

**Міністерство освіти і науки України
Житомирський інженерно-технологічний інститут**

І.Г. ГРАБАР

**Термоактиваційний аналіз
та
синергетика руйнування**

*Рекомендовано
Міністерством освіти
і науки України
як наукова монографія*

УДК539.20: 531.19
Г75

Рецензенти: *Дмитриченко М.Ф.*, д.т.н., професор;
Бобир М.І., д.т.н., професор

Грабар І.Г.
Г75 Термоактиваційний аналіз та синергетика
руйнування: Наукова монографія. – Житомир: ЖІТІ,
2002. – 312 с.

Вперше на основі отриманих аналітичних залежностей термоактиваційних параметрів руйнування ОЦК і ГЦК металів та дослідження стійкості їх енергії активації доведено, що в нескінченно-вимірному просторі стану металу існує достатньо потужний автономний підпростір. Показано, що в автономному підпросторі характеристики короткочасної тривалої та циклічної міцності можуть бути зведені до однієї змінної. Отримані результати розповсюджено на нестационарні задачі, що дозволяє застосування їх для прискорених сертифікаційних випробувань натурних конструкцій. Запропонована замкнена система термоактиваційного деформування та руйнування ОЦК і ГЦК металів та їх сплавів, на основі якої отримано ряд якісно нових розв'язків нестационарних задач, що підтвердили ідеї скейлінгу в низці кінетичних залежностей механіки та фізики руйнування

Спеціалістам у сфері фізики та механіки руйнування інженерам, що забезпечують сертифікаційні випробування та ресурс конструкцій, аспірантам та студентам технічних вузів.

Лл.: 59. Табл.: 37. Бібл.: 487.

УДК539.20: 531.19

ISBN 996-683-032-9

© І.Г. Грабар, 2002

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ГТД	–	газотурбінні двигуни
ГЦК	–	граньоцентрована центрована кубічна структура
ДА	–	дивний аттрактор
КВТ	–	камера високого типу
КФП	–	кінетичний фазовий перехід
МКЕ	–	метод кінцевих елементів
МФП	–	масштабний фазовий перехід
НВО	–	науково-виробниче об'єднання
НДС	–	напружено-деформований стан
НМЕ	–	накопичувачі механічної енергії
ОЦК	–	об'ємно-центрована кубічна структура
ПДС	–	плоский деформований стан
ПНС	–	плоский напружений стан
РЕМ	–	растрова електронна мікроскопія
РТВ	–	ріст тріщини втоми
ТА	–	термоактиваційний аналіз

ВСТУП

Подальший прогрес в дослідженні близького та далекого космосу, в створенні орбітальних комплексів та систем багаторазового використання, а також подальше вдосконалення авіаційних та ракетних двигунів вимагає вдосконалення теоретико-експериментальних методів прогнозування гарантованого ресурсу натурних конструкцій в умовах, максимально наближених до реальних умов експлуатації.

Відомо, що одними з найбільш навантажених і відповідальних в авіаційних та ракетних двигунах є ротори. Напружено-деформований стан елементів роторів, як правило, об'ємний, і в умовах прискореного визначення ресурсу форсуванням компонент тензора напруг автоматично виникає вікова проблема еквівалентності НДС. В той же час створення двигунів з ресурсом 20...100 тис. годин ставить під сумнів можливість проведення дорогих натурних випробовувань в реальному масштабі часу, що вимагає розробки нових концепцій прогнозування гарантованого ресурсу, а також пошуку оптимальних характеристик міцності існуючих та нових матеріалів, що використовуються для цих виробів. А це знову приводить до громіздких та дорогих експериментальних досліджень, причому в багатовимірному параметричному просторі.

У зв'язку з цим виникає необхідність в розвитку нових концепцій прогнозування гарантованого ресурсу, котрі б дозволяли підвищити достовірність прогнозу при зменшенні витрат на експериментальні випробування.

Одна із таких концепцій може бути створена на уявленнях синергетичної моделі руйнування та термоактиваційного аналізу.

За останні два десятиліття в цій сфері намітився прогрес, котрий можна пов'язати з роботами Антипова Є.А., Борисенко В.А., Владимірова В.И., Голуба В.П., Журкова С.Н., Лихачева В.А., Мишляева М.М., Можаровського М.С., Нарзулаєва Б., Паніна В.С., Панасюка В.В., Писаренко Г.С., Регеля В.Р., Трощенко В.Т., Шевелі В.В., Іванової В.С., Шанявського А.А. та інших.

Ціллю даної роботи є встановлення єдиних кінетичних закономірностей пластичного деформування та руйнування

ОЦК та ГЦК металів при циклічному, тривалому та короткочасному навантаженні, виділення автотермічного підпростору параметрів стану та виявлення точок біфуркації в узагальненому просторі “напруга-час-температура” та на основі цього розробка методів експериментально-теоретичного прогнозування гарантованого ресурсу роторів авіаційних та ракетних двигунів, накопичувачів кінетичної енергії, гіроскопічних приладів, електричних машин великої потужності тощо.

Аналізуючи розвиток науки в другій половині 20 – аж до початку 21 століття, вражають темпи та зростаюча роль синергетики. За останні тридцять років синергетика, досліджуючи процеси самоорганізації складних відкритих систем, далеких від рівноваги, завоювала статус міждисциплінарної науки при вирішенні найрізноманітніших задач людського буття!

Стартувавши в точному природознавстві, її методи проникли в біологію, екологію, політологію та економіку – наукові сфери, які принципово вважалися якісними.

В основі синергетичних моделей є процеси самоорганізації, що відображають кінетичні та масштабні фазові переходи в умовах, далеких від рівноваги за критеріями енергетичних, інформаційних чи масових параметрів.

Методи синергетики надзвичайно актуальні, оскільки більшість проблем, що виникли перед людством сьогодні, відрізняються:

- глобальністю;
- складністю;
- нелінійністю;
- необхідністю розробки стратегії безпечного розвитку цивілізації.

Цивілізація в наш час розвивається в умовах режимів із загостренням по більшості ключових параметрів, що вимагає пошуку рішень на шляху співеволюції з природою, в усвідомленні, що динамічний хаос – зовсім поряд (чого варте лише 11 вересня 2001 р.), з ціллю вибору оптимальних траєкторій еволюції в “епоху біфуркацій”, заміна траєкторій з дивними аттракторами та режимами з загостреннями на циклічні аттрактори, за якими розвивається більшість

екосистем. Це дозволить розробити тактику прийняття рішень сьогодення, яка зможе зменшити загальний ризик знищення цивілізації.

І першим кроком тут повинно бути вивчення синергетики, становлення всепланетарного синергетичного мислення не тільки науковців, а й всіх прошарків суспільства – від “піонерів до пенсіонерів”.

Освоївши принципи синергетики, людство не тільки виживе, а й зробить значний крок в освоєнні критичних технологій, що значно підвищать стандарти життя. І в першу чергу – в боротьбі з недугами 20 сторіччя – такими, як рак, СНІД, а також суттєво – до 200–250 років уже в 21 столітті! – продовжити тривалість життя людей!

Це абсолютно реальні цілі!

Дана монографія була задумана близько 12 років тому. За цей час “мода” на синергетику не тільки не пройшла, а й стала ще актуальнішою.

Тільки на теренах СНД, і особливо – в Росії, пройшли десятки конференцій, симпозіумів, “круглих столів” – як серед представників точних наук, так і “якісних”.

А в деяких випадках, як, наприклад, Міжнародний симпозіум “Фрактали і прикладна синергетика–2001”, що пройшов з 26 по 30 листопада 2001 р. в Москві, разом зібралися (і розуміли один одного!) провідні фахівці в області математики, фізики, матеріалознавства, механіки, генетики, кібернетики, біології, астрономії, конструювання і випробовування машин, філософії та економіки!

Воістину синергетика – цариця наук!

ПОДЯКИ

Щиро вдячний моїм вчителям і наставникам: заслуженому діячу науки і техніки РФ д.т.н., професору ІВАНОВІЙ Вірі Семенівні (ІМЕТ ім. Байкова, м. Москва), д.т.н., професору ШАНЯВСЬКОМУ Андрію Андрійовичу (ДержННЦА, м. Москва), д.т.н., професору САМОТОКІНУ Борису Борисовичу (ЖІТІ), професору БАЖЕНОВУ Володимирі Григоровичу (ЖІТІ), професору РАДЧЕНКУ Олександрі Івановичу (НАУ, м. Київ).

РОЗДІЛ 1. ПРОЦЕСИ САМООРГАНІЗАЦІЇ ТА СКЕЙЛІНГОВА КІНЕТИКА НЕЛІНІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМ, ДАЛЕКИХ ВІД РІВНОВАГИ

На даний час в математиці, фізиці, механіці, кібернетиці й інших науках отримані значні експериментальні та теоретичні результати, що не узгоджуються з класичними уявленнями.

Це стосується поведінки нелінійних стохастичних відкритих систем, далеких від рівноваги. Визнано [1–3], що міждисциплінарною наукою, яка встановлює загальні закономірності розвитку таких систем різноманітної фізичної природи, є синергетика. І перш за все – завдяки тому, що синергетичні системи різноманітної фізичної природи мають загальну унікальну властивість – здійснювати нерівновісні фазові переходи при зміні керуючих параметрів. Як правило, ці фазові переходи супроводжуються каскадом біфуркацій. Вивчення й врахування самоорганізації дисипативних структур при зміні керуючих параметрів, і особливо в точках нестійкості (точках біфуркації) дозволяє розробити нову методологію в фізиці нерівновісного стану, в тому числі – в механіці руйнування конструкційних матеріалів [1, 2].

Різнманітним проблемам дослідження синергетичних систем присвячені численні роботи вітчизняних і закордонних вчених та їх наукових шкіл: Андронова А.А., Аніщенко В.С., Арнольда В.І., Вітта А.А., Владімірова В.І., Гапонова-Грехова А.В., Зельдовича Я.Б., Іванової В.С., Кадомцева Б.Б., Клімантовича Ю.Л., Кузнєцова С.П., Ландау Л.Д., Ліфшиця Є.М., Лихачова В.А., Мандельштама Л.І., Мишляєва М.М., Олемського О.І., Паніна В.Є., Пригожина І., Пуанкаре А., Рибаківної Л.М., Рабіновича М.І., Самарського А.А., Сіная Я.Г., Стратоновича Р.Л., Тома Р., Фейгенбаума М., Хакена Г., Шанявського А.А., Шарковського А.Н., Шустера Г. та багатьох інших.

1.1. Скейлінг в кінетиці пластичного деформування та руйнування твердих тіл

На даний час в механіці пружно-пластичного деформування і руйнування конструкційних матеріалів накопичено значний експериментальний матеріал, який дозволяє стверджувати, що кінетика даних процесів не завжди є гладкою, а містить спектр критичних значень керуючих параметрів, при яких настає зміна структурних рівнів пластичної деформації. Нижче наведено стислий аналіз експериментальних результатів перш за все, кінетичних діаграм різноманітних механічних властивостей в тривимірному просторі "властивість – час – температура".

У деяких випадках координати точок біфуркації можуть бути упорядковані. Аналіз таких упорядкованостей також буде наведено нижче. Очевидно, вперше серйозну увагу на каскад біфуркацій, що спостерігаються в кінетиці пластичної зони в вершині тріщини втоми, звернула В.С. Іванова [4]. Було показано, що кінетика росту тріщини втоми (РТВ) не є гладкою, а містить ряд критичних довжин, при яких відбувається стрибкоподібна зміна зони пластичної деформації. Причому, ряд критичних довжин тріщин можна задовільно описати упорядкованою множиною виду:

$$l_i / l_{i+1} = \Delta^{2^{-i}}, \quad (1.1)$$

де l_i, l_{i+1} – сусідні значення критичних довжин тріщин;

Δ – універсальна постійна руйнування.

Як випливає з (1.1), для сплаву постійного хімічного складу і термообробки ($\Delta = \text{const}$) це співвідношення інваріантно до масштабного ефекту (при дотриманні умов подібності руйнування у вершині тріщини), що і було підтверджено експериментально [4, 5]. В [6–8] для пояснення ефектів виникнення каскаду пластичних нестійкостей, що призводять до реалізації послідовності біфуркацій, запропоновано ряд фізичних і феноменологічних підходів синергетики.

Явище реалізації каскаду біфуркацій в процесі зміни керуючого параметра – довжини тріщини втоми, а також їх

інтерпретація наведені в роботах А.А. Шанявського [9–13]. В даних роботах інформативним параметром про реалізацію стійкого або нестійкого росту тріщини втоми є крок борозенки. І в режимі ручного [9–12], і автоматизованого [12–13] РЕМ*–аналізу було показано, що залежність:

$$d_i = f(l; DK; T) \quad (1.2)$$

містить ряд критичних значень керуючого параметра, при яких відбувається перебудова періодичного рельєфу. В більшості випадків у проміжках між критичними значеннями керуючого параметра крок борозенки залишається постійним і змінюється після біфуркації у відповідності до упорядкованої множини типу (1.1). На основі вивчення кінетики кроку борозенок запропоновано ряд критеріїв визначення еквівалентних напруг при руйнуванні в умовах складного напружено-деформованого стану [13].

В роботах В.А. Борисенка і його учнів [14–18] виявлено скейлінг на температурних залежностях різноманітних характеристик міцності ($S_{0,2}$; S_I ; S_T ; S_B ; HV та ін.) в широкому діапазоні температур і швидкостей деформування. Для широкого класу ОЦК і ГЦК металів і їхніх сплавів встановлено, що вказані температурні залежності не є гладкими, а містять ряд особливих точок, в яких похідна $\partial S / \partial T$ розривається. Показано, що в координатах " $\ln S - 1/T$ " ці залежності задовільно апроксимуються відрізками ламаної, із чого авторами запропонована залежність характеристик міцності від температури:

$$s = A_j \exp\left(-\frac{U_j}{kT}\right), \quad (1.3)$$

де A_j , U_j – передекспонента та умовна енергія активації для j -го температурного діапазону.

При переході через граничне значення температури A_j та U_j стрибкоподібно змінюються.

Аналогічні результати отримані в роботах В.І. Трефілова та співробітників [19–22] і М.М. Мишляєва [23–24].

* РЕМ – растрова електронна мікроскопія

У [18] виявлена часткова Δ -упорядкованість координат точок біфуркації для деяких ГЦК-металів та їхніх сплавів. В роботах Л.М. Рибакіної і співробітників [25–27] виявлені точки біфуркації на кривих деформування виду:

$$s_{icm} = j(e_{zdl}^{0,5}), \quad (1.4)$$

котрі в даних координатах також перетворюються в сімейство відрізків прямих, що утворюють ламану лінію.

В [28–29] виявлені елементи скейлінгу в накопиченні пошкоджень втоми, виявлені при двоступінчастому циклічному навантаженні з одноразовою зміною навантаження. Показано, що попереднє напрацювання містить ряд критичних зон, у яких залишкова довговічність істотно збільшується. У проміжках між критичними зонами задовільно виконується закон лінійного додавання пошкоджень

У роботах О.С. Баланкіна [30–33] наведений аналіз особливостей кінетичних і масштабних фазових переходів для сильнозбуджених систем. Показано, що характеристичні масштаби динамічних структур двох сусідніх структурних рівнів можуть бути визначені з умови:

$$\frac{L_{i+1}}{L_i} = \frac{C_i^2}{C_i^2} = \frac{2(1-n)}{1-2n} \quad (1.5)$$

де n – коефіцієнт Пуасона;

C_l, C_t – швидкість поздовжньої і поперечної пружної хвилів.

Проте в тривимірному просторі можливе формування інших динамічних структур, що можуть мати більш широкий, ніж (1.5), спектр масштабів довжин. При цьому реалізація того чи іншого структурного рівня визначається видом розв'язку узагальнених рівнянь Гінзбурга-Ландау [30]. Вид розв'язку визначається критерієм, аналогічним числу Рейнольдса:

$$Re_{np} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{2}\tau_n}, \quad (1.6)$$

де t_n, S_n – опір руйнуванню на зсув і відрив.

Елементи скейлінгової кінетики виявлені для характеристик міцності полімерів у роботах Г.М. Бартенєва і його школи [34–38]. Було показано, що варіаційні ряди тривалої міцності і довговічності полімерів при інваріантних умовах випробувань містять локальні екстремуми, котрі інтерпретувалися як дискретні рівні міцності та довговічності. Стислий огляд експериментальних даних дозволяє констатувати, що в механіці пластичного деформування і руйнування розроблені методики, що дозволяють виявити елементи скейлінгу. Точки біфуркації на кінетичних діаграмах свідчать про зміну провідних механізмів пластичного деформування. Про це свідчать і експериментальні роботи з вивчення стадійності дислокаційної структури Е.В. Козлова, Н.А. Конєвої, В.Ф. Терентьєва та інших [39–41].

