МЕТОДИ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ ТА GRAN-ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ

Корнійчук О.Е.

У статті розкривається роль математичних моделей, засобів інтегрального числення і методів розв'язування диференціальних рівнянь у дослідженні економічних процесів. Наведено приклади практичних застосувань, типові задачі, а також графічні побудови і відповідні обчислення за допомогою програмного засобу GRAN1.

Мотивоване залучення студентів до навчання, розв'язування ситуаційних задач, побудованих на життєво важливому матеріалі, зумовлює усвідомлення ними концептуальних моментів, що пов'язані з діями математичних законів у реальному світі.

Математичне моделювання багатьох процесів і явищ разом із точними кількісними методами дослідження і широким використанням сучасних інформаційних технологій є одним з актуальних питань соціального-економічного розвитку. А курс вищої математики є необхідним стартовим майданчиком для тих майбутніх економістів, які у співпраці з професійними математиками будуть займатись математизацією своєї галузі знань.

Ядром даних методичних напрацювань виступають математичні моделі реальних задач економіки. Матеріал базується на таких ключових поняттях, як *попит* і *пропозиція, вартість* і *ціна, витрати, дохід* і *прибуток, інвестиції* та *дисконтування.* Розкриття економічного змісту математичних понять спрямоване на формування у студентів умінь і навичок розв'язувати практичні задачі, будувати і читати графіки, на оволодіння ними як математичною, так і економічною термінологією. Ілюстрації й обчислення проводяться за допомогою зручного у користуванні пакета GRAN1 [2]. Аналогічні дії можна виконувати в системах *Mathcad, Maple* та ін.

У посібниках з вищої математики для економістів поняття **визначеного інтеграла** з точки зору економічного змісту подається як метод знаходження обсягу виробленої продукції за відомою функцією продуктивності праці або для обчислення зміни витрат (доходу) у разі зростання виробництва продукції. Проте існує багато інших прикладів застосування інтеграла в економіці. Наведемо деякі з таких застосувань та типові задачі.

Цікавою для студентів є побудова моделі *витрат споживачів і додаткової вартості виробника.* **Сумарні витрати** $S_{вит}$ споживачів на деякий товар Q обчислюються за формулою:

$$S_{вит} = \int_0^{Q_0} D(Q)dQ,$$

де $D(Q)$ — функція попиту, Q_0 — кількість товару, що продається за ціною P_0 (P_0 — рівноважна ціна).

Надлишок споживача $S_{надл}$ — це різниця між сумарними витратами споживача і реальними витратами в умовах ринку:

$$S_{надл} = \int_0^{Q_0} D(Q)dQ - P_0Q_0 .$$

Додаткова вартість. Виробники іноді мають можливість поставляти товар на ринок за вищою ціною, ніж та, на яку вони були згодні попередньо. Припускаючи, що весь товар Q_0 буде реалізовано за ціною P_0, можна знайти дохід $R=P_0Q_0$. Нехай водночас деяку кількість товару, меншу за Q_0, виробники поставляють за ціною $S(Q)$, не вищою за P_0. Тоді додаткова вартість виробника $S_{дод.варт}$ обчислюється за формулою:

$$S_{дод.варт} = P_0Q_0 - \int_0^{Q_0} S(Q)dQ ,$$

де $S(Q)$ — функція пропозиції.

Графічну ілюстрацію введених понять легко створити за допомогою, наприклад, програмного засобу GRAN1 та, пояснюючи цей матеріал, продемонструвати рис. 1.

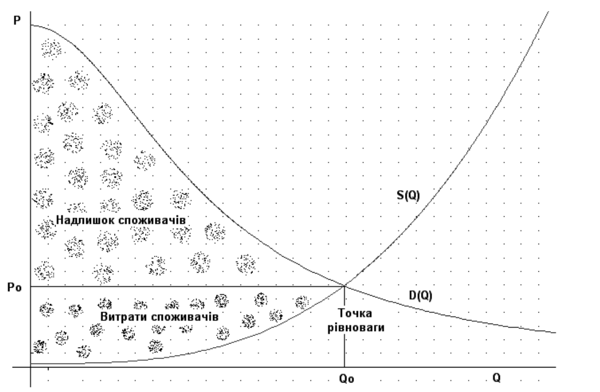

Рис. 1. Модель витрат споживачів і додаткової вартості виробника

А студенти отримують таке завдання.

