\nu}^{k_2}}{k_2!}\left[\dfrac{\partial^{k_2}u(x_1,x_2)}{\partial x_2^{k_2}}\right]_{x_2=x_{2\nu}}, \quad u(x_1,x_2)=\sum\limits_{k_2=0}^{\infty}\left(\dfrac{x_2-x_{2\nu}}{h_{2\nu}}\right)^{k_2}U_{2\nu}(x_1,k_2), & (16)\end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)=\dfrac{\overline{h}_{1\nu}^{k_1}}{k_1!}\left[\dfrac{\partial^{k_1}u(x_1,x_2)}{\partial x_1^{k_1}}\right]_{x_1=x_{1\nu}+1}, \quad u(x_1,x_2)=\sum\limits_{k_1=0}^{\infty}\left(\dfrac{x_1-x_{1\nu+1}}{\overline{h}_{1\nu}}\right)^{k_1}\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2); & (17)\\ \overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)=\dfrac{\overline{h}_{2\nu}^{k_2}}{k_2!}\left[\dfrac{\partial^{k_2}u(x_1,x_2)}{\partial x_2^{k_2}}\right]_{x_2=x_{2\nu}+1}, \quad u(x_1,x_2)=\sum\limits_{k_2=0}^{\infty}\left(\dfrac{x_2-x_{2\nu+1}}{\overline{h}_{2\nu}}\right)^{k_2}\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2), & (18)\end{cases}$$

де $\nu=0,\,1,\,2\,\ldots,\,n-1$.

Вирази (15) – (18) зліва відповідають переведенню поля $u(x_1,x_2)$, яке моделюється, в область диференціальних зображень. Обернений перехід з області зображень в область оригіналів описують вирази (15) – (18) справа.

Другий етап методики полягає в переведенні диференціальних рівнянь з частинними похідними (6) і (7) в область зображень на основі диференціальних перетворень (15) – (18):

$$U_{1\nu}(k_1+2,x_2)=\frac{h_{1\nu}^2}{(k_1+1)(k_1+2)}\Phi_1\Bigg[k_1,x_2,U_{1\nu}(k_1,x_2),\frac{k_1+1}{h_{1\nu}}U_{1\nu}(k_1+1,x_2),\frac{dU_{1\nu}(k_1,x_2)}{dx_2},\frac{k_1+1}{h_{1\nu}}\frac{dU_{1\nu}(k_1+1,x_2)}{dx_2},\frac{d^2U_{1\nu}(k_1,x_2)}{dx_2^2}\Bigg], \tag{19}$$

$$U_{2\nu}(x_1,k_2+2)=\frac{h_{2\nu}^2}{(k_2+1)(k_2+2)}\Phi_2\Bigg[x_1,k_2,U_{2\nu}(x_1,k_2),\frac{dU_{2\nu}(x_1,k_2)}{dx_1},\frac{k_2+1}{h_{2\nu}}U_{2\nu}(x_1,k_2+1),\frac{k_2+1}{h_{2\nu}}\frac{dU_{2\nu}(x_1,k_2+1)}{dx_1},\frac{d^2U_{2\nu}(x_1,k_2)}{d^2x_1}\Bigg], \tag{20}$$

$$\overline{U}_{1\nu}(k_1+2,x_2)=\frac{\overline{h}_{1\nu}^2}{(k_1+1)(k_1+2)}\overline{\Phi}_1\Bigg[k_1,x_2,\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2),\frac{k_1+1}{\overline{h}_{1\nu}}\overline{U}_{1\nu}(k_1+1,x_2),\frac{d\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)}{dx_2},\frac{k_1+1}{\overline{h}_{1\nu}}\frac{d\overline{U}_{1\nu}(k_1+1,x_2)}{dx_2},\frac{d^2\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)}{dx_2^2}\Bigg], \tag{21}$$

$$\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2+2)=\frac{\overline{h}_{2\nu}^2}{(k_2+1)(k_2+2)}\overline{\Phi}_2\Bigg[x_1,k_2,\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2),\frac{d\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)}{dx_1},\frac{k_2+1}{\overline{h}_{2\nu}}\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2+1)\,\frac{k_2+1}{\overline{h}_{2\nu}}\frac{d\overline{U}_{2}(x_1,k_2+1)}{dx_1},\frac{d^2\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)}{d^2x_1}\Bigg], \tag{22}$$

де Φ_1 і $\overline{\Phi}_1$ – зображення функції φ_1 на основі диференціальних перетворень (15) і (17) відповідно;

Φ_2 і $\overline{\Phi}_2$ – зображення функції φ_2 в області диференціальних перетворень (16) і (18) відповідно.