Особливе місце серед даних робіт займають результати школи В.Є. Паніна [42–48]. З позиції уявлень сильнозбудженого стану розроблені фізичні основи хвильової природи пластичної деформації твердих тіл, що дозволили сформулювати принципи утворення структурних рівнів пластичної деформації твердих тіл. Відповідно до цієї концепції, будь-які пластичні зсуви даного структурного елемента призводять до ротаційних мод. Поворотні моди втягують у деформування всю ієрархію структурних рівнів [43]. Розроблена теорія та отримано експериментальне підтвердження хвильової природи пластичного деформування, що дозволило по-новому сформулювати синергетичні критерії міцності [43]:

$$\frac{\partial R_m}{\partial t} > 0; \operatorname{rot} R_m = 0, \quad (1.7)$$

де R_m – тензор вигину-кручення.

Подальше вивчення скейлінгової кінетики пластичного деформування і руйнування конструкційних матеріалів, законів упорядкованості точок біфуркації, стадійності дислокаційної структури дозволить розробити нові підходи в теорії міцності і прогнозуванні експлуатаційно-службових властивостей конструкційних матеріалів.

1.2. Скейлінгова кінетика нерівновісних процесів різноманітної фізичної природи

Як відзначалося вище, аналіз синергетичних систем зустрічається у літературі з математики [49–51], біології [52–54], кібернетики [55–56], теорії плазми [57–59], астрономії [60–61] та ін. При цьому математичний апарат опису таких систем є схожим – це система диференційних нелінійних рівнянь із змінними керуючими параметрами [1].

З експериментальних робіт, де стійко відтворюється скейлінгова кінетика, є температурні залежності різноманітних фізичних властивостей: швидкості пружних хвиль, спин-гратчастої релаксації, електропровідності, швидкості хімічних реакцій та інші [62–65]. Численні приклади таких робіт наведені в збірниках [65–67]. Вивченню теорії фракталів і нелінійних явищ присвячено багато конференцій і шкіл [66–68].

Найбільше число експериментальних даних про поведінку синергетичних систем, явища самоорганізації, утворення дисипативних структур накопичено в гідродинаміці [67–70]. Очевидно, не випадково перша робота, де було виявлено утворення дисипативних структур, з'явилася також в області гідродинаміки [71].

В математиці накопичено численні дані з вивчення сценаріїв переходу через каскад біфуркацій різноманітних математичних моделей, і, насамперед, одномірних та двомірних динамічних відображень і систем нелінійних диференційних рівнянь. Серед них найбільш вивчені: одномірне відображення Пуанкаре:

$$X_{i+1} = F(a, X_i) \quad (1.8)$$

і ряд найпростіших систем нелінійних диференційних рівнянь, таких, як системи Лоренца, Реслера та інших, що при зміні керуючих параметрів переходять через каскад біфуркацій. Найбільш поширеним сценарієм переходу через каскад біфуркацій для вивчених синергетичних систем є сценарій Фейгенбаумана, або сценарій подвоєння періоду [1, 72, 73,].

Більш детальну інформацію про синергетичні явища можна знайти в монографіях [1, 13, 30, 45, 58, 66–68, 73–76 та ін.] і дисертаціях [23, 27, 39, 77–82 та ін.].

1.3. Методи дослідження синергетичних систем

Як було показано вище, для опису еволюції синергетичних систем необхідно використовувати системи нелінійних диференціальних рівнянь [1], котрі, як правило, не інтегруються в квадратурах. Виходячи з цього, для аналізу еволюції синергетичних систем необхідно скористатися або чисельними методами, або якісною теорією, що має більш загальні підходи.

Якісному дослідженню еволюції синергетичних систем при зміні керуючих параметрів присвячена велика кількість літератури [1, 49–59, 73–76, 83–100].

Нехай еволюція синергетичної системи описується довільною системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{\bar{q}} = F(\bar{a}, \bar{q}, t), \quad (1.9)$$

що має такий розв'язок:

$$q(t) = \begin{cases} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \dots \\ q_m(t) \end{cases} \quad (1.10)$$

Якщо позбутися параметра $t \in]-\infty; \infty[$ у (1.10), то можна перейти до фазового простору, що дозволяє одержати:

$$L(q_1; q_2; \dots; q_m) = 0. \quad (1.11)$$

(1.11) є рівнянням траєкторії у фазовому просторі для заданих початкових умов. Обравши інші початкові умови, можна одержати пучок траєкторій. Якщо поведінка динамічної системи є стійкою, то всі траєкторії, що починаються на деякій щільній підмножині початкових умов, притягуються до деякої області фазового простору – атрактора.

Областю притягання атрактора називається множина початкових умов, якщо всі траєкторії, що виходять із даної множини, притягуються даним атрактором.

При вивченні еволюції синергетичних систем найбільший інтерес мають притягувальні множини типу: фокус, граничний цикл, тор, дивний аттрактор.

Важливе місце в аналізі синергетичних систем належить класу атракторів, що утворюють різноманіття. Кожній точці різноманіття в m -мірному фазовому просторі можна поставити у взаємооднозначну відповідність точку в просторі $(m-1)$ [1, 94, 95]. Наприклад, кожна точка граничного циклу може бути взаємооднозначно відображена на відріжку, кожна точка тора – на площині, обмежена прямокутником і т.д.

Якщо в кожній точці атрактора, що належить класу різноманіття, існує похідна за часом, то говорять про диференційовані різноманіття [1]. Останнім часом виявлені аттрактори, що не належать до класу різноманіття. Такі аттрактори одержали назву "дивних" чи "хаотичних" [1, 73].

Дати загальне визначення дивного атрактора (ДА) на сьогоднішній день неможливо, тому що поки невідома загальна класифікація можливих типів ДА та систем, що їх породжують. Дані про ДА отримані в численних експериментах для систем звичайних диференційних рівнянь із найпростішими нелінійностями і деяких класів нелінійних алгебраїчних відображень невеликої величини.

Встановлено, що ДА є притягуючою множиною нестійких траєкторій. Це означає, що в кожній точці ДА траєкторії стійкі в одних і нестійкі в інших напрямках, що відповідає сідловим траєкторіям. Для дисипативних систем (саме ці системи будуть розглядатися надалі) це призводить до несподіваних результатів

Відомо, що для дисипативної системи характерний стиск елемента об'єму фазового простору ($dV/dt < 0$). Отже, в околі сідлової точки ДА елементарний об'єм в одному із поперечних напрямків (наприклад, X) розтягується, а в іншому (наприклад, Y) – стискується. Причому, оскільки $dV/dt < 0$, то:

$$\left| \frac{dL^x}{dt} \right| > \left| \frac{dL^y}{dt} \right|. \quad (1.12)$$

Це призводить до того, що будь-який пучок траєкторій у фазовому просторі розпадається на систему смуг, розділених пустотами, тобто утворює нещільну (канторову) множину. Канторовість структури – найбільш характерна властивість ДА. Внаслідок цього об'єм ДА у фазовому просторі розмірності m дорівнює нулю. Розмір ДА можна обчислити, покривши весь об'єм атратора в m -мірному просторі "кубиками" об'ємом l^m . Тоді [73]:

$$D = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln(N(l))}{\ln(1/l)}, \quad (1.13)$$

де $N(l)$ – число кубиків, зайнятих елементами ДА.

Легко бачити, що:

$$D < m, \quad (1.14)$$

як і для всякої канторової множини. Отже, як і для всякої канторової множини, (1.13) є хаусдорфовою розмірністю, а також, на відміну від щільних множин, може приймати як цілі, так і дробні значення.

Таким чином, всі вивчені на сьогоднішній день ДА мають такі загальні ознаки [1, 73]:

- займають обмежену частину фазового простору;
- надзвичайно чутливі до початкових умов;
- стискають елементарний фазовий об'єм в одних напрямках і розтягують в інших;
- мають структуру канторових (нещільних) множин.

Як приклад еволюції синергетичних систем часто наводять [73, 83–88] системи Реслера:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -Y - Z, \\ \dot{Y} &= X + aY, \\ \dot{Z} &= b + Z(X - r) \end{aligned} \quad (1.15)$$

та Лоренца:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= a(Y - X), \\
 \dot{Y} &= X(r - Y) - Y, \\
 \dot{Z} &= XY - bZ,
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

де a, b, r – постійні.

(1.15) містить одну, а (1.16) – дві нелінійності. Відповідно атрактор Реслера містить одну, а атрактор Лоренца – дві макроскопічних особливості, аналогічних особливості Мебіуса. Обидва атрактори мають усі перераховані особливості ДА, із хаусдорфвою розмірністю $D < 3$.

Еволюція атрактора у фазовому просторі дозволяє судити про структурну стійкість динамічної системи при зміні керуючих параметрів. У випадку структурної нестійкості взаємооднозначна відповідність стає неможливою. В результаті проходження керуючого параметра через критичні значення, в яких порушується взаємооднозначна відповідність, в системі настає біфуркація або каскад біфуркацій. У буквальному значенні термін “біфуркація” означає роздвоєння та вживається для опису якісної, топологічної перебудови картини при переході керуючих параметрів через критичні значення [6]. Очевидно, поки відсутня повна класифікація дивних атракторів та систем, що їх породжують, рано говорити і про повну класифікацію сценаріїв переходу через каскад біфуркацій синергетичних систем.

На даний час найбільш повно вивчені такі сценарії [73, 83–88]:

$$T^0 \rightarrow T^1 \rightarrow T^2 \rightarrow T^3 \rightarrow \dots \rightarrow ДА, \tag{1.17}$$

$$T^0 \rightarrow T^1 \rightarrow T^2 \rightarrow ДА, \tag{1.18}$$

$$\begin{aligned}
 [w] \rightarrow [w; w/2] \rightarrow [w; w/4; w/2; 3w/4] \rightarrow \dots \rightarrow \\
 \rightarrow [w; w/2^n; \dots; (2^n - 1)w/2^n] \rightarrow \dots \rightarrow ДА
 \end{aligned}
 \tag{1.19}$$

(1.17) відповідає сценарію Ландау-Хопфа: при зміні керуючих параметрів система переходить через каскад біфуркацій із народженням тора більшої розмірності, що при $j \rightarrow \infty$ призводить до ДА.

(1.18) відображає сценарій Рюеля-Такенса, в якому, на відміну від попереднього випадку, після двох біфуркацій "фокус" \rightarrow "граничний цикл" ($T^0 \rightarrow T^1$) і "граничний цикл" \rightarrow "тор" ($T^1 \rightarrow T^2$) можливий перехід до ДА. У [73, 83] показано, що народження ДА можливо не раніше, ніж після двох біфуркацій: на двомірній поверхні (тор) неможливо існування множини, що притягує нестійкі траєкторії, без взаємоперетину. Проте вже після третьої біфуркації геометрична заборона на зародження ДА знімається. Причому, якщо виконуються умови теореми Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ), то третя біфуркація йде за сценарієм (1.17), а якщо не виконується, то за (1.18) [1, 73].

Послідовність (1.19) описує сценарій подвоєння періоду або сценарій Фейгенбаума після чергової біфуркації поряд з основною частотою з'являються субгармоніки, кратні w [72]. Крім перерахованих, слід зазначити сценарій переходу каскаду біфуркацій через перемежування. У випадку руху суцільного середовища перемежування характеризується почерговою зміною при зміні керуючих параметрів областей ламінарного і турбулентного плин, що в фазовому просторі відповідає чергуванню стійких атракторів і ДА.

Мабуть, подальші дослідження призведуть до відкриття й інших сценаріїв переходу нерівновісних систем, що самоорганізуються, через каскад біфуркацій.

1.4. Сценарій подвоєння періоду

Сценарій подвоєння періоду є одним із найбільш добре вивчених. На наш погляд, не останню роль в цьому зіграв той факт, що замість громіздких систем нелінійних диференціальних рівнянь даний сценарій можна відтворити на найпростіших одновірних квадратичних відображеннях типу відображення Пуанкаре:

$$X_{i+1} = a - X_i^2, \quad (1.20)$$

яке дозволяє досліджувати сценарій подвоєння в широкому діапазоні керуючих параметрів.

Умови появи сценарію Фейгенбаума досить природні (практично достатньо, щоб відображення Пуанкаре було близьким до одномірного хоча б з одним максимумом на основному інтервалі [73]), що призводить до сценарію подвоєння періоду в достатньо представницькій множині нелінійних систем [73, 84–88].

На рис. 1.1 зображена картина притягуючих множин одномірного відображення Пуанкаре при безперервному збільшенні керуючого параметра. Як показав Фейгенбаум [72], дана множина складається із самоподібних підмножин із коефіцієнтами масштабу:

$$\lim_{n \rightarrow 0} \left| \frac{d_n}{d_{n+1}} \right| = a = 2.502907... , \quad (1.21)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{a_{n+1} - a_n}{a_{n+2} - a_{n+1}} = d = 4.669016...,$$

де a і d – константи Фейгенбаума

Звідси випливає, що відстані між точками 2^n і 2^{n+1} циклів при переході через біфуркацію знаходяться в універсальному співвідношенні. Таку самоподібність можна описати хаусдорфовою розмірністю атратора [73]:

$$D \cong - \frac{\ln[N(l)/N(l')]}{\ln[l/l']} = - \frac{\ln 2}{\ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \right) \right]} \cong 0.543... \quad (1.22)$$

Цікаво відслідкувати порядок намотування траєкторії на гілці дерева Кейлі (рис. 1.1). Позначимо координати притягуючих точок при заданому $a = \text{const}$ як ранжирований зростаючий ряд $\{X_i\} = X_1 X_2 X_3 \dots X_m$, де $m = 2^j$, j – порядковий номер біфуркації.

Як показує числовий експеримент, для відображення (1.20) і аналогічних йому почерговість проходження траєкторії точок притягуючої множини $\{X_i\}$ має такий вигляд:

$$j = 0 : X_1 X_1 X_1 \dots$$

$$j = 1 : X_1 X_2 X_1 X_2 X_1 \dots$$

$$j = 2 : X_1 X_3 X_2 X_4 X_1 \dots$$

$$j = 3 : X_1 X_5 X_4 X_7 X_2 X_6 X_3 X_8 X_1 \dots$$

$$j = 4 : X_1 X_9 X_8 X_{13} X_4 X_{12} X_5 X_{15} X_2 X_{10} X_7 X_{14} X_{13} X_{11} X_6 X_{16} X_1 \dots$$

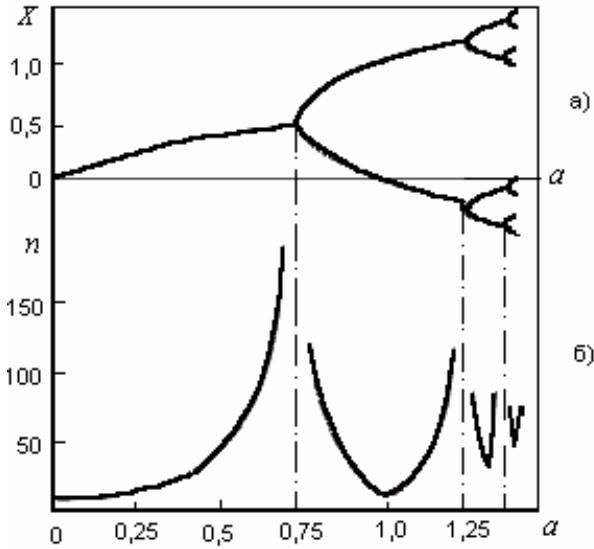


Рис. 1.1. Біфуркаційна діаграма одномірного відображення Пуанкаре $x_{i+1} = a - x_i^2$ і діаграма його сходження

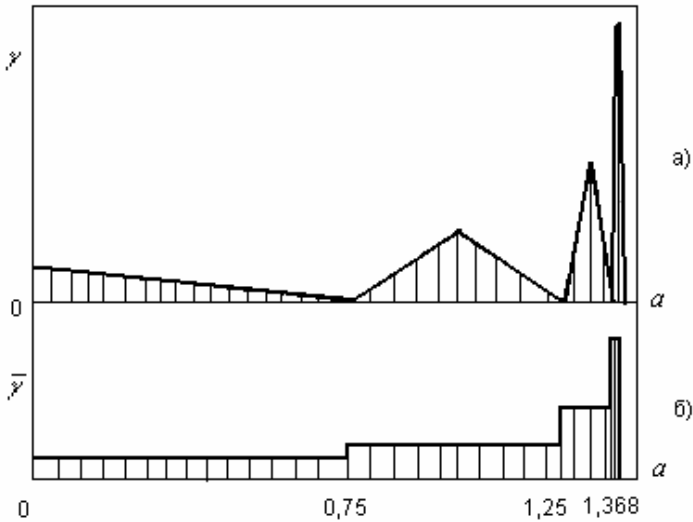


Рис.1.2. Діаграма локальної (а) та інтегральної (б) “в’язкості” одновимірного відображення Пуанкаре $x_{i+1} = a - x_i^2$ як функції керуючого параметра a

На рис. 1.3. співвідношення (1.22) подані у виді графів. Якщо ввести операції N і R , як показано на рис. 1.4, то для двох множин однакової потужності така операція буде називатися нормальним зсувом N . Якщо $A_i \xrightarrow{R} B_{m-i}$, де m – потужність множини, то відображення R буде називатися зсувом із поворотом. Як впливає з (1.22) і рис. 1.3, зворотні траєкторії (верхні лінії) є R -відображеннями для перетинів дерева Кейлі. В той же час траєкторії віддалення є складною комбінацією перетворень N і R . Саме це, як буде показано нижче, при $m \rightarrow \infty$ призводить до непередбачуваності появи елементів множини $\{X\}$ у ранжированому ряді, тобто до дивного (хаотичного) атратора. На рис. 1.4. наведена загальна схема перетворення множин A і B для траєкторій віддалення.