Задача 1. Зобразити криві попиту та пропозиції:

$$D(Q) = \frac{25}{Q^2+1}; \; S(Q) = Q^3 + 0{,}25 .$$

За графіком знайти рівноважну ціну, для якої обчислити зазначені величини, використовуючи *Mathcad, GRAN* або *Maple.* (Сильніші студенти виконають це завдання за допомогою всіх трьох засобів і проведуть порівняльний аналіз).

Знаходження капіталу за відомими чистими інвестиціями. Майбутні економісти навіть під час вивчення диференціального та інтегрального числення можуть дізнатись, що **чисті інвестиції** — це загальні інвестиції, які надходять в економіку за певний проміжок часу, за відрахуванням інвестицій на відшкодування витраченого капіталу. Отже, за одиницю часу капітал збільшується на суму чистих інвестицій.

Якщо позначити через $K(t)$ капітал як функцію часу, а чисті інвестиції — $I(t)$, то за означенням

$$I(t) = \frac{dK(t)}{dt},$$

тобто чисті інвестиції — це похідна від капіталу за часом t.

Часто доводиться знаходити приріст капіталу за період часу від t_1 до t_2, тобто $\Delta K = K(t_2) - K(t_1)$. Оскільки $K(t)$ є первісною для функції $I(t)$, то

$$\Delta K = K(t_2) - K(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt.$$

Задача 2. Визначити приріст капіталу за три роки за даними чистими інвестиціями: $I(t)=9000t^{1/2}$ (грн).

Задача 3. За даними інвестиціями $I(t)=9000t^{1/2}$ знайти, за скільки років приріст капіталу становитиме 150000 гривень.

Максимізація прибутку за часом. Наведемо ще один приклад професійної спрямованості навчання інтегрального числення.

Нехай $C(t)$, $R(t)$, $\pi(t)$ — функції відповідно витрат, доходу та прибутку, які змінюються з часом t і є диференційованими на проміжку $[0; T]$, тоді $\pi(t)=R(t)-C(t)$, а тому $\pi'(t)=R'(t)-C'(t)$.

Якщо максимум загального прибутку досягається у внутрішній точці t_x проміжку $[0; T]$, то за теоремою Ферма $\pi(t_1)=0$, тобто і $R'(t_1)=C'(t_1)$. Іншими словами, у момент часу t_x швидкості зміни доходу та витрат рівні. Загальний прибуток за час t_1 обчислюють за формулою:

$$\pi(t_1) = \int_0^{t_1} \pi'(t)dt = \int_0^{t_1} [R'(t) - C'(t)]dt.$$

За рис. 2 визначаємо, що максимум прибутку дорівнює площі між кривими $R'(t)$ та $C'(t)$ на проміжку $[0, t_1]$.

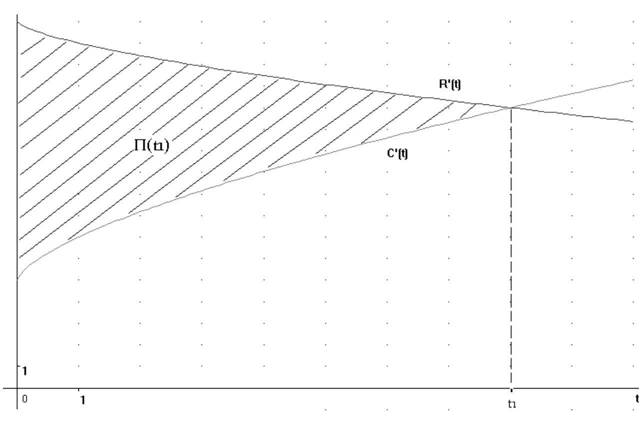

Рис. 2. Модель максимізації прибутку за часом

Задача 4. Швидкості зміни витрат та доходу деякого підприємства від початку його діяльності визначаються залежностями $C'(t)=5+2t^{2/3}$ та $R'(t)=17-t^{2/3}$, де C та R — у млн. грн., а t — у роках. Визначити, як довго підприємство буде прибутковим та знайти загальний прибуток, який буде отримано за цей час.

