

Житомирська філія Українського інституту експертизи сортів рослин

ЗАСТОСУВАННЯ ОКРЕМИХ КОНЦЕПЦІЙ ТЕОРІЇ ІГОР ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЇ ВИРОЩУВАННЯ ЛЬОНУ ОЛІЙНОГО

Прийняття рішення із використанням різних концепцій вимагає вміння використовувати математичний апарат для побудови логічних схем. В умовах малої вибірки та обмеження використання традиційних статистичних методів використання критеріїв Вальда, Севіджа і Гурвіца дають можливість суттєво розширити можливості застосування математичних методів в агрономічних дослідженнях.

Вибір певного елемента технології вирощування льону олійного залежить від цілей та завдань управління ними. Використовуючи як умову для прийняття рішення економічну ефективність від впровадження елементів технології вирощування льону-кучерявцю, тобто умовно чистий прибуток, за їх впровадження використовуючи критерії Севіджа, Вальда та Гурвіца, маємо пропонувані різні варіанти реалізації технологічного процесу.

Ключові слова: теорія ігор, статистичні ігри, економічна ефективність, критерії Вальда, критерії Севіджа, критерії Гурвіца.

Постановка проблеми

Сучасна розгалужена система економічних відносин зумовлює необхідність організації виробничого процесу як стратегії в конкретній окремо взятій вузькій спеціалізованій ланці, так і в галузі загалом. Необхідно озброїти процеси виробництва апаратом математичного перетворення будь-якого конкретного завдання в математичну модель. Як підтверджує досвід найбільш розвинених економік світу, для досягнення максимального економічного ефекту усі ланки технологічного процесу повинні бути максимально узгоджені між собою. Таким чином, постає завдання щодо оволодіння вмінням керування процесами, у частково невизначеній господарській ситуації, за допомогою математичних моделей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Статистичні ігри являють собою одну із основних моделей прийняття рішень в умовах часткової невизначеності. Засновник теорії статистичних функцій рішень А. Уолд відмічав, що статистичні моделі мають структуру, подібну структурі статистичної гри двох гравців – людини і природи, з використанням додаткової статистичної інформації про стратегії природи [4]. Розглянемо гру двох гравців з нульовою сумою, в яких гравець А – людина, а гравець В – природа. Стратегії гравця В називають станом природи. Існує дві основні ознаки відмінності такої гри від звичайної стратегічної гри двох гравців з нульовою сумою. По-перше, природа не вважається розумним гравцем в тому розумінні, що вона не завжди обирає оптимальні для себе стратегії, оскільки не зацікавлена виграти гру. Тільки суб'єкт, який приймає рішення (гравець А, менеджер) бажає виграти гру з уявним супротивником – природою. По-друге, природа хоч і не обирає оптимальної стратегії, щоб виграти гру, але може мати деякі механізми випадкового вибору, які, із врахуванням встановлених ймовірностей, реалізують різні стратегії природи, тобто її стану. Оскільки, природа протягом тривалого часу не змінює цей механізм, менеджер може мати в розпорядженні деяку інформацію про нього, тобто інформацію про розподіл ймовірностей [2,3,5].

Ці два аргументи (байдужість природи до гри і можливість одержання менеджером статистичного експерименту додаткової інформації про стратегії природи) і відрізняють гру менеджера з природою від звичайної стратегічної гри, в якій бере участь два розумних антагоністичних суперника.

Діяльність в умовах часткової невизначеності у більшості випадків проводять сільськогосподарські виробники, оскільки змінні умови праці повсякчасно впливають на кінцевий результат, а це непередбачувана агрокліматична ситуація, цінова політика на засоби захисту, добрива, отриманий врожай і тощо. Усвідомлення та розрахунок ризику від господарської діяльності в сільському господарстві, зокрема рослинництві, надзвичайно актуально, особливо в зонах ризикового землеробства (зона Полісся України).