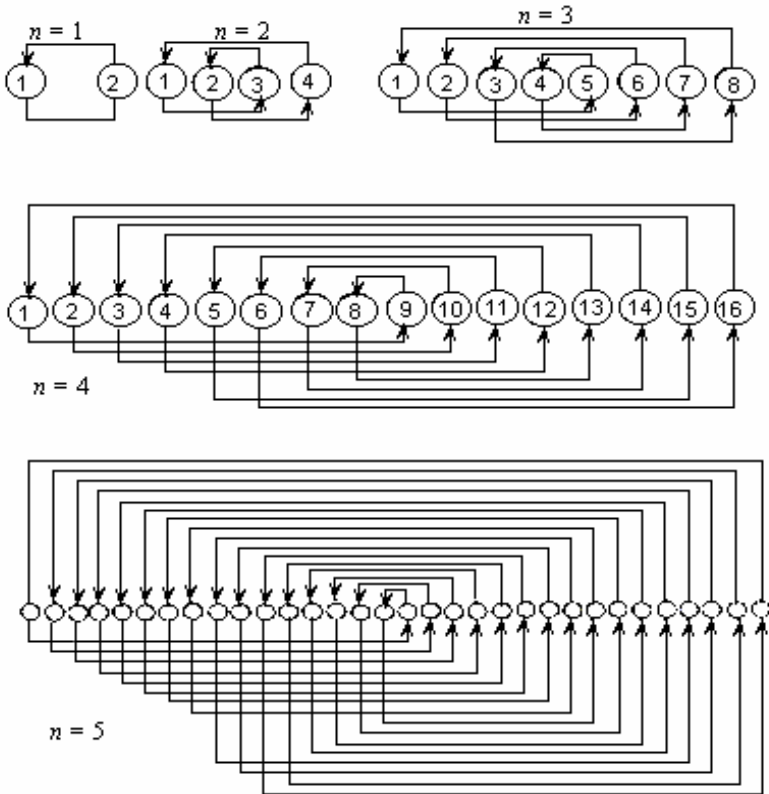


Рис. 1.3. Порядок намотування граничної траєкторії на гілки біфуркаційної діаграми відображення $x_{i+1} = a - x_i^2$ після n -ої біфуркації

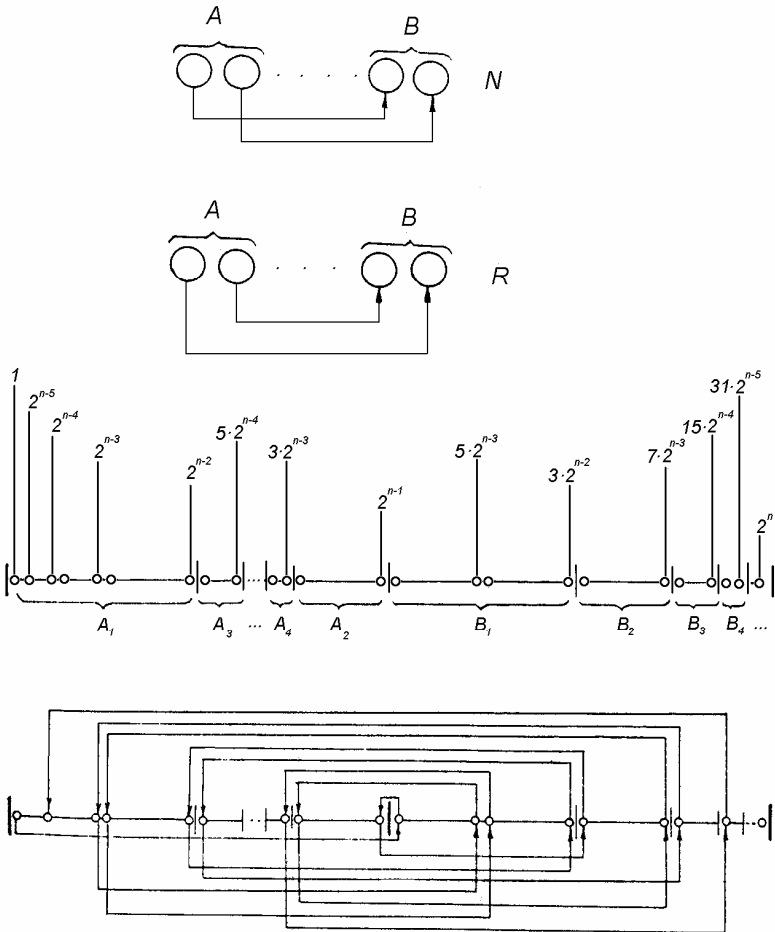


Рис. 1.4. N і R операції і загальна схема відображення множини A (перша половина ранжированого ряду точок притяжіння X_j) на множину B (друга половина X_j) для траєкторії віддалення

Слід зазначити, що:

$$A_{2k+1} \xrightarrow{N} B_{2k+1}; A_{2k} \xrightarrow{R} B_{2k} \quad (1.23)$$

Причому для кінцевих m умову припинення роздрібнення множини A можна записати у вигляді:

$$A \setminus \bigcup_{i=1}^r A_i = 2. \quad (1.24)$$

Це дозволяє записати загальні формули перетворення $A \Leftrightarrow B$ для траєкторій віддалення після j -ої біфуркації:

$$\begin{aligned} j = 2 &: N_2 \\ j = 3 &: N_2 R_2 \\ j = 4 &: N_4 R_2 N_2 \\ j = 5 &: N_8 R_4 N_2 R_2 \\ &\dots\dots\dots \\ j = n &: N_2^{n-2} R_2^{n-3} \dots R_2 N_2 (N_2 R_2) \end{aligned}$$

На рис. 1.5 наведена послідовність “включення” елементів множини A для траєкторій віддалення. Як видно з рисунка, множина A багаторазово ділиться навпіл і береться поперемінно то ліва, то права частини, а в цілому процедура нагадує утворення одномірної канторової множини. Перераховані закономірності дозволяють одержати загальну формулу для визначення індексів множин (1.22) для випадку, коли рух починається з елемента X_l (рис. 1.6):

$$\begin{aligned} [1] &\rightarrow [2^{j-1} + 1] \rightarrow [2^{j-1}] \rightarrow [3 \cdot 2^{j-2} + 1] \rightarrow \\ &\rightarrow [2^{j-2}] \rightarrow [3 \cdot 2^{j-2}] \rightarrow [2^{j-2} + 1] \rightarrow [7 \cdot 2^{j-3} + 1] \rightarrow \\ &\rightarrow [2^{j-3}] \rightarrow [5 \cdot 2^{j-3}] \rightarrow [3 \cdot 2^{j-3} + 1] \rightarrow [7 \cdot 2^{j-3}] \rightarrow \\ &\rightarrow [2^{j-3} + 1] \rightarrow \dots \rightarrow [2^{j-4}] \rightarrow \dots \rightarrow [2^j] \rightarrow [1] \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (1.25)$$

Легко бачити, що (1.25) задовольняє (1.22) для всіх j . З (1.25) випливає, що поява елемента з індексом $2j-k$ (підкреслені) має зростаючий період $2k$. У загальному виді закон відображення підмножин A на множину B для траєкторій віддалення можна задати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 A_1 &\in [1 \dots 2^{j-2}] \xrightarrow{N} B_1 \in [(2^{j-1} + 1) \dots 3 \cdot 2^{j-2}] \\
 A_2 &\in [(3 \cdot 2^{j-3} + 1) \dots 4 \cdot 2^{j-3}] \xrightarrow{R} B_2 \in [(3 \cdot 2^{j-2} + 1) \dots 7 \cdot 2^{j-3}] \\
 A_3 &\in [(4 \cdot 2^{j-4} + 1) \dots 5 \cdot 2^{j-4}] \xrightarrow{N} B_2 \in [(7 \cdot 2^{j-3} + 1) \dots 15 \cdot 2^{j-4}] \\
 &\text{LLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLL} \\
 A_k &\in [(2^{k-1} + k - 1) \cdot 2^{n-k+1} + 1 \dots (2^{k-1} + k) 2^{n-k-1}] \xrightarrow[N_1 \text{ якщо } k=2l+1]{R_1 \text{ якщо } k=2l} \\
 &\rightarrow B_k \in [(2k - 1) 2^{n-k} + 1 \dots (2^{k+1} - 1) 2^{n-k-1}]
 \end{aligned}$$

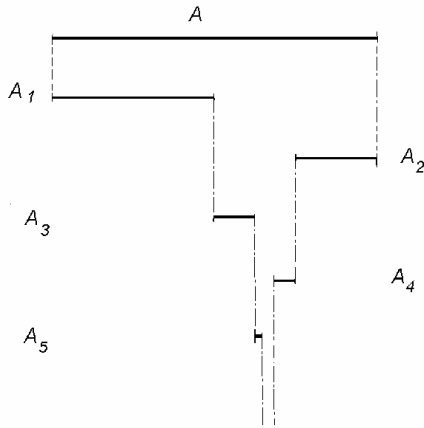
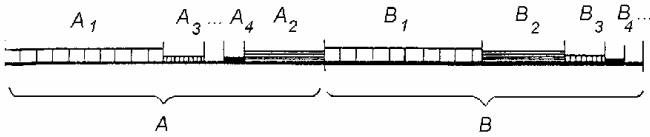


Рис.1.5. Послідовність "включення" підмножини множини A для траєкторій віддалення відображення $x_{i+1} = a - x_i^2$

Оскільки A_k^{\min} повинно містити не менше двох елементів, то:

$$[(2^{k-1} + k) \cdot 2^{n-k-1}] - [(2^{k-1} + k - 1) 2^{n-k-1} + 1] \geq 1. \quad (1.27)$$

Звідки:

$$k \leq n - 2. \quad (1.28)$$

Як випливає з (1.28), для випадку n біфуркацій множина A розпадається на $(n-2)$ підмножин. Для складного закону відображення множин A на множині B з багатократним половинним розподілом і багатократною зміною простого зсуву N і зсуву з ротацією R при $n \rightarrow \infty$ це приводить до непередбачуваності появи елемента X_i , що еквівалентно народженню дивного атрактора.

1.5. Дисипативні властивості одновірних динамічних відображень

Швидкість притягування фазових траєкторій атрактором визначається дисипативними властивостями системи. Для відображень типу Пуанкаре дисипативні властивості керують числом ітерацій, за який траєкторія досягає граничного циклу:

$$\left| X_i - X_{i+1} \right| \leq \epsilon \quad (1.29)$$

Як видно із рис. 1.1.б, отриманого нами для відображення (1.20) при $\epsilon = 10^{-6}$, число ітерацій I істотно залежить від величини $\left| a - a_j \right|$, де a_j – критичні (біфуркаційні) значення керуючого параметра, причому при $a \rightarrow a_j$ функція $I(a_j) \rightarrow \infty$. Обробка результатів чисельних експериментів дозволила одержати кореляційну залежність числа ітерацій I від значень a і ϵ :

$$I \cong \frac{21-j}{\left| a - a_j \right|} \cdot \lg \frac{0,01}{\epsilon}; \quad r \left|_{\epsilon \text{ в } 10^{-5}} \geq 0,98. \quad (1.30)$$

Аналогічні результати можна одержати для гармонійного осцилятора в дисипативному середовищі під впливом зовнішньої періодичної сили $H \sin(pt)$. У цьому випадку закон руху осцилятора має вигляд:

$$X = A_1 e^{-gt} \sin\left(\sqrt{k^2 - g^2} \cdot t + q\right) + A_2 \sin(pt + b). \quad (1.31)$$

При :

$$p \rightarrow k; \quad g \rightarrow 0; \quad |q - b| \rightarrow \frac{p}{2}; \quad A_1 \approx A_2. \quad (1.32)$$

Тобто, коли розв'язки для вільних і вимушених коливань близькі до протифази та різниця частот вільних і вимушених коливань прямує до нуля (окил резонансу), може реалізуватися ситуація, подана на рис. 1.6. У цьому випадку нестійкість осцилятора досягає максимуму після закінчення часу встановлення, що можна оцінити з умови:

$$A_1 e^{-gt_y} \leq e. \quad (1.33)$$

При $t_y = I\mathcal{T}$, де $T = 1$, маємо:

$$I = \frac{1}{g} \ln \frac{A_1}{e}. \quad (1.34)$$

Із порівняння [26] і [29] випливає їхня повна еквівалентність при:

$$g \approx 2^{j-1} |a - a_j|. \quad (1.35)$$

Таким чином, результати рис. 1.6–1.8 можна одержати на моделі осцилятора в середовищі з перемінною в'язкістю, що залежить від відстані до критичного значення a_j (співмножник $|a - a_j|$) і від порядку біфуркації (співмножник 2^{j-1}). На рис.1.2 наведені залежності локальної й усередненої "в'язкості" відображення (1.20) як функції керуючого параметра. Якщо б вдалося побудувати систему нелінійних осциляторів у полі перемінної в'язкості, атрактор якої мав би перетин, близький до одновимірного відображення Пуанкаре (1.20), то при плавній зміні керуючих параметрів такої системи час синхронізації мав би вигляд рис. 1.1., а температура середовища – вигляд рис.1.2.

На рис. 1.6–1.8 наведено експериментальні дані, у яких спостерігається якісна подібність у поведінці функції відгуку (залишкова довговічність, внутрішнє тертя, мікротвердість) із залежностями рис. 1.1 і рис. 1.2,а. Очевидно, особливості поведіння функцій відгуку рис. 1.6–1.8 можуть знайти пояснення в рамках підходів синергетики.

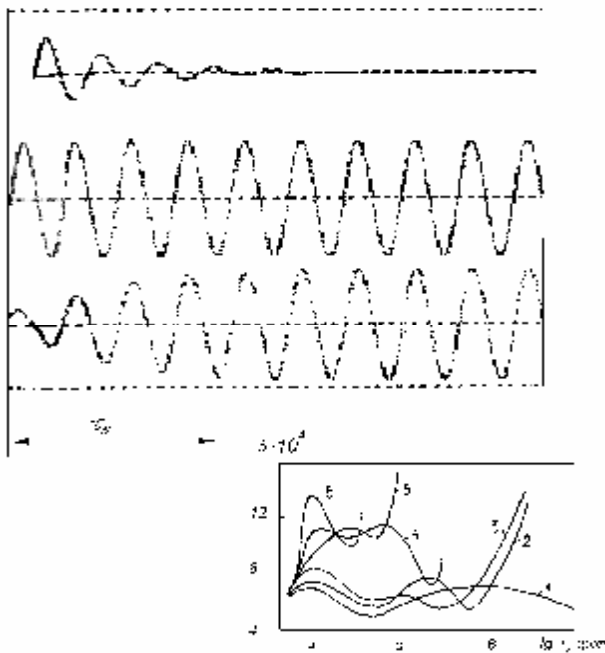


Рис.1.6. Один із сценаріїв поведінки осцилятора в дисипативному середовищі в околі резонансу і зміни внутрішнього тертя в процесі навантаження маловуглецевої сталі (0,15 % C) при амплітуді навантаження: 1–0,07 %, 2–0,09 %, 3–0,1 %, 4–0,125 %, 5–0,25 %, 6–0,165 % [103]

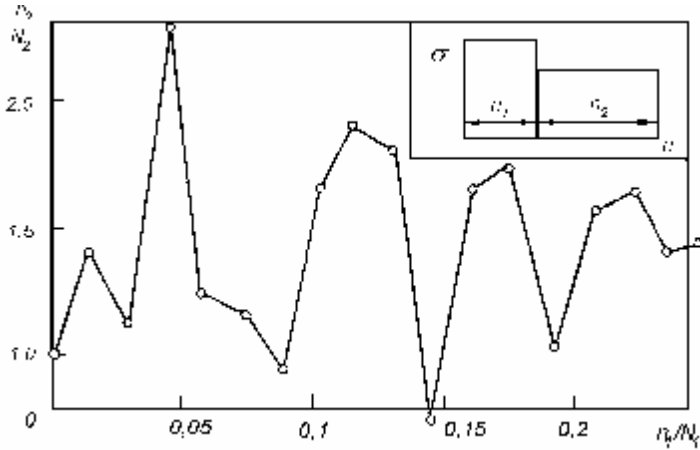


Рис.1.7. Залежність залишкової довговічності від попереднього напруження при ступінчатому навантаженні з однократною зміною навантаження зразків зі сплаву Д16АТВ[102]