Крива Лоренца. У процесі навчання вищої математики майбутніх економістів криву Лоренца можна згадувати досить часто, що сприятиме підвищенню мотивації студентів. Нехай функція $y=f(x)$ описує залежність частки доходів населення y від частки x усього населення. Її графік називають кривою Лоренца. За рівномірного розподілу доходів крива Лоренца вироджується в пряму — бісектрису OA (рис. 3).

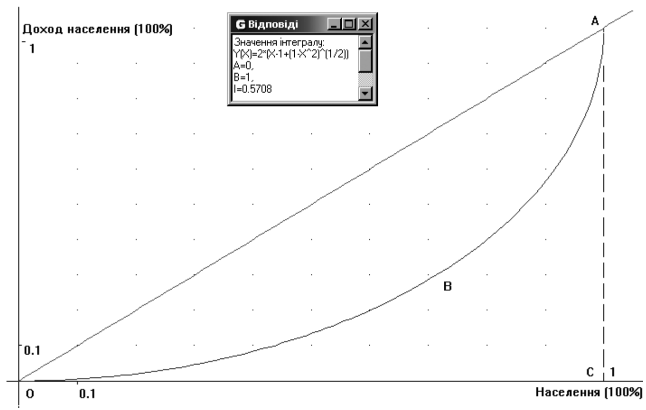

Рис. 3. Модель розподілу доходів. Крива Лоренца

Наприклад, якщо при $x_1=0{,}3$ маємо $y_1=f(x_1)=0{,}55$, то це означає, що 30% населення володіють 55% загального доходу країни.

Відношення L площі S_2 фігури OAB (між бісектрисою OA і кривою Лоренца) до площі S_1 трикутника OAC характеризує ступінь нерівномірності розподілу доходів населення. Коефіцієнт L при цьому називають коефіцієнтом Лоренца (або Джині):

$$L = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\int_0^1 |x - f(x)|dx}{1/2} = 2\int_0^1 |x - f(x)|dx.$$

Відзначимо, що коефіцієнт розподілу доходів задовольняє співвідношення $0 \le L \le 1$. Якщо $L=0$, доходи розподілено рівномірно, якщо $L=1$, нерівномірність розподілу доходів найбільша.

Задача 5. За даними дослідження розподілу доходів населення деякої держави крива Лоренца описується рівнянням $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$. Обчислити коефіцієнт Джині.

Обчислення шуканої величини L, а також побудову відповідної кривої Лоренца (рис. 3), можна легко і швидко виконати засобом *GRAN* або *Mathcad* (рис. 4, 5).

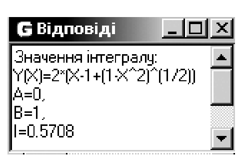

Рис. 4. GRAN-розрахунок задачі 5

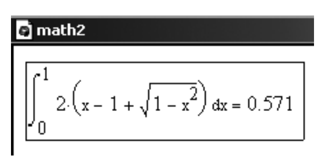

Рис. 5. Mathcad-розрахунок задачі 5

Досить високе значення $L=0{,}57$ вказує на нерівномірність розподілу доходів серед населення в даній країні.

Коефіцієнт Джині L також характеризує нерівномірний розподіл сплати прибуткового податку, якщо вважати, що функція $y=f(x)$ є частиною загального прибуткового податку і пропорційна частині x усього населення держави, тобто $y=кx$.