Мета, завдання і методика досліджень

Для дослідження економічних процесів часто використовують статистичну групу, одним із гравців якої є економічне середовище (в особі конкурентів, партнерів, законодавчих органів, вартості засобів виробництва, погодних та ґрунтових умов тощо) [1]. Складові такої гри:

1. Перший гравець – суб’єкт прийняття рішень (СПР), який може прийняти рішення із множини

$$A=(A_1,A_2,\dots,A_m)$$

яку зазвичай називають множиною чистих стратегій, і вважається, що одна із даних стратегій обов’язково буде обрана;

2. Другий гравець – умови аграрного менеджменту (УАМ), що може знаходитися в одному з попарно несумісних станів з множини

$$УАМ=(УАМ_1,УАМ_2,\dots,УАМ_n)$$

один із яких обов’язково настане;

3. Відсутність у суб’єкта прийняття рішень апріорної інформації про те, в якому зі своїх станів перебувають умови аграрного менеджменту;

4. Точне знання суб’єктом керування платіжної матриці – елементів матриці кількісних оцінок ефективності результату його діяльності у випадку вибору ним певної стратегії за реалізації деякого стану умов аграрного менеджменту, тобто

Платіжна матриця (ПМ)

| | | умови (стан) аграрного менеджменту (УАМ) | | | | | |
|---------------------------------|----------------|--|------------------|-----|------------------|-----|------------------|
| | | УАМ ₁ | УАМ ₂ | ... | УАМ _j | ... | УАМ _n |
| Стратегії аграрного менеджменту | A ₁ | a ₁₁ | a ₁₂ | ... | a _{1j} | ... | a _{1n} |
| | A ₂ | a ₂₁ | a ₂₂ | ... | a _{2j} | ... | a _{2n} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | A _i | a _{i1} | a _{i2} | ... | a _{ij} | ... | a _{in} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | A _m | a _{m1} | a _{m2} | ... | a _{mj} | ... | a _{mn} |

де a_{ij}, (i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n;) – кількісна оцінка діяльності першого гравця у випадку коли він обрав стратегію A_i, а умови аграрного менеджменту перебувають у стані УАМ_j.

Отже фактична, ситуація прийняття рішення, згідно із теоретико-ігровою концепцією, описується трійкою {A, УАМ, ПМ}, а кожен елемент a_{ij} – ціною гри при відповідному виборі стратегії і стану умов аграрного менеджменту.

Результати досліджень

Розглянемо критерії які застосовуються в статистичних іграх для матриці, використавши для цього елементи технології вирощування льону-кучерявцю, а саме строки та норми висіву трьох сортів.

Скористаємося *критерієм Вальда* для матриці (умовно чистий прибуток, тис. грн/га від застосування елементів технології вирощування льону олійного), яка наведена в таблиці 1. Формалізовано цей критерій має вигляд:

$$H_w = \max_i \min_j a_{ij}$$

Спочатку знаходимо мінімальні виграші в кожному рядку і записуємо в окремий стовпчик, маємо – (0,96; 0,95; 0,92; 0,60; 0,46; 0,70)^T, а потім у цьому стовпці знаходять максимальне значення (0,96), яке буде відповідати стратегії А₁, тобто $H_w = \max(0,96; 0,95; 0,92; 0,60; 0,46; 0,70) = 0,96$.

Звідси випливає, що переваги слід віддати першому строку сівби льону-кучерявцю сортом Айсберг із нормою висіву 4 млн насінин/га. В цьому випадку незалежно від інших варіантів одержуємо гарантований прибуток не менше 0,96 тис. грн/га і це значення можна використовувати у подальшому для фінансових розрахунків. За будь-якого іншого рішення, у випадку несприятливої обстановки, може бути прибуток менше 0,96 тис. грн/га. Критерій Вальда в даному випадку ілюструє обережну поведінку агронома (аграрного менеджменту) не схильного до ризику.

Таблиця 1. Матриця прибутків для критерію Вальда

| Строк сівби | Сорт | Умовно чистий прибуток, тис. грн/га | | |
|--------------|---------|-------------------------------------|------|------|
| | | Норма висіву, млн насінин /га | | |
| | | 4 | 6 | 8 |
| Перший строк | Айсберг | 0,96 | 1,07 | 1,02 |
| | Ківіка | 0,95 | 1,09 | 0,97 |
| | Еврика | 1,09 | 1,28 | 0,92 |
| Другий строк | Айсберг | 0,80 | 0,88 | 0,60 |
| | Ківіка | 0,46 | 0,85 | 0,66 |
| | Еврика | 0,82 | 1,04 | 0,70 |

Мінімальний критерій Севіджа використовується у випадках, коли необхідно уникнути великого ризику (гірший із краєвих). На відміну від критерію Вальда, для прийняття рішення розглядається матриця ризику або матриця недоотримання прибутку. Розглянемо використання критерію Севіджа, якщо як вихідні умови розглядається матриця прибутку із елементами a_{ij} . В загальному випадку втрати b_{ij} визначаються як різниця між максимальним виграшем і виграшем з конкретного рішення за даних обставин, тобто:

$$b_{ij} = \max_i b_{ij} - b_{ij}$$

Побудуємо матрицю втрат (недоотримання прибутку).