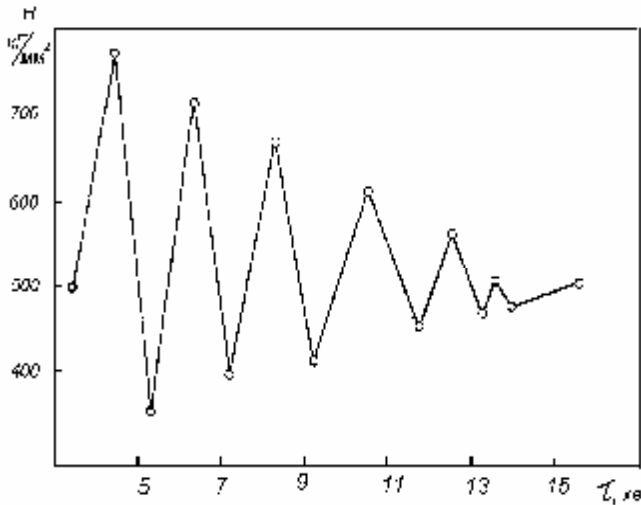


Рис.1.8. Осциляції мікротвердості монокристалів арсеніда галія після витримки в рідкому азоті [104]

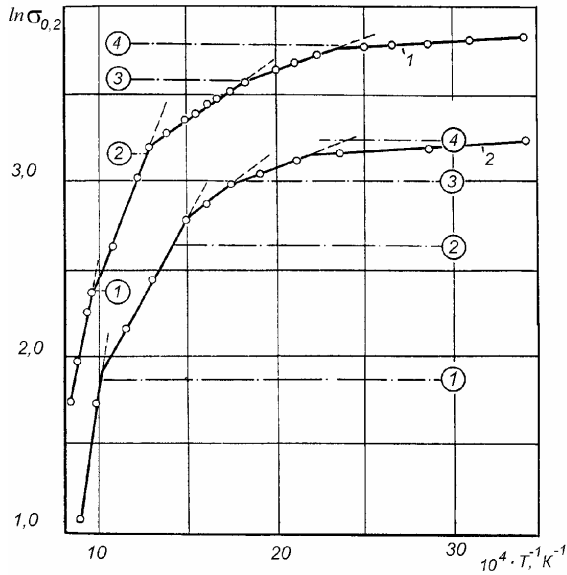


Рис.1.9. Біфуркаційні діаграми температурних залежностей границі міцності від температури технічної міді: 1 – $\dot{\epsilon} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ c}^{-1}$; 2 – $\dot{\epsilon} = 2,4 \times 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ [18]

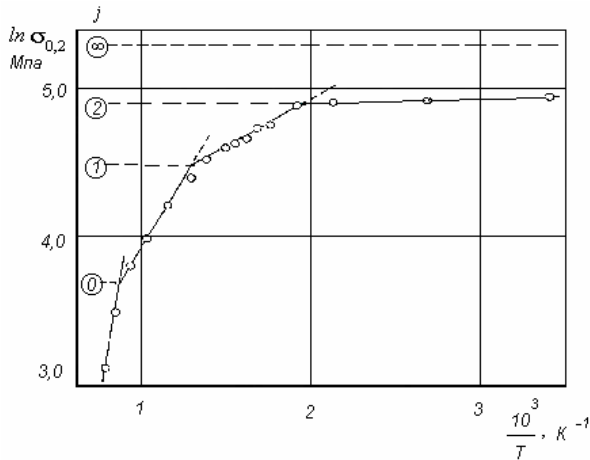


Рис.1.10. Біфуркаційна діаграма температурної залежності границі міцності нікелевого сплаву НВК [18]

1.6. Узагальнена D-послідовність. Функція самоподібності

Як відзначалося вище, для відображень типу (1.20) елементи підмножини дерева Кейлі до i після біфуркації подвоєння періоду самоподібні із коефіцієнтами подібності Фейгенбаума d і a .

Раніше [4] для аналізу критичних довжин тріщин запропонована функція самоподібності:

$$Y_{j+1} = Y_j / D^{2^{-j}}, \quad (1.36)$$

де $D \in [0; 1]$ – універсальна постійна руйнування;
 j – порядок біфуркацій.

Легко бачити, що

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{Y_{j+1} - Y_j}{Y_{j+2} - Y_{j+1}} = 2, \quad (1.37)$$

тобто на нескінченності різниця між біфуркаційними значеннями (1.37) є геометричною прогресією із знаменником 2. В той же час і послідовність Фейгенбаума (1.21), і Δ -послідовність (1.37) при малих значеннях j не є геометричними прогресіями. Однак, між послідовностями (1.21) і (1.37) існує внутрішній зв'язок. Запишемо Δ -послідовність (1.36) у вигляді:

$$\ln Y_j - \ln Y_{j+1} = 2^{-j} \cdot \ln D. \quad (1.38)$$

Звідки

$$\frac{\ln Y_{j+1} - \ln Y_j}{\ln Y_{j+2} - \ln Y_{j+1}} = 2 \quad (1.39)$$

для будь-якого цілого позитивного j .

Таким чином, якщо для послідовності Фейгенбаума критичні значення керуючого параметра прямують до геометричної прогресії, то для Δ -послідовності – приростання логарифмів керуючого параметра складає геометричну прогресію. Це

дозволило з врахуванням (1.37)–(1.39) записати узагальнену функцію самоподібності у вигляді:

$$Y_{j+1} = Y_j / \Delta^{G^{-j}}. \quad (1.40)$$

Для будь-якого G з множини натуральних чисел:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{Y_{j+1} - Y_j}{Y_{j+2} - Y_{j+1}} = \lim_{j \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^G (1 / \Delta^{G^{-j}})^{\frac{k}{G}} = G. \quad (1.41)$$

Поширивши (1.41) на множину позитивних дійсних чисел, при $G = 2$ одержуємо Δ -послідовність В.С. Іванової, а при $G = 4,669\dots$ послідовність Фейгенбаума. Задача подальших досліджень – кожному $G > 0$ знайти клас відображень, наприклад, із множини:

$$X_{j+1} = \sum_{j=0}^m \sum_i^{i-k} X_i^j I_{ij} \quad (1.42)$$

де

$$X_i^j = \begin{bmatrix} 1 & X_j & X_j^2 & \dots \\ 1 & X_{j-1} & X_{j-1}^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{j-k} & X_{j-k}^2 & \dots \end{bmatrix}$$

$$I_{ij} = \begin{bmatrix} I_{0i} & I_{0,i-1} & \dots & I_{0,i-k} \\ I_{1i} & I_{1,i-1} & \dots & I_{1,i-k} \\ I_{2i} & I_{2,i-1} & \dots & I_{2,i-k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

За допомогою узагальненої функції самоподібності (1.40) можна прогнозувати критичні значення керуючих параметрів у синергетичних системах. Причому міра збіжності для більшості випадків обмежена розмірами G_l і G_m , де:

$$G_l = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_3 - Y_2}; \quad G_m = \frac{\ln Y_2 - \ln Y_1}{\ln Y_3 - \ln Y_2}. \quad (1.43)$$

Наведені узагальнення дозволяють констатувати, що на множині позитивних дійсних чисел будь-яку збіжну послідовність можна представити у вигляді:

$$Y_i \cong Y_0 / \Delta \sum_{j=0}^i \left(\frac{1}{G}\right)^j = Y_0 / \Delta \frac{1-G^{-i}}{1-G^{-1}}, \quad (1.44)$$

де характеристика граничних умов Δ може бути визначена за одним із співвідношень:

$$\begin{aligned} \Delta_I &= Y_0 / Y_1; \\ \Delta_{II} &= (Y_0 / Y_\infty)^{\frac{G-1}{G}}. \end{aligned} \quad (1.45)$$

У першому випадку (1.44) буде краще описувати початок, а в другому – кінець реальної послідовності.

В таблиці 1.1 наведено спектр біфуркаційних значень керуючого параметра m відображення $x_{i+1} = 1 - mx_i^2$ [87] і його прогноз за співвідношенням самоподібності (1.44).

В таблиці 1.2 наведено порівняння біфуркаційних значень керуючих параметрів m і g , отриманих у чисельному експерименті [88] для системи:

$$\begin{aligned} &\bullet \\ &x = mx + y - xz, \\ &\bullet \\ &y = -x, \\ &\bullet \\ &z = g[f(x) - z] \end{aligned}$$

із прогнозованими значеннями (1.44).

Таблиця 1.1

Реальний [87] і розрахований за допомогою узагальненої функції самоподібності спектр критичних значень керуючого параметра одномірного відображення Пуанкаре

№ з/п	Реальний спектр m_n	Розрахунковий спектр			
		$\Delta_I = 0,6$		$\Delta_{II} = 0,611936$	
		m_n	$S, \%$	m_n	$S, \%$
1.	0,75	0,75	0	0,75	0
2.	1,25	1,25	0	1,2256184	1,98
3.	1,3680989	1,3945151	1,93	1,3615584	0,48
4.	1,3940461	1,4275755	2,41	1,3925787	0,11
5.	1,3996312	1,4547573	2,570	1,3993116	0,02
6.	1,4008287	1,4363000	2,513	1,4007602	0,005
7.	1,4010852	1,4366306	2,536	1,4010701	0,001
8.	1,4011402	1,4367014	2,538	1,4011365	0,0002
9.	1,4011545	1,4367199	2,538	1,4011537	0,00009
		$\bar{S} = 1,95 \%$		$\bar{S} = 0,26 \%$	

Таблиця 1.2

Спектри критичних значень m і q системи (41) [88] і розраховані за допомогою узагальненої функції самоподібності

№ з/п	$q_{\text{експ.}}$ [88]	$q_{\text{розр.}}$		$m_{\text{експ.}}$ [88]	$m_{\text{розр.}}$	
		$\Delta_I =$ 0,71014 3	$\Delta_{II} =$ 0,71174 8		$\Delta_I =$ 0,75490 1	$\Delta_{II} =$ 0,76404 6
1.	0,120	0,120	0,120	0,770	0,770	0,770
2.	0,16898	0,16898	0,16859	1,020	1,020	1,0077
3.	0,18162	0,18183	0,18133	1,0713	1,0833	1,06758
4.	0,18438	0,18471	0,18418	1,08216	1,09784	1,08084
5.	0,18497	0,18533	0,18480	1,08499	1,1004	1,08371
Середнє відхилення		$\bar{S} = 0,1 \%$	$\bar{S} = 0,1 \%$		$\bar{S} = 0,77 \%$	$\bar{S} = 0,35 \%$

Тобто із таблиць видно, що кращий прогноз дає наближення Δ_{Π} . Це дозволяє рекомендувати узагальнену функцію самоподібності (1.44) для прогнозування критичних значень керуючих параметрів у синергетичних системах.

1.7. Критичні явища Ландау і двомірний скейлінг

Вищезгадані випадки вивчення нелінійних систем в околах біфуркаційних значень керуючих параметрів мають загальну особливість – це одномірні системи.

Раніше було показано [18, 105–108], що можлива побудова біфуркаційних діаграм у двомірному узагальненому просторі $\{X_j, Y_j\}$, X_j – керуючий параметр, Y_j – вимірювана величина. При цьому координати точок біфуркації повинні задовольняти двомірним скейлінговим співвідношенням:

$$\begin{aligned} X_{j+1} - X_j &\cong G_x(X_j - X_{j-1}), \\ Y_{j+1} - Y_j &\cong G_y(Y_j - Y_{j-1}), \end{aligned} \quad (1.46)$$

де G_x і G_y – масштабні множники.

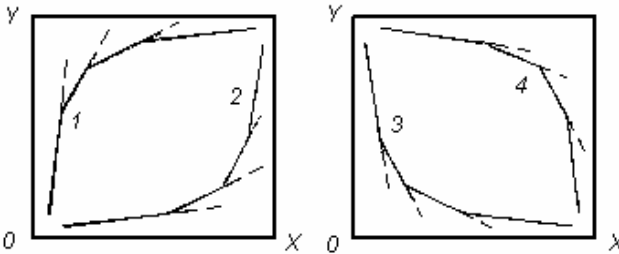


Рис. 1.11. Двомірні скейлінгові діаграми, які задовольняють співвідношення (1.46)

Якщо G_x і G_y – постійні, то перетворення самоподібності (1.46) будемо називати стаціонарними, або квазістаціонарними. Якщо G_x і G_y – монотонні функції, то перетворення будемо називати монотонними нестаціонарними. В усіх інших випадках перетворення будемо називати довільними нестаціонарними.

Найбільший інтерес для механіки деформованого твердого тіла мають стаціонарні і квазістаціонарні двомірні перетворення самоподібності (рис. 1.11).

Раніше було показано [105–108], що з (1.46) можна одержати цілий клас кінетичних закономірностей критичних явищ. Як показав Л.Д. Ландау [84], в околі біфуркаційного значення X_* керуючого параметра X інформаційний параметр (величина, що вимірюється) Y може бути описана співвідношенням:

$$Y \approx |X - X_*|^{-a}, \quad (1.47)$$

де a – константа.

Для квазістаціонарного перетворення самоподібності ($G_x \approx \text{const}$, $G_y \approx \text{const}$) загальна огинаюча, котра задовольняє всім точкам біфуркації, може бути отримана з (1.46):

$$Y = Y_0 + \frac{Y_1 - Y_0}{1 - G_y} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} (1 - G_x) \right]^{\frac{\ln G_y}{\ln G_x}} \right\}, \quad (1.48)$$

де $\{X_0; Y_0\}$ і $\{X_1; Y_1\}$ – дві початкові точки біфуркації.

Раніше [105–108] було показано, що для багатьох ОЦК і ГЦК металів перетворення самоподібності (1.46) є квазістаціонарними і консервативними:

$$G_y \cong G_x^{-1} \cong 2. \quad (1.49)$$

З урахуванням суміщення точки відліку з нульовою точкою біфуркації $\{X_0; Y_0\}$ легко знаходимо з (1.48):

$$\frac{Y}{Y_*} \cong \frac{x}{|x_* - x|}, \quad (1.50)$$

що автоматично задовольняє класу критичних явищ Ландау (1.47).

Основне співвідношення лінійної механіки руйнування – рівняння Періса:

$$\frac{dl}{dx} = C(\Delta K)^m \quad (1.51)$$

не має на сьогоднішній день аналітичного або фізичного узагальнення, а отже, потребує експериментального визначення констант у кожному окремому випадку.

Покажемо, що (1.51) – частковий випадок критичних явищ класу Ландау (1.47) і квазістаціонарних перетворень самоподібності (1.46). Так, похідна з (1.48) дає:

$$\frac{dY}{dx} = \frac{G_y - 1}{G_x - 1} \frac{Y_1 - Y_0}{X_1 - X_0} \frac{\ln G_y}{\ln G_x} \left[1 - \frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} (1 - G_y) \right]^{1 - \frac{\ln G_y}{\ln G_x}}, \quad (1.52)$$

що з врахуванням (1.49) при суміщенні початку відліку з нульовою точкою біфуркації дає:

$$\frac{dY}{dx} = \frac{2}{X_1 Y_1} (Y + Y_1)^2. \quad (1.53)$$

Ввівши заміну

$$X = N; \quad Y = l, \quad (1.54)$$

одержуємо рівняння самоподібного росту тріщини втоми в інтегральному і диференційному вигляді:

$$\frac{l}{l_1} = \frac{N}{|N_{кр} - N|}, \quad (1.55)$$

$$\frac{dl}{dN} = \frac{2}{N_1 l_1} (\sqrt{l_1 + l})^4. \quad (1.56)$$

Легко бачити, що (1.55) і (1.56) задовольняють класу критичних явищ Ландау (1.47) при $n = -1$ і рівнянню Періса для $m = 4$. На значення $m \cong 4$ вказують роботи С. Кацаньди [109], Шанявського А.А. [9–13], Іванової В.С. [4–8], А.І. Радченко [28–29], В.Т. Трощенко [110–112] та ін.

В нашому випадку $m = 4$ як наслідок самоподібного росту тріщини втоми в умовах двомірного консервативного квазістаціонарного ($G_y \cong G_x^{-1}$) скейлінгу. Тільки одне це припущення автоматично призводить до рівняння Періса $m = 4$, з одного боку, і до трактування РТВ як критичної події класу Ландау (1.47) – з іншого. При цьому кінетика РТВ повинна описуватися більш "фізичним" рівнянням (1.55), ніж рівняння Періса, які використовуються для опису ряду критичних явищ і фазових переходів [1, 30, 51, 68–82], що, на нашу думку,

важливо для встановлення спорідненості кінетики еквівалентності росту тріщини втоми із критичними явищами іншої фізичної природи. Встановлення такої еквівалентності може призвести до прогресу як у механіці руйнування, так і при вивченні критичних явищ іншої фізичної природи за відомим принципом взаємозбагачення. Зокрема, в механіці руйнування – це застосування методів аналізу критичних явищ іншої фізичної природи, наприклад, методу ренормгрупи [93].

На рис. 1.11 самоподібному РТВ відповідає біфуркаційна діаграма 2. В розділі 5 буде показано, що діаграма 1 відповідає залежності характеристик міцності від температури в узагальнених координатах $X = 1/T$; $Y = \ln s$ (рис.1.9; 1.10).

Діаграми 3 і 4 рис. 1.11 можуть бути ідентифіковані, наприклад, як криві тривалої міцності та втоми.