Задача 6. Розподіл прибуткового податку деякої країни задається кривою Лоренца $y=0,94x^2+0,06x$, де x — частина населення, що сплачує податки, а y — відповідна частина загального податку. Зобразити криву Лоренца. Яку частину загального податку сплачують 50% населення? Знайти коефіцієнт Джині.

Зростання капіталу та стратегія розвитку. Якщо функція $f(t)$ дорівнює прибутку в момент часу t, а $r\%$ — номінальна щорічна ставка, K — початкова сума вкладу, то реальне значення загального прибутку π за проміжок часу t від 0 до T становить:

$$\pi=\int_0^T f(t)e^{-it}dt-K,$$ де — питома відсоткова ставка.

Задача 7. Компанія повинна обрати одну з двох можливих стратегій розвитку: 1) вкласти 10 млн. грн. у нове обладнання і отримувати 3 млн. грн. прибутку кожного року протягом 10 років; 2) закупити на 15 млн. грн. сучасне обладнання, яке дозволить отримувати 5 млн. грн. прибутку щорічно протягом 7 років. Яку стратегію треба обрати компанії, якщо номінальна щорічна ставка 10%?

Сумарна дисконтова вартість. Знаходження початкової суми вкладу P за її кінцевою величиною S, що отримана за період часу t за щорічної номінальної ставки $r\%$, називається *дисконтуванням.* Задачі такого типу зустрічаються у визначенні ефективності капіталовкладень, а дізнатися про такі задачі і навчитися їх розв'язувати майбутні економісти можуть під час вивчення курсу вищої математики.

Якщо відсотки *прості,* то $S=P(1+it)$, а $P=S/(1+it)$, де $i=r/100$ — питома відсоткова ставка. У випадку *складних* відсотків: $S=P(1+it)^t$ і $P=S/(1+it)^t$.

Нехай $P(t)$ — величина капіталу, яка на момент часу t зросте до величини $S(t)$ за r відсотків річних, що нараховуються неперервно.

За формулою **неперервних** відсотків: $S(t)=P(t)e^{it}$, причому $P(t)=S(t)e^{-it}=V'(t)$ є **миттєвою дисконтовою вартістю**.

Сумарною дисконтовою вартістю $V(T)$ грошового потоку зі швидкістю $S(t)$ за період часу $[0, T]$ називається величина, що дорівнює капіталу, який покладено в банк під банківський відсоток, що забезпечує грошовий потік у розмірі $S(t)$ для будь-якого часу $t\in[0, T]$:

$$V(T)=\int_0^T S(t)e^{-it}dt.$$

Грошовим потоком (*потоком фінансових платежів*) називається ряд поступових у часі виплат або надходжень грошей [4, с. 51].

Задача 8. Протягом 3-х років на спецрахунок з відсотковою ставкою 8% мають регулярно надходити внески, які щороку збільшуються на 1 тис. грн. Визначити сумарну дисконтову вартість грошового потоку, якщо внесок на 1-й рік складає 11 тис грн.

Розв'язання. За умовою задачі 1-го року має бути внесено 11 тис. грн., 2-го — 12, 3-го — 13 тис. грн. Всього — 36 тис. грн. Задамо швидкість грошового потоку функцією, використовуючи формулу n-го члена арифметичної прогресії $a_n=a_1+d(n-1)$, тобто $S(t)=11+1\cdot(t-1)=10+t$ ($t=1, 2, \dots, n$ років). Тоді сумарна дисконтова вартість грошових надходжень

$$V(T)=\int_0^3(10+t)e^{-0,08t}dt.$$

Використовуємо метод інтегрування частинами:

$$V(T)=\int_0^3(10+t)e^{-0,08t}dt=\begin{vmatrix}u=10+t & dv=e^{-0,08t}\\ du=dt & v=-12,5e^{-0,08t}\end{vmatrix}=$$

$$=-12,5(10+t)e^{-0,08t}\Big|_0^3+12,5\int_0^3 e^{-0,08t}dt=$$

$$=-12,5(13e^{-0,24}-10)-(12,5)^2\cdot(e^{-0,24}-1)=$$

$$=-12,5(13\cdot0,7866-10)-156,3(0,7866-1)\approx$$

$$\approx 30,53\ \text{тис. грн.}$$

Отже, дисконтова вартість грошових надходжень складає 30,53 тис. грн.