Перевага диференціальних перетворень (15) – (18) полягає в переведенні диференціальних рівнянь з частинними похідними в рекурентні вирази (19) – (22), які дають змогу знайти дискрети диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$, послідовно надаючи цілочисельні значення 0, 1, 2, 3, … аргументам k_1 і k_2. Початкові дискрети диференціальних спектрів, що необхідні для реалізації рекурентних обчислень, знайдемо із граничних умов $(10)-(12)$ і основних властивостей диференціальних перетворень [4 – 8]:

$$
\begin{gathered}
U_{1\nu}(0,x_2)=u(0,x_1),\ U_{2\nu}(x_1,0)=u(x_1,0),\\
U_{1\nu}(1,x_2)=h_{1\nu}\left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}\right|_{x_1=x_{1\nu}},\ U_{2\nu}(x_1,1)=h_{2\nu}\left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}\right|_{x_2=x2\nu},\\
\overline{U}_{1\nu}(0,x_2)=u(x_{1\nu+1},x_2),\ \overline{U}_2(x_1,0)=u(x_1,H_2),\\
\overline{U}_{1\nu}(1,x_2)=\overline{h}_{1\nu}\left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}\right|_{x_1=x_{1\nu+1}},\ \overline{U}_{2\nu}(x_1,1)=\overline{h}_{2\nu}\left.\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}\right|_{x_2=x_{2\nu+1}}.
\end{gathered}
\tag{23}
$$

Якщо частина граничних умов у виразі (23) невідома, то їх слід задати у символьному вигляді як невідому функцію.

Третій етап методики полягає в рекурентному обчисленні дискрет диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ за виразами (19) – (22) на основі початкових дискрет (23), послідовно надаючи цілочисельним аргументам k_1 і k_2 значення 0, 1, 2, 3, … . Моделювання фізичного поля $u(x_1,x_2)$ вимагає обчислення n пар диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ чи $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$. Вибір тієї чи іншої пари диференціальних спектрів здійснюють із умови отримання ненульових значень дискрет диференціальних спектрів, оскільки тільки в цьому випадку можна побудувати функцію $u(x_1,x_2)$ на основі обернених диференціальних перетворень (15) – (18) і дискрет диференціальних спектрів. В інших випадках вибір однієї із пар диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ чи $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ довільний. Надалі будемо називати диференціальні спектри $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $U_{2\nu}(x_1,k_2)$ прямими, а $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ – зворотними. Обґрунтування такої термінології містить праві вирази (15) – (18). Обернені диференціальні перетворення (15), (16) описують фізичне поле $u(x_1,x_2)$ в області (2) при зміні аргументів x_1 та x_2 від значення $x_{1\nu}$ в сторону зростання їх абсолютних значень. З іншого боку, обернені диференціальні перетворення (17), (18) описують фізичне поле $u(x_1,x_2)$ в області (2) від правої межі $x_1=x_{1\nu+1}$, $x_2=x_{2\nu+1}$ в сторону зменшення абсолютних значень аргументів x_1 та x_2.

Четвертий етап методики полягає в спряженні прямих і зворотних диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$ і $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ чи $U_{2\nu}(x_1,k_2)$ і $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$ на основі умов спряження:

$$
u(x_{1\nu}+h_{1\nu},x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}U_{1\nu}(k_1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}(-1)^{k_1}\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2),
\tag{24}
$$

$$
u(x_1,x_{2\nu}+h_{2\nu})=\sum_{k_2=0}^{\infty}U_{2\nu}(x_1,k_2)=\sum_{k_2=0}^{\infty}(-1)^{k_2}\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2).
\tag{25}
$$

Крім (24), (25), необхідно виконати умови спряження за похідними:

$$
\sum_{k_1=0}^{\infty}(k_1+1)U_{1\nu}(k_1+1,x_2)=\sum_{k_1=0}^{\infty}(-1)^{k_1}(k_1+1)\overline{U}_1(k_1+1,x_2),
\tag{26}
$$

$$
\sum_{k_2=0}^{\infty}(k_2+1)U_{2\nu}(x_1,k_2+1)=\sum_{k_2=0}^{\infty}(-1)^{k_2}(k_2+1)\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2+1).
\tag{27}
$$

Якщо підставити дискрети диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ і $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$, визначені на основі рекурентних виразів (19) – (22), то умови спряження (24), (25) і (26), (27) дають систему звичайних диференціальних рівнянь, розв'язання якої дозволяє знайти невідомі дискрети диференціальних спектрів.

П'ятий етап методики полягає в розв'язанні звичайних диференціальних рівнянь (24), (26) чи (25), (27). Він виконується будь-яким відомим методом [7 – 9]. Якщо система звичайних диференціальних рівнянь (24), (26) чи (25), (27) нелінійна, то для її розв'язання доцільно використати одномірні диференціальні перетворення, запропоновані академіком Г. Є. Пуховим [7 – 8].

Шостий етап методики полягає в оберненому переході із області зображень в область оригіналів згідно з виразами зліва (15) – (18).