Із монотонних нестационарних процесів можна виділити задачі пружної і пружнопластичної стійкості стержнів і оболонок. Так, для шарнірно закріпленого стержня на пружній підкладці [113] відносні значення \bar{P}_{kp} і \bar{k} задовольняють:

$$\frac{\bar{k}_{i+2}^* - \bar{k}_{i+1}^*}{\bar{k}_{i+1}^* - \bar{k}_i^*} = \left(\frac{i+2}{i+1} \right)^3 = G_k; \quad \frac{\bar{P}_{i+2}^* - \bar{P}_{i+1}^*}{\bar{P}_{i+1}^* - \bar{P}_i^*} = \frac{i+2}{i+1} = G_p, \quad (1.57)$$

що відповідає монотонному нестационарному двомірному скейлінгу.

Для аналітичного моделювання двомірних нестационарних консервативних скейлінгових перетворень використовувалось відображення Пуанкаре з глибокою передісторією

$$x_j = F(\mathbf{a}, x_{j-1}, x_{j-2}, \dots, x_{j-k}). \quad (1.58)$$

Зокрема, для $k = 2$ лінійно-квадратична форма

$$x_j = \mathbf{a} + (a_{11}a_{22}) \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ x_{i-2} \end{pmatrix} + (x_{i-1}x_{i-2}) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ x_{i-2} \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

дає:

$$x_j = \mathbf{a} + a_1 x_{j-1} + a_2 x_{j-2} + b_{11} x_{j-1}^2 + b_{22} x_{j-2}^2 + b_{12} x_{j-1} x_{j-2}. \quad (1.60)$$

Проведено чисельний аналіз (1.60) при трьох рівнях $(-1; 0; 1)$ п'яти параметрів a_i, b_{ij} . Встановлено, що для відображення:

$$x_j = a - x_{j-1} + x_{j-2} + x_{j-1}^2 - x_{j-2}^2 - x_{j-1}x_{j-2} \quad (1.61)$$

в околі керуючого параметра $a \in [0,035... 0,3]$ у координатах " $n-a$ ", де n – число точок збіжності, біфуркаційна діаграма в точності відповідає діаграмі 4 рис. 1.11. При цьому $G_N \cong 0,5$; $G_\alpha = 2$.

РЕЗЮМЕ РОЗДІЛУ 1

1. В механіці деформованого твердого тіла та в механіці руйнування на прикладі кінетичних діаграм росту втомних тріщин, залежностей характеристик міцності від температури, кривих деформування й інших виявлені масштабні і кінетичні фазові переходи (МФП і КФП).

2. Показано, що для ОЦК і ГЦК металів координати точок МФП і КФП можуть бути упорядковані в рамках запропонованого автором двомірного скейлінга

$$\begin{aligned} x_{j+1} - x_j &\cong G_x (x_j - x_{j-1}), \\ Y_{j+1} - Y_j &\cong G_y (Y_j - Y_{j-1}), \end{aligned}$$

де $\{X_j, Y_j\}$ – узагальнені координати точок біфуркації; G_x, G_y – масштабні множники, j – порядок біфуркації.

3. Отримані у загальному вигляді закономірності руху по аттрактору після j -ої біфуркації для динамічних відображень Пуанкаре малої величини, і показана приналежність NR – перетворень до класу циклічних груп.

4. Виявлено закономірності зміни дисипативних властивостей після j -ої біфуркації для динамічних відображень Пуанкаре малої розмірності.

5. Встановлено, що стаціонарний двомірний скейлінг при $G_x @ G_y^{-1}$ задовольняє критичним явищам класу Ландау:

$$Y \cong |x - x_*|^{-1},$$

і до таких явищ відноситься самоподібний ріст тріщини втомі на стадії Періса. При цьому показник $m = 4$.

РОЗДІЛ 2. ТЕРМОАКТИВАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ РУЙНУВАННЯ ОЦК І ГЦК МЕТАЛІВ В УМОВАХ ОБМЕЖЕНОЇ ПЛАСТИЧНОСТІ

2.1. Руйнування ангармонійного ланцюжка

Розглянемо ймовірність руйнування модельного об'єкта – одномірного ангармонійного ланцюжка атомів (рис. 2.1) – при впливі зовнішнього статичного навантаження F .

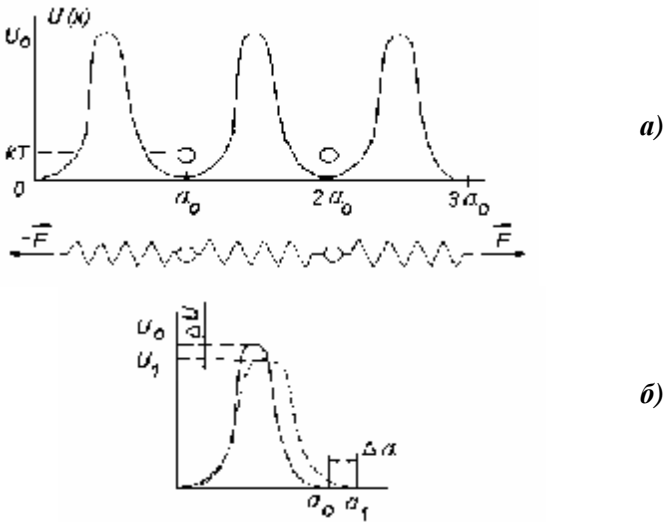


Рис. 2.1. Ангармонійний ланцюжок (а) і зміна профілю потенційного рельєфу (б) при його розтязі

Під впливом зовнішнього навантаження F відбувається деформація потенційного рельєфу. Залежність $U(F)$ визначимо з умови нормування:

$$\int_0^{a_0} U(x) dx = \int_0^{a_0 + \Delta a} U'(x) dx \quad (2.1)$$

звідки

$$U_0 a_0 \cong U_1 (a_0 + \Delta a)$$

або

$$U_1 = U_0 \frac{a_0}{a_0 + \Delta a} \cong U_0 (1 - e)$$

(для $e < 0.1$ похибка не перевищує 1 %).

Тоді:

$$U(s) = U_0 (1 - g's \pm b's^2 \pm \dots). \quad (2.2)$$

Відповідно до уявлень, розвинутих Я.І. Френкелем [1], ймовірність руйнування ланцюжка тотожна ймовірності подолання бар'єра в одиницю часу хоча б одним з осциляторів

$$W = \frac{1}{t_{\phi l}} \cong \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{E_{\phi l}}{kT}\right), \quad (2.3)$$

$$E_{\phi l} = U(s) - kT, \quad (2.4)$$

де t_0 – період власних коливань осцилятора.

Як видно з (2.3) і (2.4), ймовірність руйнування ланцюжка зростає при зростанні зовнішнього навантаження і температури. Тоді:

$$\lim_{T \rightarrow T_s} W = \lim_{T \rightarrow T_s} \frac{1}{t_0} \left(-\frac{U_0 - gs \pm bs^2 \pm \dots}{kT} \right) \cong \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U_0}{kT_s}\right).$$

З іншого боку:

$$\lim_{T \rightarrow T_s} W \Rightarrow 1,$$

що дозволяє отримати

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}. \quad (2.5)$$

Залежність (2.5) можна також отримати зі співвідношення Журкова [2]. Для ланцюжка під дією зовнішньої напруги s час до руйнування дорівнює:

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - gS}{kT}.$$

Тоді:

$$W = \frac{1}{t_i} = \frac{1}{t_0} \exp \left(-\frac{U_0 - gS}{kT} \right),$$

що дозволяє отримати (при $T \Rightarrow T_s : W \Rightarrow 1$)

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}. \quad (2.6)$$

Причому кількість утриманих членів ряду (2.2) несуттєва, тому що при $T \rightarrow T_s$ роль зовнішнього навантаження в руйнуванні ланцюжка зневажливо мала.

Таким чином, із граничної рівноваги ангармонійного ланцюжка можна отримати значення такої важливої фізичної характеристики, як висота потенційного бар'єра.

Відомо [1, 3, 4], що потенційна енергія взаємодії пари атомів з ковалентним або металевим зв'язком може бути достатньо добре описана потенціалом Морзе, що у даному випадку дає:

$$U(x) = kT_s \ln \frac{1}{t_0} [\exp(-2a \cdot Da) - 2 \exp(-a \cdot Da)],$$

де a – постійна;

$\Delta a = a_1 - a_0$ – деформація міжатомного зв'язку;

k – постійна Больцмана;

T_s – температура плавлення.

Із врахуванням перетворень [4] це дозволяє отримати значення постійної a , граничної відносної пружної деформації e_{\max} і теоретичної міцності на розрив міжатомного зв'язку s_{\max} :

$$a = \sqrt{\frac{Ea_0}{2kT_s \ln \frac{1}{t_0}}}; \quad (2.7)$$

$$e_{\max} = \frac{Da_{\max}}{a_0} = \ln 2 \sqrt{\frac{2U_0}{Ea_0^3}} \cong 0,98 \sqrt{\frac{kT_s \ln \frac{1}{t_0}}{Ea_0^3}}; \quad (2.8)$$

$$s_{\max} = \frac{F_{\max}}{a_0^2} = \frac{(dU/dx)_{\max}}{a_0^2} = \sqrt{\frac{EkT_s \ln \frac{1}{t_0}}{8a_0^3}}, \quad (2.9)$$

де E і a_0 – рівноважні значення модуля пружності і постійної гратки.

Значний інтерес мають перетворення (2.8) і (2.9) із використанням співвідношення для граничної енергії пружної хвилі ланцюжка як довгого тонкого стержня:

$$L = \frac{mc^2}{2} = \frac{mE}{2r} = \frac{Ea_0^3}{2r},$$

де r – кількість атомів в елементарній гратці ($r = 2$ для ОЦК і $r = 4$ для ГЦК кристалів).

Тоді:

$$e_{\max} = \frac{\ln 2}{\sqrt{Rr}}, \quad (2.10)$$

$$\frac{s_{\max}}{E} = \frac{1}{4\sqrt{Rr}}, \quad (2.11)$$

де $R = L/U_0$.

Таблиця 2.1

Термоактиваційні і граничні міцнісні характеристики ланцюжків ОЦК і ГЦК металів

Метал	$T_s, \text{°K}$	$a, \text{Å}$	$E, \text{ГПа}$	$U_0 = kT_s \ln \frac{1}{t_0}$ $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$T = \frac{Ea^3}{2r}$ $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$R = \frac{T}{U_0}$	r	e_{\max}	$\frac{S_{\max}}{E}$
<i>K</i>	337	5,23	3,6	83,8	77,5	0,92	2	0,51	0,184
<i>Na</i>	371	4,23	9,1	92,3	103,7	1,12	2	0,46	0,167
<i>L_i</i>	453	3,49	11,7	112,7	74,9	0,66	2	0,60	0,216
<i>Fe</i>	1808	2,87	215,5	431,4	767,0	1,77	2	0,37	0,133
<i>Cr</i>	2130	2,88	240,0	529,8	863,1	1,63	2	0,38	0,138
<i>V</i>	2163	3,02	130,0	512,9	539,1	1,05	2	0,48	0,172
<i>Nb</i>	2741	3,30	106,0	642,0	537,5	0,89	2	0,52	0,187
<i>Mo</i>	2890	3,15	323,0	689,1	1519,9	2,21	2	0,33	0,119
<i>W</i>	3683	3,16	400,0	916,1	1900,2	2,07	2	0,34	0,122
<i>Pb</i>	601	4,95	16,6	133,4	151,5	1,13	4	0,33	0,117
<i>Al</i>	933	4,05	71,9	219,8	359,5	1,63	4	0,27	0,098
<i>Ca</i>	1111	5,58	20,0	276,4	261,6	0,95	4	0,36	0,128
<i>Ag</i>	1234	4,09	80,5	284,3	414,6	1,45	4	0,29	0,104
<i>Cu</i>	1356	3,61	125,0	317,2	442,6	1,39	4	0,29	0,106
<i>Ni</i>	1726	3,52	205,0	407,7	633,0	1,65	4	0,27	0,097
<i>Pt</i>	2045	3,92	173,2	472,3	785,3	1,66	4	0,27	0,097

Як видно з таблиці 2.1, $R \in [0,66...2,21]$, $r \in [2; 4]$, що дозволяє оцінити межі зміни e_{\max} і s_{\max}/E для ОЦК і ГЦК металів:

$$e_{\max} \in [0,245...0,490],$$

$$s_{\max}/E \in [0,088...0,177].$$

В таблиці 2.1 наведені значення e_{\max} і s_{\max}/E для 16 ОЦК і ГЦК металів. Як видно, максимальна міцність на відрив для ланцюжка, розрахована за (2.11), задовільно узгоджується з іншими оцінками [5–7], де отримано $s_{\max} \approx E/10$.

Вилучивши із (2.10) і (2.11) параметр $\sqrt{R \cdot r}$, можна отримати:

$$e_{\max} \cong 2.77 \frac{s_{\max}}{E},$$

що істотно (майже в три рази) більше гармонійного наближення.

Наведені перетворення дозволяють отримати спрощену залежність постійної a в потенціалі Морзе:

$$a = \frac{\sqrt{Rr}}{a_0} \cong \frac{1.4...2.8}{a_0}.$$

2.2. Руйнування ОЦК і ГЦК металів в умовах одноосьового розтягу й обмеженої пластичності

Дослідження довговічності твердих тіл у широкому інтервалі температур і рівнів напруг показує, що їх руйнування можна розглядати як один із видів твердофазних реакцій із характерною арреніусовською залежністю швидкості від температури [8].

Представимо збуджений кристал у стані передруйнування суперпозицією ангармонійних ланцюжків. Очевидно, у сильнозбудженому стані таку систему можна віднести до класу синергетичних [9], в яких можлива самоорганізація [10], тобто система осциляторів в умовах сильного збудження може синхронізуватися. З уявлень теорії абсолютних швидкостей

реакцій ймовірність стрибка активованого комплексу в одиницю часу через потенційний бар'єр U_0 дорівнює [11]:

$$W \cong \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{U_0}{kT}\right),$$

де h – постійна Планка;

$$h/k \approx t_0.$$

При $T \rightarrow T_s$, $W \Rightarrow 1$, звідки:

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}, \quad (2.12)$$

що аналогічно співвідношенням (2.4) і (2.5) для окремого ланцюжка. Відомі роботи, що вказують на наявність кореляції між енергією активації руйнування з коефіцієнтом теплового розширення і теплоємністю [12], енергією плазмових коливань [13], температурою плавлення [14–17]. Співвідношення (2.12) відрізняється від перерахованих кореляцій відсутністю емпіричного параметра. Крім цього, як наслідок, з (2.12) можна одержати інженерні формули для оцінки енергії активації руйнування складних систем. Використання гармонійного наближення Ейнштейна [18] дозволяє одержати:

$$U_0 = kT_s \ln \left(\frac{1}{2pa_0} \sqrt{\frac{rE}{r}} \right), \quad (2.13)$$

де r – густина.

Аналогічно, із наближення Дебая випливає:

$$U_0 = kT_s \ln \left(\frac{kq_d}{h} \right), \quad (2.14)$$

де q_d – температура Дебая.

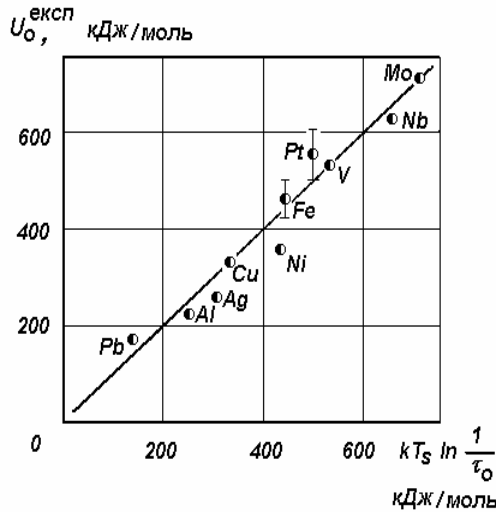


Рис. 2.2. Порівняння теоретичних і експериментальних значень енергії активації руйнування ОЦК і ГЦК металів

На рис. 2.2 та в таблиці 2.2 наведені результати порівняння розрахунків (2.13)–(2.14) з експериментальними даними [16] енергії активації для десяти ОЦК і ГЦК металів. Заслужує на увагу той факт, що експериментальні значення U_0 [16] отримані з обробки кривих тривалої міцності макрозразків, а теоретичні формули – з умови температурного навантаження системи ангармонійних ланцюжків. Гарний збіг "механічних" і "температурних" значень енергії активації свідчить про енергетичну подібність процесів плавлення і механічного руйнування, що було показано раніше з інших позицій у роботах [5, 19]. З іншого боку, співпадання U_0 елементарної події (руйнування ангармонійного ланцюжка – (2.5)) і макросистеми (руйнування макрозразків) підтверджує слушність передумов моделі про заміну макросистеми суперпозицією ангармонійних ланцюжків, які вдалині від термодинамічної рівноваги виявляють властивості синергетичної системи, тобто самоорганізуються в активований комплекс. Це підтверджує також співпадання енергії активації елементарної події

руйнування ланцюжка та руйнування макросистеми, що буде показано нижче.