Одержаний результат можна легко і швидко дістати за допомогою засобів комп'ютерної математики, наприклад GRAN (рис. 6).

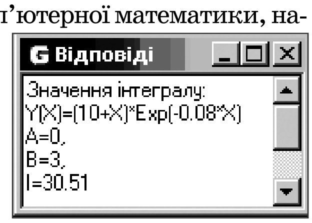

Рис. 6. GRAN-розрахунок задачі 8

Обчислення середніх значень. Нехай відома функція $t=t(x)$, яка описує зміни витрат часу t на виготовлення продукції в залежності від ступеня освоєння виробництва, де x — порядковий номер виробу в партії. Тоді середній час $t_{сер}$, витрачений на виготовлення одного виробу в проміжку від x_1 до x_2 виробів, обчислюється за *теоремою про середнє*:

$$t_{сер}=\frac{1}{x_2-x_1}\int_{x_1}^{x_2}t(x)dx.$$

Щодо функції зміни витрат часу на виготовлення продукції, то часто вона має вигляд $t(x)=ax^{-b}$, де параметри a (витрати часу на перший виріб) та b (певний показник виробничого процесу) визначаються емпірично.

Задача 9. Знайти середній час, витрачений на випуск одного виробу в період виготовлення від $x_1=100$ до $x_2=120$ виробів, якщо витрати часу на виготовлення першого виробу $a=600$ хв., а показник виробничого процесу $b=0,5$.

Методи інтегрального числення реалізуються під час розв'язування *диференціальних рівнянь,* що знаходять широке застосування в моделях економічної динаміки та демонструють залежність змінних від часу або їх взаємозв'язок у часі.

Модель природного зростання. Показникова крива. Нехай $Q(t)$ — обсяг продукції, реалізованої на момент часу t. Припустимо, що вся продукція продається за ціною p, тобто виконується умова ненасиченості ринку. Тоді доход у момент часу t дорівнює $R(t)=p\cdot Q(t)$. $I(t)$ — величина інвестицій, які йдуть на розширення виробництва, складає фіксовану частину доходу: $I(t)=m\cdot R(t)=m\cdot p\cdot Q(t)$, де коефіцієнт пропорційності m — **норма інвестцій** ($0<m<1$).

У моделі природного зростання припускають, що швидкість випуску продукції (*акселерація*) пропорційна величині інвестицій $Q'(t)=l\cdot I(t)$, де l — норма акселерації. Тоді $Q'(t)=lmp\cdot Q(t)$, або $Q'(t)=k\cdot Q(t)$, де $k=lmp$.

Диференціальне рівняння $Q'=kQ$ — це рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Розв'язуючи його, отримаємо загальний розв'язок: $Q=Ce^{kt}$, де $C=const$.

Зауваження. Рівняння вигляду $y'=ky$ називають рівнянням *показникового зростання.* Такі рівняння описують також зростання народонаселення, динаміку зростання цін в умовах інфляції, процес радіоактивного розпаду тощо. Розв'язком цього рівняння є функція $y=y_0e^{kt}$, де y_0 — початкова кількість об'єкта дослідження, k — коефіцієнт приросту і $k=\Delta y/y$, коли відносний приріст досить малий (Δy — приріст за достатньо малу одиницю часу Δt). Якщо приріст задано у відсотках ($p\%$), то $k=p/100$. При $k>0$ кількість збільшується, при $k<0$ — зменшується [1, с. 440].