Рівняння спряження (24) – (27) стійкі до помилок, що виникають у випадку врахування обмеження кількості дискрет диференціальних спектрів $U_{1\nu}(k_1,x_2)$, $\overline{U}_{1\nu}(k_1,x_2)$ чи $U_{2\nu}(x_1,k_2)$, $\overline{U}_{2\nu}(x_1,k_2)$. Як показано в [10], помилки в лівій і правій частинах рівнянь (24) – (27) взаємно компенсуються, а верхня межа похибки оцінюється величиною $2^{-q}\varepsilon$, де q – номер останніх врахованих дискрет прямого і зворотного диференціальних спектрів, а ε – помилка, викликана врахуванням скінченного числа членів ряду Тейлора в зворотних диференціальних перетвореннях (15) – (18). Відомо, що помилка ε може бути оцінена наближено за Коші й точно за формулами Лагранжа чи Ейлера-Лагранжа [11]. Як наслідок, запропонована методика зменшує похибку розв'язку більш ніж в 2^q рази у порівнянні з методом, який ґрунтується тільки на одному диференціальному спектрі, прямому чи зворотному [10], де q – номер останньої врахованої дискрети диференціального спектра.

Висновки. Запропоновано методику моделювання двомірних фізичних полів і процесів в областях великого розміру на основі обмеженої кількості дискрет прямого і зворотного диференціальних спектрів. У порівнянні з методом моделювання фізичних полів і процесів на основі одного диференціального спектра запропонована методика зменшує похибку моделювання більше ніж 2^q рази.

У порівнянні з методом стикування локальних рівнянь Г. Є. Пухова [7] запропонована методика дозволяє уникнути накопичення похибки моделювання фізичних полів і процесів при значній кількості відрізків аргументів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : БИНОМ, 2003. – 632 с.
2. Мэтьюз Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк. – М. : Вильямс, 2001. – 720 с.
3. Поршнев С. В. Вычислительная математика / С. В. Поршнев. – СПб. : БХВ Петербург, 2004. – 320 с.
4. Баранов В. Л. Зміщені системоаналогові диференціальні перетворення для розв'язку крайових задач / В. Л. Баранов, С. В. Водоп'ян, Р. М. Костюченко // Вісник ЖДТУ. – 2005. – № 4 (35). – С. 42 – 48.

5. Баранов В. Л. Моделювання фізичних процесів методом одномірних диференціальних перетворень крайових задач / В. Л. Баранов, С. В. Водоп'ян, Р. М. Костюченко // Проблеми інформатизації та управління : зб. наук. пр. – Вип. 3 (14). – К. : НАУ, 2005. – С. 25 – 30.
6. Баранов В. Л. Метод моделювання фізичних процесів на основі диференціальних перетворень нелінійних крайових задач / В. Л. Баранов, С. В. Водоп'ян, Р. М. Костюченко // Вісник ЖДТУ. – 2007. – № 2 (41). – С. 59 – 65.
7. Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели / Г. Е. Пухов. – К. : Наукова думка, 1990. – 184 с.
8. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г. Е. Пухов. – К. : Наукова думка, 1986. – 158 с.
9. Рвачев В. Л. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах / В. Л. Рвачев, А. П. Слесаренко. – К. : Наукова думка, 1976. – 288 с.
10. Баранов В. Л. Порівняння методів моделювання динамічних процесів основними та зміщеними диференціальними перетвореннями / В. Л. Баранов, Г. Л. Баранов, О. Г. Фролова // Проблеми інформатизації та управління : зб. наук. пр. – Вип. 10. – К. : НАУ. – 2004. – С. 72 – 77.
11. Трухаев Г. И. Методы инфлуентного анализа высоких порядков / Г. И. Трухаев. – Л. : Наука, 1987. – 257 с.

Подано 09.10.09

В. Л. Баранов, Р. М. Костюченко, Е. В. Молодецкая

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ПРОЦЕССОВ В ОБЛАСТЯХ БОЛЬШОГО РАЗМЕРА

Предложена методика моделирования физических процессов и полей на основе систем прямых и обратных дифференциальных спектров и условий сопряжения. Использование нескольких систем дифференциальных спектров, описывающих физические поля и процессы в области дифференциальных преобразований, позволяет выполнить моделирование в областях большого размера с малым количеством дискрет.

V. L. Baranov, R. M. Kostuchenko, K. V. Molodetska

METHOD OF SIMULATION OF PHYSICAL FIELDS AND PROCESSES IN THE FIELDS OF LARGE SIZE

The method of simulation of physical processes and fields on the basis of systems of direct and inverse differential spectra and the conditions of conjugation. The use of multiple systems of differential spectra, describing the physical fields and processes in the field of differential transformation, allows you to perform simulation in the areas of large size with a small number of discrete.