Таблиця 2.2

Теоретичні та експериментальні значення енергії активації ОЦК і ГЦК металів

Метал	Енергія активації, кДж/моль		
	за (2.13)	за (2.14)	експеримент [16]
1 Молібден	689,3	713,7	711,4
2 Ніобій	642,0	669,5	628,0
3 Ванадій	512,9	534,6	540,1
4 Платина	472,3	496,5	502,4...607,1
5 Залізо	431,4	448,0	418,7...502,4
6 Нікель	407,7	426,0	364,3
7 Мідь	317,2	332,7	339,1
8 Срібло	284,3	298,9	259,6
9 Алюміній	219,8	230,7	209,3...221,9
10 Свинець	133,3	141,1	175,8

2.3. Оцінка стійкості енергії активації

На прикладі чисельних металів і сплавів експериментально встановлено, що енергія активації руйнування надзвичайно нечутлива до зміни вектора стану металу. Наприклад, зміна на декілька порядків вмісту домішок, густини дислокацій, орієнтації монокристалів, великі дози опромінення і т.д. в більшості випадків змінюють енергію активації не більш, ніж на 2...4 % [13, 16, 20, 21], що особливо вражає на фоні істотної (в межах порядку) зміни механічних характеристик. У таблиці 2.3 наведені експериментальні дані стійкості енергії активації для алюмінію і його сплавів.

До сьогоднішнього дня цей експериментальний факт не знайшов належного аналітичного узагальнення.

**Експериментальні значення відхилення енергії
активації при випробуваннях на довготривалу
міцність зразків із алюмінію [16]**

№ з/п	Змінний параметр	Границі зміни	Відхилення енергії активації $\frac{\Delta U_0}{U_0} \cdot 100\%$
1	Домішки міді	0...4 %	$\leq 4\%$
2	Домішки магнію	0...4%	$\leq 4\%$
3	Домішки цинку	0...10%	$\leq 2\%$
4	Зміни орієнтування монокристалів	[111]...[100]	$\leq 2\%$
5	Відпал	573 К...873 К	$\leq 5\%$
6	Прокатка без відпалу	0...90%	$\leq 1\%$
7	Нейтронне опромінення	0...10 ²⁷ іон/м ²	$\leq 8\%$

Наведені вище співвідношення (2.13), (2.14) дозволяють оцінити аналітично можливі межі відхилення енергії активації при зміні вектора стану металу. Так, із (2.13) при $T_s = const$ можна отримати:

$$\Delta U_0 = kT_s \ln \left[\frac{a_+}{a_-} \left(\frac{r_+ E_+}{r_- E_-} \right)^{0.5} \right], \quad (2.15)$$

де "+" відповідає максимальному, а "-" – мінімальному значенню параметра. Чисельні дані показують [18], що розумними межами є багаточисельні:

$$\frac{a_+}{a_-} \leq 1,2; \quad \frac{r_+}{r_-} \leq 1,2; \quad \frac{E_+}{E_-} \leq 5, \quad (2.16)$$

що дає граничне відхилення енергії активації

$$\Delta U_0 \leq kT_s.$$

У той же час середнє значення енергії активації з (2.5) при $t_0 \approx 10^{-13}$ с дорівнює:

$$U_0 \cong 30kT_s.$$

Таким чином, зміна постійної гратки на 20 %, густини сплаву на 20 %, модуля пружності на 400 %, відповідно до наведених вище співвідношень, призводить до зміни енергії активації лише на величину:

$$\left| \frac{\Delta U_0}{U_0} \right| \leq \pm 1,6\%, \quad (2.17)$$

що цілком узгоджується з результатами експериментальних досліджень [13, 16, 20, 21 та ін.], частково наведених в таблиці 2.3.

2.4. Оцінка діапазону зміни модуля пружності

Як видно з (2.16), найбільш вагомий внесок у відхилення енергії активації вносить зміна модуля пружності. Класичні рішення [22...25] для кристалів кубічної сингонії з ортотропною симетрією дають:

$$E^{-1} = S_{11} - 2 \left(S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2} \right) \left(I_3^2 m_3^2 + I_3^2 n_3^2 + m_3^2 n_3^2 \right), \quad (2.18)$$

де S_{11} , S_{12} , S_{44} – пружні податливості кристала для випадку, коли площини пружної симетрії (кристалографічний базис $Oxuz$) збігаються з нерухомими координатними площинами базису $OXYZ$;

I_3 , m_3, n_3 – направляючі косинуси.

Раніше [26] нами було показано, що тензор пружних податливостей, також як і тензор пружних постійних, для кристалів кубічної сингонії у випадку $Oxuz \neq OXYZ$ має більш просту структуру, ніж вважалося дотепер, містить менше число

незалежних постійних, що дозволяє істотно спростити алгоритм комп'ютерного аналізу, а також суттєво спростити залежності типу (2.18), особливо для випадку, коли направляючі косинуси задані через індекси Міллера.

У загальному випадку задача про орієнтаційні залежності модуля пружності може бути вирішена з перетворень:

$$\begin{aligned} A_{ijkl} &= L^{-1} C_{ij} F, \\ A_{ijkl} &= F^{-1} S_{ij} L, \end{aligned} \quad (2.19)$$

де L – оператор повороту тензора другого рангу напруг;

F – оператор повороту тензора другого рангу деформацій, заданих у кристалографічному базисі Охуз, при переході до нерухомого базису OXYZ.

Причому:

$$\begin{aligned} L &= \begin{bmatrix} G & 2B \\ C & D \end{bmatrix} & L^{-1} &= \begin{bmatrix} G' & 2C' \\ B' & D' \end{bmatrix} \\ F &= \begin{bmatrix} G & B \\ 2C & D \end{bmatrix} & F^{-1} &= \begin{bmatrix} G' & C' \\ B' & D' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$G = \begin{bmatrix} l_1^2 & l_2^2 & l_3^2 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} l_2 l_3 & l_1 l_3 & l_1 l_2 \\ m_2 m_3 & m_1 m_3 & m_1 m_2 \\ n_2 n_3 & n_1 n_3 & n_1 n_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$C = \begin{bmatrix} m_1 n_1 & m_2 n_2 & m_3 n_3 \\ l_1 n_1 & l_2 n_2 & l_3 n_3 \\ l_1 m_1 & l_2 m_2 & l_3 m_3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} m_2 n_3 + m_3 n_2 & m_1 n_3 + m_3 n_1 & m_1 n_2 + m_2 n_1 \\ l_2 n_3 + l_3 n_2 & l_1 n_3 + l_3 n_1 & l_1 n_2 + l_2 n_1 \\ l_2 m_3 + l_3 m_2 & l_1 m_3 + l_3 m_1 & l_1 m_2 + l_2 m_1 \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

де символ " " означає операцію транспонування.

Як впливає із (2.20)

$$F' = L^{-1} ; \quad L' = F^{-1},$$

проте

$$F' \neq F^{-1} ; \quad L' \neq L^{-1},$$

оскільки

$$LF^{-1} \neq E ; \quad L^{-1}F \neq E, \quad (2.22)$$

звідки випливає, що (2.19) не є перетворенням подібності. Після перетворень (2.19) з врахуванням (2.20)...(2.22) тензори пружних постійних і пружних податливостей мають вигляд:

$$\begin{aligned} A_{ijk} &= Q_{ijk} + r(P_{ijk}^l + P_{ijk}^m + P_{ijk}^n), \\ A_{ijk}^{-1} &= Q_{ijk}^{-1} + r^{-1}(P_{ijk}^{-1})^{l,m,n}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

де

$$Q_{ijk} = \begin{bmatrix} C_{12}+2C_{44} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{12}+2C_{44} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{12}+2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$Q_{ijk}^{-1} = \begin{bmatrix} S_{12}+S_{44}/2 & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{12}+S_{44}/2 & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{12}+S_{44}/2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & & & & S_{44} & 0 \\ & & & & & S_{44} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$r = C_{11} - C_{12} - 2C_{44} ; \quad r^{-1} = S_{11} - S_{12} - 1/2S_{44}.$$

Причому

$$P_{ijkl}^t = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$(P_{ijkl}^t)^{-1} = \begin{bmatrix} T_{11} & 2T_{12} \\ 2T_{12} & 4T_{22} \end{bmatrix},$$

де $t = l; m, n$

$$T_{11} = \begin{bmatrix} t_1^4 & t_1^2 & t_1^2 t_3^2 \\ & t_2^4 & t_2^2 t_3^2 \\ & & t_3^4 \end{bmatrix}$$

$$T_{12} = \begin{bmatrix} t_1^2 t_2 t_3 & t_1^3 t_3 & t_1^3 t_2 \\ t_2^3 t_3 & t_1 t_2^2 t_3 & t_1 t_2^3 \\ t_2 t_3^3 & t_1 t_3^3 & t_1 t_2 t_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$T_{22} = \begin{bmatrix} t_2^2 t_3^2 & t_1 t_2 t_3^2 & t_1 t_2^2 t_2 \\ & t_1^2 t_3^2 & t_1^2 t_2 t_3 \\ & & t_1^2 t_2^2 \end{bmatrix}$$

Співставляючи (2.26) і (2.27) з тензором пружних постійних для загального випадку анізотропії

$$I_{ijkl} = \begin{bmatrix} I_{1111} & I_{1122} & I_{1133} & I_{1123} & I_{1131} & I_{1112} \\ & I_{2222} & I_{2233} & I_{2223} & I_{2231} & I_{2212} \\ & & I_{3333} & I_{3323} & I_{3331} & I_{3312} \\ & & & I_{2323} & I_{2331} & I_{2312} \\ & & & & I_{3131} & I_{3112} \\ & & & & & I_{1212} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$I_{ijkl} \Rightarrow P_{ijkl}^t,$$

легко побачити, що $T_{ijkl} = t_i \delta_j \delta_k \delta_l$, де $\{i, j, l, k\} = 1; 2; 3$, тобто орієнтовно-залежна складова тензорів (2.23) може бути отримана як сума добутків направляючих косинусів з індексами, що відповідають індексам тензора A_{ijkl} . Тоді:

$$\begin{aligned}
 E_z^{-1} &= A_{3333}^{-1} = Q_{3333}^{-1} + r^{-1} \sum_{t=1}^3 (P_{ijkl}^t)^{-1} = S_{12} + \frac{1}{2} S_{44} + \\
 &+ (S_{11} - S_{12} - \frac{1}{2} S_{44} \cdot (I_3 I_3 I_3 I_3 + m_3 m_3 m_3 m_3 + n_3 n_3 n_3 n_3)) = (2.29) \\
 &= S_{12} + \frac{S_{44}}{2} + (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2})(I_3^4 m_3^4 n_3^4).
 \end{aligned}$$

Використовуючи співвідношення

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q \\ 0 & \sin q & \cos q \end{bmatrix} * \\
 * \begin{bmatrix} \cos y & 0 & \sin y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin y & 0 & \cos y \end{bmatrix} &* \begin{bmatrix} \cos j & \sin j & 0 \\ -\sin j & \cos j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.30)
 \end{aligned}$$

можна отримати направляючі косинуси через індекси Міллера $[hkl]$. Для $j = 0$ це дає:

$$\sin q = \frac{k}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad ; \quad \cos q = \frac{l}{\sqrt{h^2 + l^2}}. \quad (2.31)$$

Тоді (2.29) можна перетворити до виду:

$$E_z^{-1} = S_{12} + \frac{S_{44}}{2} + (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2})R, \quad (2.32)$$

де

$$R = \frac{h^4 + k^4 + l^4}{(h^2 + k^2 + l^2)^2}. \quad (2.33)$$

Із (2.33) випливає, що $R \in [1/3...1]$.

Фактор орієнтації R має декілька цікавих властивостей і може бути використаний для ряду узагальнень. Зокрема, дозволяє сформулювати лему про рівнопружні напрямки для ОЦК і ГЦК кристалів.

Лема. Для сімейства напрямків $[hkl]$, у яких один з індексів є сумою або різницею двох інших, пружні податливості рівні між собою.

Доведення. Для того, щоб пружні податливості в (2.32):

$$A_{hkl}^{-1} = A_{h_1k_1l_1}^{-1},$$

необхідно і достатньо, щоб $R_{hkl} = R_{h_1k_1l_1}$. Звідси випливає, що для рівнопружних напрямків ОЦК і ГЦК кристалів:

$$R_{hkl} = R_{h_1k_1l_1} = const.$$

Нехай для рівнопружних напрямків

$$h = k \pm al.$$

Тоді

$$\frac{(k \pm al)^4 + k^4 + l^4}{[(k \pm al)^2 + k^2 + l^2]^2} = const = C, \quad (2.34)$$

що після тотожних перетворень дає:

$$\begin{aligned} & k^4(2 - 4C) + l^4(a^4 - Ca^4 - 2Ca^2 - C + 1) + \\ & + k^3l(4a - 8aC) + k^2l^2(3a^2 - 5a^2C - 4C) + \\ & + 4kl^3a(1 - 2C) = 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Аналіз (2.35) показує, що при $k \neq l \neq 0$ (2.35) на множині $\{k, l\} \in \mathbb{N}$ має рішення, для якого $a = \pm 1$; $C = \frac{1}{2a}$. Це дозволяє

стверджувати, що всі напрямки, в яких один з індексів Міллера дорівнює сумі або різниці двох інших, рівнопружні.

Лему доведено.

На підставі леми:

$$E_{110}^{-1} = E_{211}^{-1} = E_{321}^{-1} = \dots = (S_{12} + \frac{S_{44}}{2}) + (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2}) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (S_{11} + S_{12} + \frac{S_{44}}{2}). \quad (2.36)$$

Співвідношення (2.36) можуть бути додатковими умовами при розв'язку задач молекулярної динаміки, при визначенні чисельних коефіцієнтів функцій міжатомного зв'язку, при юстировці п'єзовимірювальних приладів і т.д.

(2.32) та (2.36) доцільно виразити через пружні постійні C_{11} , C_{12} , C_{44} , що дає:

$$E_{110} = E_{211} = E_{321} = \dots = \frac{4C_{44}(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}{2C_{11}C_{44} + (C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad (2.37)$$

$$\frac{E_+}{E_-} = \frac{3C_{44}(C_{11} + C_{12})}{(C_{11} + 2C_{12} + C_{44})(C_{11} - C_{12})}. \quad (2.38)$$

Із (2.38) видно, що умова $E_+/E_- \leq 5$ виконується для всіх ОЦК і ГЦК металів, крім калію.

2.5. Кількісні оцінки зміни енергії активації при дії всебічного стиску і домішок

Як впливає з отриманих вище співвідношень (2.13) і (2.14), для того, щоб енергія активації змінювалася не більше, ніж на $\pm 1.6\%$, необхідно, щоб відхилення температури плавлення не перевищувало цих самих значень. Аналіз діаграм стану подвійних систем показує, що у більшості випадків

$$\left. \frac{dT_s}{dC_i} \right|_{C_i=0} < 0, \quad (2.39)$$

тобто в області малих концентрацій домішок температура плавлення основи (по лінії ліквідуса) зменшується. Відповідно

до (2.12)–(2.14), це повинно викликати зменшення енергії активації руйнування. Для виконання умов автомодельності

$$DU_0 \leq DU_0^{\text{lim}}$$

необхідно, щоб

$$\sum_{i=1}^n C_i \frac{dT_s}{dC_i} \leq DT_s^{\text{lim}}. \quad (2.40)$$

Для випадку

$$\left| \frac{DU_0}{U_0} \right| \leq 1.6 \%$$

це дає

$$\sum_{i=1}^n C_i \frac{dT_s}{dC_i} \leq 0.016T_s. \quad (2.41)$$

2.5.1. Сталі та сплави заліза

Для заліза умови автомодельності у вигляді (2.41) виконуються, якщо сумарна зміна температури плавлення не перевищує $0,016T_s = 28,9 \text{ K}$. В рамках моделі лінійного наближення без врахування взаємодії між домішками можна показати, що (2.41) обмежує деяку область багатовимірного простору $\{C_i\}$, що знаходиться між координатними площинами і гіперплощиною з точками $C_1^{\text{lim}}, C_2^{\text{lim}}, \dots, C_n^{\text{lim}}$.

В таблиці 2.4 наведені значення C_i^{lim} для найбільш впливових легуючих елементів, що найчастіше зустрічаються, та домішок, що входять до складу практично всіх сталей і сплавів на основі заліза. З врахуванням даних таблиці 2.4 умова автомодельності може бути представлена у вигляді:

$$\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{C_i^{\text{lim}}} \leq 1. \quad (2.42)$$

Лінійне наближення (2.42) є наближенням із запасом, оскільки лінії ліквідуса у більшості випадків випуклі. З (2.15) і (2.42) можна отримати об'єднаний критерій автомодельності

$$2 \ln \left[\frac{a_+ \left(\frac{E_+ r_+}{E_- r_-} \right)^{0.5}}{a_-} \right] + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{C_i^{\text{lim}}} \leq 1, \quad (2.43)$$

де $C_i^{\text{lim}} = \Delta T_s \frac{dC_i}{dT_s}$ – у випадку використання дотичної;

$C_i^{\text{lim}} = f^{-1}(T_s(C_i))$ – у випадку використання січної хорди (рис. 2.5).

При виконанні (2.43) відхилення енергії активації сплаву на даній основі не буде перевищувати заданої величини. Умові автомодельності у вигляді (2.43) задовольняє більш третини конструкційних і легованих сталей.