Криву, рівняння якої $y(t)=a\cdot e^{kt}$, називають *показниковою кривою* (рис. 7). Позначивши $b=e^k$, рівняння цієї кривої можна записати як $y(t)=a\cdot b^t$. При $b>1$ ($0<b<1$) $y(t)$ зростає (спадає) із зростанням t. Параметр a характеризує початкові умови, а параметр b — сталий темп зростання [3, с. 220].

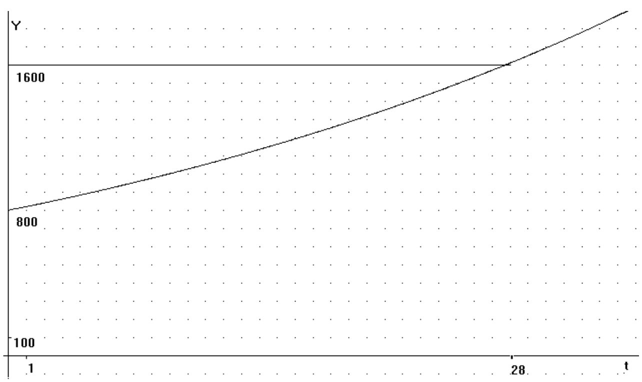

Рис. 7. Модель природного зростання. Показникова крива

Задача 10. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо на початок дослідження (t=0) в ньому проживало 800 тисяч населення, а щорічний приріст становить 20 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення міста збільшиться вдвічі.

Розв'язання. Нехай y — кількість населення (у тисячах) на момент часу t (у роках). Швидкість зростання населення $y'=ky$, де k — коефіцієнт пропорційності.

а) $\dfrac{dy}{dt}=ky \Rightarrow \dfrac{dy}{y}=kdt \Rightarrow \ln y = kt + C_1 \Rightarrow$
$y=e^{kt}\cdot e^{C_1} \Rightarrow y = Ce^{kt}$ — загальний розв'язок, де $C=e^{C_1}$.

б) $y(0)=800 \Rightarrow 800 = C\cdot e^0 \Rightarrow C=800 \Rightarrow$
$\Rightarrow y = 800e^{kt}$.

в) Визначимо коефіцієнт приросту k: $y(1)=820$, тоді

$$820 = 800e^k \Rightarrow e^k = \frac{41}{40} \Rightarrow k = \ln(1+\frac{1}{40}) \approx \frac{1}{40} \Rightarrow$$

$\Rightarrow y = 800e^{\frac{t}{40}}$ — закон зростання населення міста (рис. 7).

г) Знайдемо, за який час населення міста збільшиться вдвічі:

$$1600 = 800e^{\frac{t}{40}} \Rightarrow e^{\frac{t}{40}} = 2 \Rightarrow t = 40\cdot\ln 2 \approx$$
$$\approx 40\cdot 0{,}693 = 28 \text{ (років)}.$$

Модель зростання в умовах конкурентного ринку. Логістична крива. Під час вивчення диференціальних рівнянь майбутні економісти можуть дізнатися, що на практиці ненасиченість ринку може бути лише для досить вузького інтервалу часу. У загальному випадку крива попиту, що характеризує залежність ціни P реалізованої продукції від її обсягу Q, є графіком спадної функції $P=D(Q)$: із збільшенням обсягу продукції її ціна знижується в результаті насиченості ринку. Тому модель зростання набуває вигляду $Q'=lm\cdot D(Q)\cdot Q$ і є рівнянням з відокремлюваними змінними.

Задача 11. Знайти обсяг реалізованої продукції $Q=Q(t)$, якщо відомо, що крива попиту $D(Q)$ задана рівнянням $D(Q)=4-Q$, норма акселерації l=5, норма інвестицій m=0,4, $Q(0)$=0,8.