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Відповідно до критерію Севіджа, перевагу слід надавати рішенням, для якого втрати максимальні за різних варіантів умов виявляються мінімальними. Формалізовано критерій набуває вигляду:

$$H_s = \min_i \max_j b_{ij},$$

де, b_{ij} – втрати, що відповідають i -тому рішенням за j -того варіанту умов.

Знайдемо оптимальне рішення, скориставшись критерієм Севіджа, якщо відома матриця прибутку (табл. 2).

Таблиця 2. Матриця прибутків для мінімального критерія Севіджа

| Строк сівби | Сорт | Умовно чистий прибуток, тис. грн/га | | |
|-----------------|---------|-------------------------------------|------|------|
| | | Норма висіву, млн насінин /га | | |
| | | 4 | 6 | 8 |
| Перший строк | Айсберг | 0,96 | 1,07 | 1,02 |
| | Ківіка | 0,95 | 1,09 | 0,97 |
| | Еврика | 1,09 | 1,28 | 0,92 |
| Другий строк | Айсберг | 0,80 | 0,88 | 0,60 |
| | Ківіка | 0,46 | 0,85 | 0,66 |
| | Еврика | 0,82 | 1,04 | 0,70 |
| $\max_i b_{ij}$ | | 1,09 | 1,28 | 1,02 |

Матриця втрат згідно з формулою $b_{ij} = \max_i b_{ij} - b_{ij}$ набуває вигляду:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,13 & 0,21 & 0 \\ 0,14 & 0,19 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0,10 \\ 0,29 & 0,40 & 0,42 \\ 0,63 & 0,43 & 0,36 \\ 0,27 & 0,24 & 0,32 \end{pmatrix}$$

Відповідно до критерію Севіджа перевагу слід надати рішенням, для якого втрати, максимальні при різних варіантах умов, виявляються мінімальними, тобто

$$H_s = \min_i \max_j b_{ij} = \min(0,21; 0,19; 0,10; 0,42; 0,63; 0,27) = 0,10.$$

Оскільки, $H_s = 0,10$, що відповідає стратегії A_3 – першому строку сівби льону-кудрявцю сортом Евріка із нормою висіву 8 млн. насінин/га, гарантує, що, у випадку несприятливих умов втрати не перевищать 0,10 тис. грн. /га.

Розглянемо **критерій узагальненого максиміна Гурвіца**. На відміну від критерія Вальда та критерія Севіджа, критерій Гурвіца враховує як песимістичний, так і оптимістичний підхід до ситуації. Він використовується, якщо субекту який приймає рішення, потрібно зупинитися між лінією поведження в розрахунку найгірше і лінією поведження в розрахунку найкраще, через це його часто називають **критерієм песимізму-оптимізму**. Цей принцип є спрощеним варіантом **принципу Байєса-Лапласа**.

Розглянемо критерій Гурвіца для матриці прибутків. У цьому випадку перевага надається рішенню, для якого виявиться максимальним показник (G), що визначається з виразу:

$$H_G = \max_i (x \alpha_i + (1 - x) \beta_i),$$

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}, \quad \beta_i = \max_j a_{ij}$$

де a_{ij} – прибуток, що відповідає i -тому рішенню за j -тім варіанті умов, x – показник оптимізму $0 \leq x \leq 1$, при $x=0$ – лінія поведження субекта який приймає рішення в розрахунку на краще, при $x=1$ – лінія поведження в розрахунку на гірше. При $x=1$ критерій Гурвіца прирівнюється до критерію Вальда, тобто орієнтація на обережне поведження, необтяжене ризиком. При $x=0$, орієнтація на граничний ризик, що відповідає критерію крайнього оптимізму. Значення x між 0 і 1 є проміжним між ризиком і обережністю в залежності від конкретних умов і схильності особи, що приймає рішення, до ризику.