Таблиця 2.4

Граничні значення домішок в залізі, які не порушують умови автомодельності $\left(\left| \frac{DU_0}{U_0} \right| \leq \pm 1,6\% \right)$

Домішки	C_i^{lim} , вагові %
1	2
1. Бор	0,087
2. Берилій	0,099
3. Водень	0,13
4. Вуглець	0,33
5. Кисень	0,80
6. Цинк	1,31
7. Кремній	1,57
8. Цирконій	4,63
9. Ніобій	4,92
10. Нікель	6,57
11. Фосфор	1,29

Закінчення таблиці 2.4

1	2
12. Марганець	7,41
13. Церій	8,12
14. Мідь	10,14
15. Алюміній	14,56
16. Хром	19,27
17. Молібден	21,24
18. Вольфрам	32,05

2.5.2. Сплави на основі алюмінію

Таблиця 2.5

Граничні значення домішок в залізі, які не руйнують

$$\text{умови автономності} \left(\left| \frac{DU_0}{U_0} \right| \leq \pm 1,6\% \right)$$

Домішки	C_i^{lim} , вагові %
1	2
1. Титан	0,31
2. Марганець	0,76
3. Кремній	2,12
4. Берилій	2,82
5. Хром	3,43
6. Нікель	4,13
7. Магній	4,15
8. Мідь	4,97
9. Залізо	6,90
10. Цинк	23,10

В таблиці 2.5 наведено C_i^{lim} для легуючих елементів і домішок сплавів алюмінію. Умовам (2.43) задовольняє більшість сплавів алюмінію, крім сплавів АЛ. Граничні значення C_i^{lim} , як і в 2.5.1, визначилися методом січної (рис. 2.5) із діаграм стану подвійних систем.

2.5.3. Деформування потенційного рельєфу при всебічному стиску

Як було показано вище, розтяг ангармонійного ланцюжка призводить до зниження висоти потенційного бар'єра. З умови рівності площ підбар'єрних кривих було отримано в лінійному наближенні:

$$U(e) \approx U_0(1 - e), \quad (2.44)$$

що, з врахуванням (2.6) і (2.7) для потенціалу Морзе, дає:

$$U(e) = kT_s(e) \ln \frac{1}{t_0} \left[\exp(-2\sqrt{Rr} \frac{\Delta a}{a_0}) - 2 \exp(-\sqrt{Rr} \frac{\Delta a}{a_0}) \right], \quad (2.45)$$

де

$$R = \frac{L}{U_0}. \quad (2.46)$$

Таблиця 2.6

Порівняння енергії активації в лінійному наближенні та в потенціалі Морзе при різних деформаціях ланцюжків алюмінію ($\sqrt{Rr} = 2,553$), заліза ($\sqrt{Rr} = 1,881$) і літію ($\sqrt{Rr} = 1,148$)

Деформація ланцюжка, $\frac{\Delta a}{a}$	Алюміній	Залізо	Літій
1. 0	1	1	1
2. 0,02	1,017	1,018	1,019
3. 0,04	1,030	1,033	1,037
4. 0,06	1,038	1,044	1,054
5. 0,08	1,043	1,051	1,069
6. 0,10	1,044	1,052	1,083
7. 0,12	1,042	1,048	1,095
8. 0,14	1,037	1,036	1,105
9. 0,20	1,008	0,949	1,119

В таблиці 2.6 наведено результати перевірки справедливості лінійного наближення.

Так, для алюмінію лінійне наближення для випадку потенціалу Морзе дає похибку не більш 4,4 %, для заліза – 5,2 % і для літію – 11,9 %, що свідчить про малу ефективність застосування лінійного наближення у цьому випадку. Це дозволяє запропонувати критерій придатності лінійного наближення для умови, що на всьому діапазоні деформацій похибка наближення (2.44) не перевищить для потенціалу Морзе 5 %:

$$\sqrt{Rr} \geq 1.88. \quad (2.47)$$

Як впливає з таблиці 2.1, цьому критерію задовольняють усі ГЦК-метали, а також залізо, молібден і вольфрам з ОЦК-металів. Отже, для металів, що задовольняють (2.27), із (2.45) можна отримати:

$$kT_s(s) \ln\left(\frac{1}{t_0^s}\right) \cong kT_{s_0} \ln\left(\frac{1}{t_0^0}\right) \left(1 - \frac{s}{E}\right). \quad (2.48)$$

За умови, що $t_0^s = t_0^0$, одержуємо залежність температури плавлення від зовнішньої напруги:

$$T_s(s) \cong T_{s_0} \left(1 - \frac{s}{E}\right), \quad (2.49)$$

звідки випливає, що при стиску ланцюжка ($s = -p$) температура плавлення повинна збільшуватися:

$$T_s(p) \cong T_{s_0} \left(1 + \frac{p}{E}\right). \quad (2.50)$$

Лінійне наближення (2.50) повинно виконуватися, принаймні, в області малих приростів параметра p . В приростах (2.50) можна записати:

$$\left. \frac{\Delta T_s}{\Delta p} \right|_{p=0} \cong \frac{T_{so}}{E}. \quad (2.51)$$

Перехід від рішення для ланцюжка до твердого тіла (система ланцюжків) в умовах всебічного стиску потребує введення коефіцієнта пропорційності a :

$$\left. \frac{\Delta T_s}{\Delta p} \right|_{p=0} \cong a \frac{T_{so}}{K}, \quad (2.52)$$

де K – модуль всебічного стиску.

В таблиці 2.7 наведені $\left. \frac{\Delta T_s}{\Delta p} \right|_{p=0}$ значення, отримані методом графічного диференціювання T_s - P -діаграм [29], і чисельні значення коефіцієнта пропорційності для 18 елементів таблиці Менделєєва.

Як видно з таблиці, a змінюється в широкому діапазоні як додатних, так і від'ємних значень. Характерно, що для всіх лужних металів, а також для деяких важких елементів (Hf , Th , U) значення a мало відрізняються від 1, що свідчить про гарну відповідність лінійного наближення для системи ланцюжків.

Таким чином, результати таблиці 2.7 дозволяють констатувати, що для всіх ОЦК- і ГЦК-металів лінійне наближення для ланцюжка якісно (із точністю до коефіцієнта), а в деяких випадках і кількісно підтверджується експериментально на залежностях "температура плавлення – зовнішній тиск" в межах невеликих значень тисків.

Таблиця 2.7

Експериментальні та розрахункові зміни температури плавлення при всебічному стиску

Метал	Ts, К [35]	К, Гпа [34]	Ts/ ΔP, К/ГПа [29]	Ts/К, К/ГПа	Тип переходу тв. т.-ж [29]		$a = \frac{\Delta T_s _{P=0}}{\Delta P} = \frac{T_s}{T}$
					6	7	
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Літій	453	11,6	39,5	39,1	ОЦК	ОЦК	1,01
2. Натрій	371	6,8	63,5	54,6	ОЦК	ОЦК	1,16
3. Калій	337	3,2	143,5	105,3	ОЦК	ОЦК	1,36
4. Цезій	302	2,0	147,5	151,0	ОЦК	ОЦК	0,98
5. Рубідій	312	3,1	137,5	100,6	ОЦК	ОЦК	1,37
6. Талій	577	35,9	72,5	16,1	ОЦК	ОЦК	4,50
7. Барій	988	10,3	69,8	96,9	ОЦК	ОЦК	0,72
8. Алюміній	933	72,2	60,0	12,9	ГЦК	ГЦК	4,65
9. Стронцій	1043	11,6	175,0	89,9	ОЦК	ОЦК	1,95
10. Кальцій	1111	15,2	153,3	73,1	ОЦК	ОЦК	2,09
11. Лантан	1193	24,3	28,0	49,1	ГЦК	ОЦК	0,57
12. Уран	1406	98,7	16,8	14,2	ОЦК	ОЦК	1,18
13. Марганець	1518	59,6	37,0	25,5	ОЦК	ОЦК	1,45
14. Берилій	1550	100,3	59,4	15,5	ОЦК	ОЦК	3,83
15. Залізо	1808	168,3	40,3	10,7	ОЦК	ОЦК	3,76
16. Торій	2020	54,3	33,3	37,2	ОЦК	ОЦК	0,89
17. Цирконій	2125	83,3	44,8	25,5	ОЦК	ОЦК	1,76
18. Гафній	2495	109,0	30,0	22,9	ОЦК	ОЦК	1,31

2.5.4. Деформування потенційного рельєфу домішками

Аналіз діаграм стану подвійних систем показує, що для більшості випадків в межах малих концентрацій домішок

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial C_i} \right|_{C_i=0} < 0 \quad (2.53)$$

що еквівалентно навантаженню зовнішніми розтягуючими напругами. В таблиці 2.8 наведено значення $\left. \frac{\partial T_s}{\partial C_i} \right|_{C_i=0}$ для заліза

із різноманітними домішками, звідки видно, що значення похідної (2.53) для всіх домішок, крім алюмінію і ренію, від'ємне.

На рис. 2.3 наведена об'єднана діаграма $T_s(p)$ і $T_s(C_i)$. Сплайн-апроксимація в точці T_{S_0} дозволяє отримати:

$$\left. \frac{dT_s}{d(mC_i)} \right|_{C_i=0} = \left. \frac{dT_s}{dp} \right|_{p=0}, \quad (2.54)$$

звідки можна отримати значення масштабу подібності:

$$m = \frac{Dp}{DC_i}. \quad (2.55)$$

Коефіцієнт зміни внутрішнього тиску в ґратці заліза як функція концентрації i -ої домішки (коефіцієнт сплайн-апроксимації діаграм $\frac{dT_s}{dC_i}$ і $\frac{dT_s}{dP}$ в нульовій точці)

Домішки	$m_{C_i,P} = \frac{\Delta P}{\Delta C_i}$, ГПа/процент
Водень	20,4
Кисень	13,0
Бор	2,1
Вуглець	1,72
Берилій	0,99
Фосфор	0,79
Марганець	0,11
Цинк	0,07
Кобальт	0,05

Як видно з таблиці 2.8, найбільш високі значення m при розчиненні в залізі дають водень, кисень, бор і вуглець, відомі тим, що підвищують крихкість. Зниження температури плавлення домішками концентрацією C_i еквівалентно прикладанню об'ємних розтягуючих напруг:

$$p = C_i \cdot m. \quad (2.56)$$

З рівності сумарної податливості (наближення Фойхта)

$$\frac{1}{C_\Sigma} = \sum_1^{n_1} \frac{1}{C_1^i} + \sum_1^{n_2} \frac{1}{C_2^i}. \quad (2.57)$$

При $n_2 \ll n_1$ це дає:

$$\Delta P \cong K_2 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot C_{aTi}'.$$

Для випадку m домішок

$$\Delta p_{\Sigma} = \sum_1^m k_{2i} \frac{a_{2i}}{a_1} C'_{aTi}. \quad (2.58)$$

З рівності сумарної жорсткості (наближення Райса)

$$Dp_i \cong C'_{aTi} k_1 \left(1 - \frac{a_{2i}}{a_1}\right), \quad (2.59)$$

що для m домішок дає:

$$Dp_z \cong \sum_1^m k_1 C'_{aTi} \left(1 - \frac{a_{2i}}{a_1}\right), \quad (2.60)$$

де k_1, k_2 – модулі всебічного стиску матриці та домішки;
 a_1, a_2 – рівновісні значення періоду ґратки матриці та домішки;
 C'_{aTi} – лінійна концентрація домішок

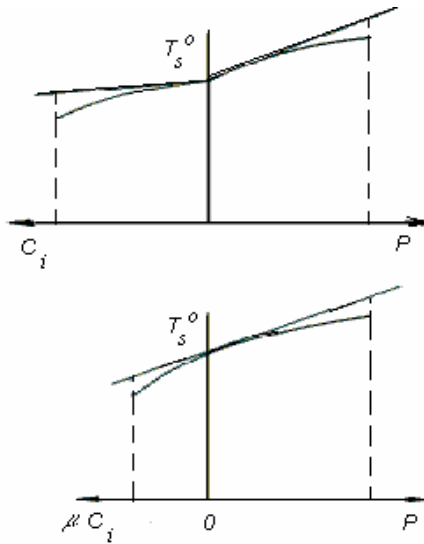


Рис. 2.3. Сплайн-апроксимація діаграм $T_s(P)$ і $T_s(C_i)$ в нульовій точці (до оцінки внутрішнього тиску в ґратці, що створюється домішками)

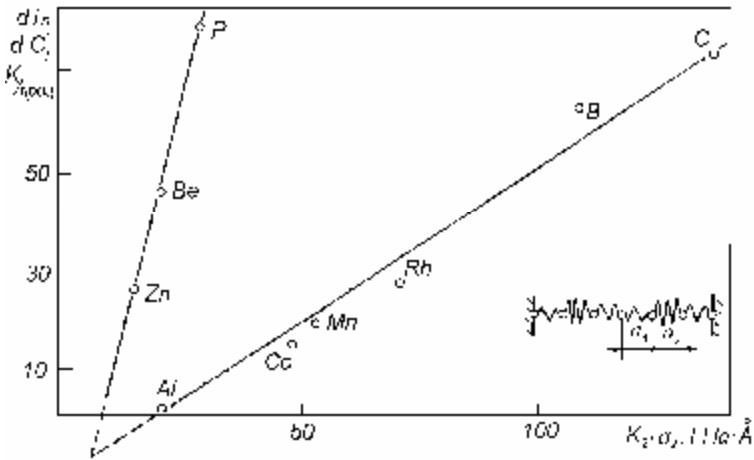


Рис. 2.4. Тангенс кута нахилу лінії ліквідуса в нульовій точці подвійних систем “залізо-домішки” в моделі пружного включення

На рис. 2.4 наведені залежності dT_s/dC_i' , розраховані з наближення (2.58) залізної матриці, звідки випливає незадовільна відповідність найпростішої моделі (рис. 2.4, а) реальному процесу.

2.6. Деформування потенційного рельєфу в умовах плоского напруженого стану

Вплив всебічного стиску і домішок призводить до деформування потенційного рельєфу. Вище було показано, що таке деформування можна оцінити кількісно за зміною температури плавлення. Цікаво для практики врахувати деформування потенційного рельєфу при розв'язку плоскої задачі теорії пружності (рис. 2.5) і, зокрема, при отриманні критеріїв еквівалентності плоского та лінійного напружених станів.

2.6.1. Осесиметричне деформування потенційного рельєфу

Для спрощення обчислень доцільно ввести параметр двовісності:

$$l = \frac{S_2}{S_1} \quad (2.61)$$

і розв'язувати задачу в лінійному наближенні. Тоді:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^{-1} & -mE^{-1} \\ -mE^{-1} & E^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ lS_1 \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

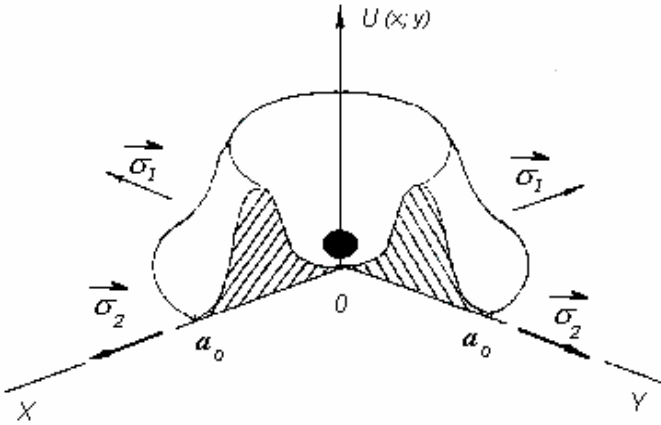


Рис. 2.5. Деформування потенційного рельєфу в умовах двохосового навантаження

Нехай при впливі плоского напруженого стану потенційний бар'єр спотворюється осесиметрично, що дає:

$$U_0 a_0^2 \cong U_1' a_0^2 (1 + e_3)(1 - m e_3). \quad (2.63)$$

У випадку лінійного напруженого стану це призводить:

$$U_0 a_0^2 \cong U_1'' a_0^2 (1 + e_1 - e_1 m l)(1 + e_1 l - e_1 m). \quad (2.64)$$

Ймовірність подолання бар'єра осцилятором дорівнює:

$$W' = \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U_1'}{kT}\right) ; \quad W'' = \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U_1''}{kT}\right), \quad (2.65)$$

що з врахуванням (2.63) і (2.64) дає:

$$e_3 = \frac{1 - m - \sqrt{(1 - m)^2 + 4m(1 - U_0/U_1')}}{2m}, \quad (2.66)$$

$$e_1 = \frac{(1 - m)(1 + l) - \sqrt{(1 - m)^2(1 + l)^2 + 4(m - l)(1 - ml)(1 - U_0/U_1'')}}{2(m - l)(1 - ml)}. \quad (2.67)$$

Звідки можна одержати функцію еквівалентності

$$f(I, m, U_0/U_1) = \frac{e_1}{e_3}, \quad (2.68)$$

аналіз якої показує, що значення U_0/U' можуть приймати значення:

$$1 \leq \frac{U_0}{U'} \leq \frac{(1 + m)^2}{4m}. \quad (2.69)$$

Чисельний аналіз (2.68) з врахуванням (2.69) для $m \in (0, 1 \dots 0,5)$ показав, що $f(I, m, U_0/U) \cong f(I)$ і з похибкою не гірше 2,8 % у (2.68) можна скористатися лінійним наближенням радикалів, що дає:

$$f(I) \cong \frac{1}{I + 1}, \quad (2.70)$$

звідки

$$S_{\text{екв}} = S_1 + S_2, \quad (2.71)$$

тобто еквівалентна напруга дорівнює першому інваріанту тензора напруг. (2.71) не відповідає жодній з існуючих теорій міцності. Очевидно, допущення про осесиметричне (вздовж осі OZ) деформування потенційного рельєфу під дією двохосового напруженого стану є дуже грубим.