Розв'язання.

$$Q' = lm\cdot D(Q)\cdot Q \Rightarrow Q' = 2(4-Q)Q \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 2(4-Q)Q \Rightarrow \frac{dQ}{4Q-Q^2} = 2dt \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \int\frac{dQ}{(Q-2)^2-2^2} = -2\int dt \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{4}\ln\left|\frac{Q-4}{Q}\right| = -2t + C_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{Q-4}{Q} = Ce^{-8t}, \text{ де } C = \mp e^{4C_1}.$$

Оскільки $Q(0)$=0,8, то C=–3,2/0,8=–4, тоді

$$1-\frac{4}{Q} = -4e^{-8t} \Rightarrow Q = \frac{4}{1+4e^{-8t}}.$$

Графік отриманої функції зображено за допомогою ПЗ GRAN на рис. 8. Ця *S-подібна крива* називається *логістичною кривою* (або *кривою Перла-Ріда*).

$$y(t) = \frac{k}{1+be^{-at}},$$

Логістична крива — це графік функції, яка має вигляд де a і b — додатні параметри, k — граничне значення функції при $t\to+\infty$. Ця крива має точку симетрії, що співпадає з точкою перегину.

Майбутнім економістам корисно повідомити, що за допомогою останньої функції досліджується розвиток нового виробництва. На початку виробництва нового виду товару технічні засоби недостатньо розроблені, витрати виробництва великі і попит малий. Із збільшенням попиту й удосконаленням технічних методів виготовлення виробництво продукції збільшується. Відбувається насиченість ринку товарами, зростання виробництва уповільнюється, наступає стабілізація випуску продукції на певному рівні.

Логістичні криві також описують процес розповсюдження рекламних повідомлень, динаміку епі-

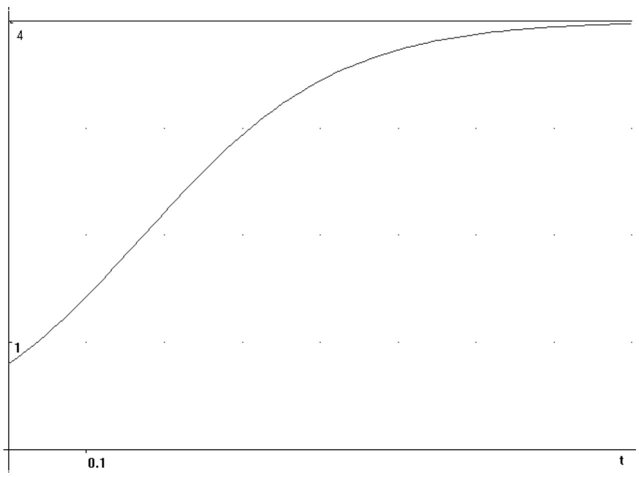

Рис. 8. Модель зростання виробництва. Логістична крива

демій, процес розмножування бактерій в обмеженому середовищі тощо.

Задача 12. Приватна клініка «Medibor» надає медичні послуги, про які в момент часу t з $N_0=1000$ чоловік, які потребують це лікування, знають лише $x=x(t)$ пацієнтів. По місцевому радіо й телебаченню даються рекламні оголошення. Інформація про клініку розповсюджується й засобом спілкування людей. Вважатимемо, що після рекламних оголошень швидкість зміни числа тих, хто знає про послуги клініки, прямо пропорційна ($k=1/5$) добутку числа клієнтів, які знають, на число тих, хто не знає про цю клініку.

Знайти залежність між змінними x і t, якщо в початковий момент часу $t=0$ (після початку рекламних оголошень) про «Medibor» знали $N_0/a=50$ потенційних пацієнтів.

Розв'язання.

За умовою задачі: $x'=0{,}2x(1000-x)=200x-0{,}2x^2$.