Розглянемо матрицю прибутків (табл. 3). та знайдемо оптимальне рішення, скориставшись критерієм Гурвіца.

Таблиця 3. Матриця прибутків для критерію Гурвіца

| Строк сівби | Сорт | Умовно чистий прибуток, тис. грн. /га | | | α_i | β_i |
|--------------|---------|--|------|------|------------|-----------|
| | | Норма висіву, млн. насінин /га | | | | |
| | | 4 | 6 | 8 | | |
| Перший строк | Айсберг | 0,96 | 1,07 | 1,02 | 0,96 | 1,07 |
| | Ківіка | 0,95 | 1,09 | 0,97 | 0,95 | 1,09 |
| | Еврика | 1,09 | 1,28 | 0,92 | 0,92 | 1,28 |
| Другий строк | Айсберг | 0,80 | 0,88 | 0,60 | 0,60 | 0,88 |
| | Ківіка | 0,46 | 0,85 | 0,66 | 0,46 | 0,85 |
| | Еврика | 0,82 | 1,04 | 0,70 | 0,70 | 1,04 |

Приймається рішення за якого має місце критерій

$$H_G = \max_i (x \min_j a_{ij} + (1-x) \max_j a_{ij}),$$

Нехай показник оптимізму $x=0,5$ (тобто 50% оптимізму, 50% песимізму),
тоді

$$H_G = \max \begin{bmatrix} x \cdot 0,96 + (1-x)1,07 \\ x \cdot 0,95 + (1-x)1,09 \\ x \cdot 0,92 + (1-x)1,28 \\ x \cdot 0,60 + (1-x)0,88 \\ x \cdot 0,46 + (1-x)0,85 \\ x \cdot 0,70 + (1-x)1,04 \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 0,5 \cdot 0,96 + 0,5 \cdot 1,07 \\ 0,5 \cdot 0,95 + 0,5 \cdot 1,09 \\ 0,5 \cdot 0,92 + 0,5 \cdot 1,28 \\ 0,5 \cdot 0,60 + 0,5 \cdot 0,88 \\ 0,5 \cdot 0,46 + 0,5 \cdot 0,85 \\ 0,5 \cdot 0,70 + 0,5 \cdot 1,04 \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 1,02 \\ 1,03 \\ 1,10 \\ 0,74 \\ 0,66 \\ 0,87 \end{bmatrix} = 1,10$$

Оскільки $H_G = 1,10$, що відповідає стратегії A_3 – першому строку сівби льону-кучерявцю сортом Евріка із нормою висіву 4 млн насінин/га за оптимістичного, та 8 млн насінин/га за песимістичного прогнозу.

Якщо дана матриця витрат, то перевага надається варіанту рішень для якого виявиться мінімальний показник (G), що визначається з виразу

$$H_G = \min_i (x \alpha_i + (1-x) \beta_i),$$

$$\alpha_i = \max_j a_{ij}, \quad \beta_i = \min_j a_{ij}$$

Де $0 \leq x \leq 1$ показник песимізму. При $x=1$ приходимо до песимістичного критерію Вальда. При $x=0$ – до граничного оптимістичного критерію. Значення x вибирають на підставі суб'єктивних міркувань. Чим більше бажання підстрахуватися в даній ситуації, тим ближче до одиниці значення x . Розглянемо матрицю витрат (табл. 4.)

Таблиця 4. Матриця збитків (затрати залежно від застосування елементів технології вирощування льону-кучерявцю, тис. грн/га)

| Строк сівби | Сорт | Затрати на вирощування, тис. грн/га | | | $\alpha_i = \max_j a_{ij}$ | $\beta_i = \min_j a_{ij}$ |
|--------------|---------|-------------------------------------|------|------|----------------------------|---------------------------|
| | | Норма висіву, млн насінин/га | | | | |
| | | 4 | 6 | 8 | | |
| Перший строк | Айсберг | 1,66 | 1,84 | 1,83 | 1,84 | 1,66 |
| | Ківіка | 1,65 | 1,81 | 1,90 | 1,90 | 1,65 |
| | Еврика | 1,72 | 1,80 | 1,91 | 1,91 | 1,72 |
| Другий строк | Айсберг | 1,79 | 1,93 | 1,98 | 1,98 | 1,79 |
| | Ківіка | 1,76 | 1,86 | 1,91 | 1,91 | 1,76 |
| | Еврика | 1,81 | 1,85 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |

Приймається рішення за якого має місце критерій

$$H_G = \min_i (x \min_j a_{ij} + (1-x) \max_j a_{ij}),$$

За показника оптимізму $x=0,5$ (50% оптимізму, 50% песимізму), тоді

$$H_G = \min \begin{bmatrix} x \cdot 1,66 + (1-x)1,84 \\ x \cdot 1,65 + (1-x)1,90 \\ x \cdot 1,72 + (1-x)1,91 \\ x \cdot 1,79 + (1-x)1,98 \\ x \cdot 1,76 + (1-x)1,91 \\ x \cdot 1,81 + (1-x)2,00 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 0,5 \cdot 1,66 + 0,5 \cdot 1,84 \\ 0,5 \cdot 1,65 + 0,5 \cdot 1,90 \\ 0,5 \cdot 1,72 + 0,5 \cdot 1,91 \\ 0,5 \cdot 1,79 + 0,5 \cdot 1,98 \\ 0,5 \cdot 1,76 + 0,5 \cdot 1,91 \\ 0,5 \cdot 1,81 + 0,5 \cdot 2,00 \end{bmatrix} = \min \begin{bmatrix} 1,75 \\ 1,77 \\ 1,82 \\ 1,89 \\ 1,84 \\ 1,91 \end{bmatrix} = 1,75$$

Оскільки $H_G = 1,75$, що відповідає стратегії A_1 – першому строку сівби льону-кучерявцю сортом Айсберг із нормою висіву 4 млн насінин/га за оптимістичного, та 8 млн насінин/га за песимістичного прогнозу.

Зазначимо, якщо показники оптимізму або песимізму змінювати то оптимальні стратегії можуть теж змінюватись.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Можливо, вперше класичні критерії прийняття рішень застосовуються в аграрній сфері, наприклад, знаходження оптимальних варіантів в технології вирощування льону-кучерявцю.

Отже, використовуючи як умову для прийняття рішення економічну ефективність від впровадження елементів технології вирощування льону кудряшу, тобто умовно чистий прибуток, за їх впровадження використовуючи критерій Севіджа, Вальда та Гурвіца маємо пропоновані різні варіанти реалізації технологічного процесу. Таким чином, завбачаючи апріорні умови, маємо можливість використати конкретний критерій для задоволення бажаного результату.

Критерій Вальда визначає кращим перший строк сівби сортом Айсберг із нормою висіву 4 млн насінин/га.

Мінімальний критерій Севіджа, керуючись вихідними даними про прибуток, пропонує застосувати варіант, де висівається сорт Евріка нормою висіву 8 млн насінин/га, тобто за даної умови не отриманий прибуток буде мінімальним.

Критерій узагальненого максиміна Гурвіца для матриці прибутків в технології вирощування льону кудряшу за умов однакового прогнозу розвитку негативних і сприятливих ситуацій вказує на використання сорту Евріка із висівом 4 млн насінин/га, тоді як для матриці затрат за тих же апріорних даних кращим виявляється сорт Айсберг тієї ж норми висіву.

Загальним висновком стосовно елементів технології вирощування використавши критерій Вальда, Севіджа та Гурвіца є те, що перший строк сівби є найраціональнішим в даній технології.

Використання критеріїв Вальда, Севіджа і Гурвіца дають можливість суттєво розширити застосування математичних методів в агрономічних дослідженнях не тільки в рослинництві, а й в захисті рослин та землеробстві та інших напрямках.

Література

1. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: навч.-метод. посіб. для самост. вивчення дисципліни / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. – К.: КНЕУ, 2000. – 292 с.
2. Вітлінський В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. – К.: БОРИСФЕН-М, 1996. – 336 с.
3. Економічний ризик: ігрові моделі: навч. посіб. / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний; за ред. В. В. Вітлінського. – К.: КНЕУ, 2002. – 446 с.
4. Григоров А. В. Елементи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. Практикум для менеджерів з використанням можливостей Mathcad / А. В. Григоров, Б. В. Дідковська, В. О. Навродський. – 2-ге вид. випр. і допов. – К.: Дельта, 2006. – 512 с.
5. Ястремський О. І. Основи теорії економічного ризику : навч. посіб. для студ. екон. спец. вищ. навч. заклад. / О. І. Ястремський. – К.: АртЕк, 1997. – 248 с.