Згадуючи основні типи диференціальних рівнянь, студенти визначають, що дістали диференціальне рівняння, яке є рівнянням Бернуллі: $x'-200x=-0{,}2x^2$, а тому можна використати підстановку

$$x=UV \Rightarrow x'=U'V+UV' \Rightarrow$$
$$\Rightarrow U'V+UV'-200UV=-0{,}2U^2V^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow U'V+U(V'-200V)=-0{,}2U^2V^2.$$

Дістаємо два рівняння з відокремлюваними змінними: нехай 1) $V'-200V=0$, тоді 2) $U'V=-0{,}2U^2V^2$.

$$(1): \frac{dV}{V}=200\,dt \Rightarrow \ln|V|=200\,t \Rightarrow V=e^{200\,t};$$

$$(2): \frac{dU}{U^2}=-0{,}2e^{200\,t}dt \Rightarrow -\frac{1}{U}=-\frac{e^{200\,t}}{1000}+C \Rightarrow$$
$$\Rightarrow U=\frac{1000}{e^{200\,t}-1000\,C}.$$

Загальний розв'язок

$$x=UV=\frac{1000e^{200\,t}}{e^{200\,t}-1000C}.$$

Якщо $x(0)=50$, то $50=\dfrac{1000}{1-1000\,C} \Rightarrow$

$$\Rightarrow C=-\frac{19}{1000} \Rightarrow x=\frac{1000\,e^{200\,t}}{e^{200\,t}-19} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{1000}{1+19e^{-200\,t}} \Rightarrow x=\frac{1000\,e^{200\,t}}{e^{200\,t}-19}\ldots^{\div e^{200\,t}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{1000}{1+19e^{-200\,t}}$$ — шуканий розв'язок задачі.

Графік знайденої функції студенти зображують за допомогою ПЗ GRAN (рис. 9).

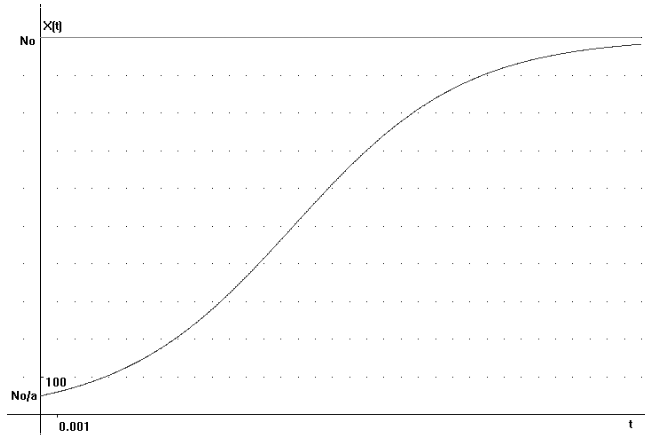

Рис. 9. Модель розповсюдження рекламних повідомлень

Як бачимо, математична модель дозволяє звести дослідження нематематичного об'єкта до розв'язування математичної задачі, скористатися універсальним математичним апаратом для його вивчення й отримати про досліджуваний об'єкт не лише кількісну, а й якісну інформацію. Такі початки математичного моделювання в курсі математики для економістів, зокрема засобами інтегрального числення та комп'ютерних технологій, виконують такі навчальні функції:

- сприяють мотивації навчання;
- розкривають необхідність і значимість математичних методів;
- дають початкові практичні відомості щодо застосування математичних понять в економічних дослідженнях;
- розвивають математичну культуру, необхідну для коректної постановки задачі, побудови моделі та її розв'язання, а також комп'ютерну грамотність студентів і можливість проконтролювати, унаочнити та проаналізувати отриманий результат.

Література

1. *Дюженкова Л.І.* Вища математика: Приклади і задачі: посібник / Л.І. Дюженкова, О.Ю. Дюженкова, Г.О. Михалін. — К.: Вид. центр «Академія», 2003. — 624 с. — (Альма-матер).
2. *Жалдак М.Л.* Математика з комп'ютером: посібник для вчителів / М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко; 2-ге вид. — К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2009. — 282 с.
3. *Красс М.С.* Математические методы и модели для магистрантов зкономики: учебное пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрышов. — СПб.: Питер, 2006. — 496 с.
4. *Машина Н.І.* Вищі фінансові обчислення: навч. посібник / Н.І. Машина. — К.: Центр навчальної літератури, 2003. — 238 с.

☆ ☆ ☆