2.6.2. Деформування потенційного рельєфу в площині ZOY

При лінійному напруженому стані деформування рельєфу в площині ZOY із зберіганням площі підбар'єрної кривої дає:

$$U_1 = \frac{U_0}{1 + e_3}. \quad (2.72)$$

Відповідно, в умовах плоского напруженого стану:

$$U'' = \frac{U_0}{1 + e_1 - ml e_1}. \quad (2.73)$$

З рівності ймовірностей активованого стрибка осцилятора в даній площині можна одержати:

$$\frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U'}{kT}\right) = \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U''}{kT}\right), \quad (2.74)$$

звідки випливає критерій найбільших лінійних деформацій Сен-Венана-Маріотта [36]:

$$s_3 = s_1 - ms_2, \quad (2.76)$$

тобто друга теорія міцності.

Рівність ймовірностей (2.74) без врахування ефекту Пуассона призводить до першої теорії міцності:

$$s_3 = s_1. \quad (2.76)$$

2.6.3. Усереднення ймовірностей активованого стрибка через деформований потенційний рельєф у площинах ZOx і ZOY

З рівності:

$$\exp\left(-\frac{U'_x}{kT}\right) \exp\left(-\frac{U'_y}{kT}\right) = \exp\left[\left(-\frac{U''_x}{kT}\right) + \left(-\frac{U''_y}{kT}\right)\right] \quad (2.77)$$

впливає:

$$s_e = (s_1 + s_2) \frac{1 - m}{1 + m}. \quad (2.78)$$

Легко бачити, що усереднення ймовірностей активованого стрибка через бар'єр за середнім квадратичним дає:

$$s_e \approx \sqrt{s_1^2 + s_2^2 - 4s_1s_2m}. \quad (2.79)$$

Аналогічно знаходиться еквівалентна напруга з умови рівності сумарної ймовірності активованого стрибка через деформований рельєф у площинах OXZ і OYZ :

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{U_0}{kT(1+e)}\right) + \exp\left(-\frac{U_0}{kT(1-me)}\right) &= \\ = \exp\left(-\frac{U_x''}{kT}\right) + \exp\left(-\frac{U_y''}{kT}\right) & \end{aligned} \quad (2.80)$$

(2.62)–(2.80) є окремими випадками з тим або іншим ступенем достовірності експериментальним даним. Очевидно, наведеними прикладами не вичерпується перелік часткових випадків.

2.6.4. Порівняння повних інтегралів ймовірності активованих стрибків

Для того, щоб виявити повну картину впливу двохосності на значення еквівалентної напруги, необхідно розв'язати задачу про рівність повних інтегралів ймовірності активованих стрибків через деформований бар'єр. Орієнтаційні залежності висоти бар'єра у випадку лінійного і плоского напружених станів наведені на рис. 2.6 і 2.7. У випадку лінійного напруженого стану:

$$\begin{aligned}
 U(a) &= \frac{U_0}{\sqrt{(1+e)^2 \cos^2 a + (1-me)^2 \sin^2 a}} \cong \\
 &\cong U_0 [1 - e(\cos^2 a - m \sin^2 a)]
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Аналогічно у випадку плоского напруженого стану:

$$\begin{aligned}
 U(a) &= \frac{U_0}{\sqrt{(1+e_1)^2 \cos^2 a + (1-me_1)^2 \sin^2 a}} + \\
 &+ \frac{U_0}{\sqrt{(1+e_2)^2 \sin^2 a + (1-me_2)^2 \cos^2 a}} - U_0 \cong \\
 &\cong U_0 \{1 - e_1 [(1+m)(1-l) \cos^2 a + (l-m)]\}
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

З (2.81) випливає, що критичний кут, при якому $U(a) = U_0$, можна знайти співвідношення:

$$tg a_*^1 \cong m^{-1/2}. \tag{2.83}$$

Аналогічно, із (2.82):

$$tg a_*^2 \cong \left(\frac{1-lm}{m-l} \right)^{1/2}. \tag{2.84}$$

Звідки випливає, що критичний кут на множині дійсних чисел існує тільки для таких значень параметра двохосності:

$$l \in (-\infty; m] \cup \left[\frac{1}{m}; \infty \right). \tag{2.85}$$

Отже, на орієнтаційній залежності потенційного бар'єра існують ділянки:

$$U(a) < U_0 \tag{2.86}$$

тільки при $m \geq l$.

Для значень параметра двохосності:

$$l \in [m; m^{-1}] \tag{2.87}$$

у всіх напрямках потенційний бар'єр знижується, тобто:

$$U(a) \leq U_0 \quad (2.88)$$

для $a \in [0; 2\pi]$.

Для оцінки впливу двохосності на значення еквівалентної напруги необхідно дослідити функціонал:

$$W(e_1, I, T) = \frac{8}{p} \int_0^{p/2} \exp\left[-\frac{U(a)}{kT}\right] da, \quad (2.89)$$

який з врахуванням (2.12) і (2.82) перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned} W(e_1, I, T) &= \frac{8}{pt_0} \exp\left(-\frac{U_0}{kT}\right) \exp\left(-\frac{U_0 e_1 (1-m)}{kT}\right) * \\ &* \int_0^{p/2} \exp\left[-\frac{U_0 e_1 (1+m)(1-l)}{kT} \cos^2 a\right] da, \quad (2.90) \\ U_0 &\cong 30kT_s. \end{aligned}$$

Інтеграл (2.90) не береться в елементарних функціях. Винятком є випадок $l = 1$, коли:

$$W|_{l=1} = \frac{8}{pt_0} \exp\left(-\frac{30T_s}{T}\right) \exp\left(\frac{30T_s e_1 (1-m)}{T}\right). \quad (2.91)$$

Для аналізу (2.90) робилися спроби спрощення функції $e^{a \cdot \cos^2 a}$ до більш "зручного" виду. Зокрема, розкладання $U(a)$ у ряд з утриманням членів до четвертого степеня. Проте, оскільки $a \approx 1$, це швидко призводить до втрати точності і змушує відмовитися від аналізу (2.90) у квадратурах. На рис. 2.8 наведена зміна диференційної ймовірності:

$$\frac{dW}{da} = j(a, l) \quad (2.92)$$

при $l < m$ і $l > m$, звідки видно, що при $l < m$ (зсув в область $S_2 < 0$) спостерігається виділення піка ймовірності стрибка при $a = 0$ (у напрямку дії S_1).

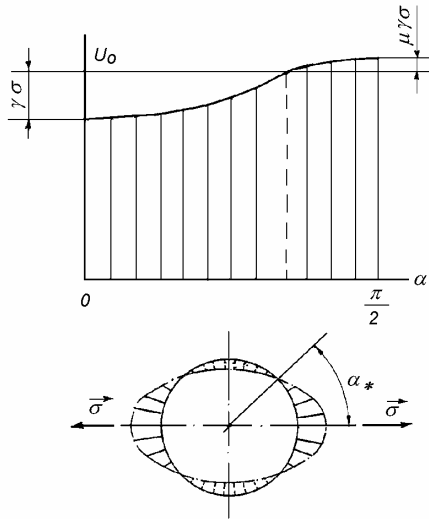


Рис. 2.6. Орієнтаційна залежність висоти потенційного бар'єра при лінійному навантаженні

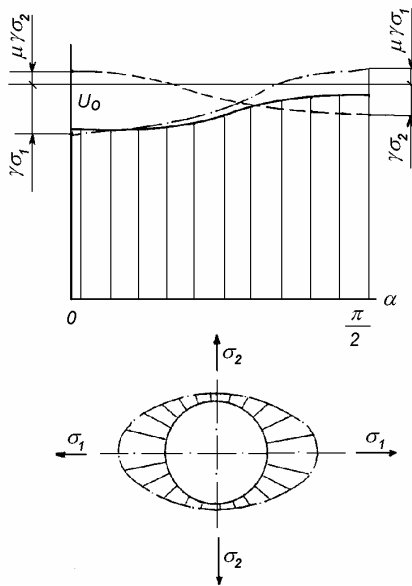


Рис. 2.7. Орієнтаційна залежність висоти потенційного бар'єра в умовах плоскої задачі

Розроблено алгоритм і проведено чисельний аналіз поведінки функціонала (2.90) в чотиривимірному просторі параметрів:

$$W(e_1, I, m, \frac{T_s}{T}) \cong \frac{1}{t_0} \exp\left(-\frac{U_0}{kT}\right) \exp\left[\frac{U_0 e_1 (I - m)}{kT}\right] * \\ * \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \exp\left[\frac{U_0 e_1}{kT} (1+h)(1-I) \cos^2(Dai)\right], \quad (2.93)$$

де $\Delta a = \frac{p}{2n}$ – крок розбивки.

На рис. 2.9–2.11 наведено лінії рівної ймовірності руйнування при $m = 0,3$; $T_s/T = 3$; $T_s/T = 4$ і $T_s/T = 6$ відповідно. Перший графік відповідає алюмінію при кімнатній температурі, другий – міді, третій – заліза.

Лінії рівної ймовірності руйнування є лініями еквівалентності напружено-деформованого стану при різноманітних сполученнях головних напруг s_1 і s_2 .

Як видно з рис. 2.9–2.11, усі лінії рівної ймовірності руйнування мають екстремум (у даному випадку – максимум) по I , проте положення максимумів істотно залежить від рівня відносного навантаження gs_1/U_0 . Для високих рівнів навантаження оптимальне сполучення s_1 і s_2 визначається областю $0 < I_{onm} < 1$ і задовільно узгоджується зі значеннями, отриманими з IV теорії міцності і теорії Писаренка-Лебедева. Що стосується низьких рівнів навантаження, то, як впливає з рис. 2.9–2.11, оптимальне сполучення головних напруг зміщується в область $I_{onm} < 0$, що, як відзначалося вище, є дуже несподіваним результатом. З'єднавши оптимуми ліній рівної ймовірності руйнування, легко одержати залежність:

$$\left(\frac{gs_1}{U_0}\right)_{onm} = f(I). \quad (2.94)$$

Чисельне моделювання поверхні W у діапазоні $m \in [0,2; 0,3; 0,4]$ та $T_s/T \in [2,3,4,6,8]$ і побудова залежностей (2.94) дозволили отримати закономірності зміни (рис. 2.12):

$$\left(\frac{gs_1}{U_0}\right)_{onm} = f\left(I, m, \frac{T_s}{T}\right). \quad (2.95)$$

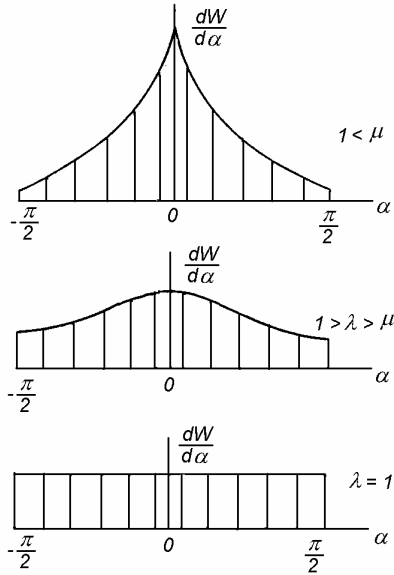


Рис. 2.8. Орієнтаційна залежність диференційної ймовірності подолання бар'єра в умовах навантаження

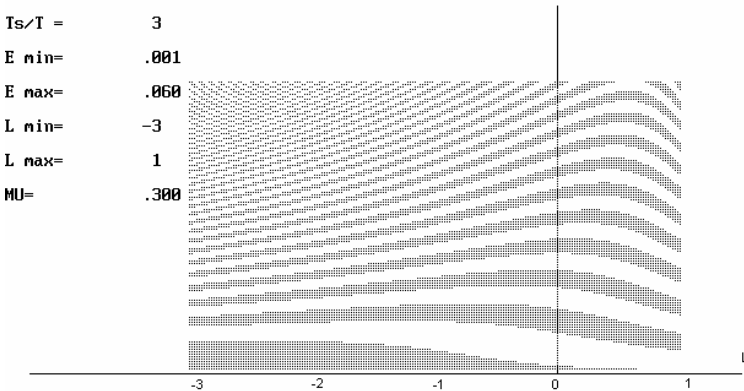


Рис. 2.9. Лінії рівної ймовірності термоактиваційного руйнування при двохосьовому навантаженні $m = 0,3$; $T_s/T = 3$

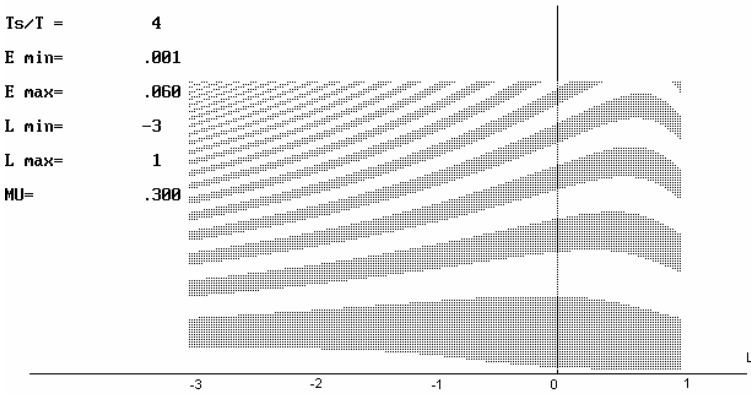


Рис. 2.10. Лінії рівної ймовірності термоактиваційного руйнування при двоохосьовому навантаженні $m = 0,3$; $T_s/T = 4$

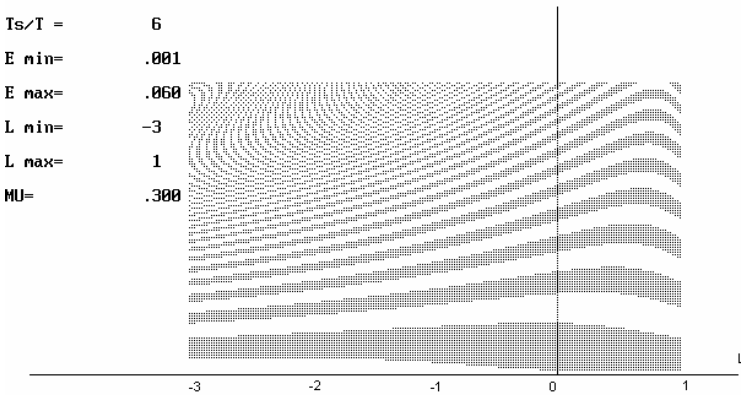


Рис. 2.11. Лінії рівної ймовірності термоактиваційного руйнування при двоохосьовому навантаженні $m = 0,3$; $T_s/T = 6$

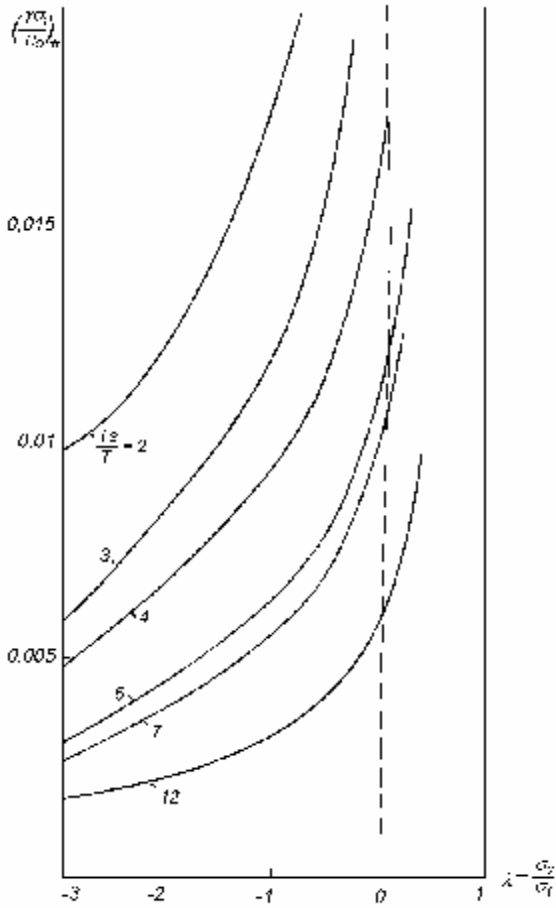


Рис. 2.12. Оптимальні значення параметра двохоності (максимуми на лініях рівної ймовірності рис. 2.8-2.10) при $m = 0,3$

На рис. 2.13 подане сімейство (2.95) у координатах " $U_0/gS_1 - \lambda$ " для $m = 0,3$.

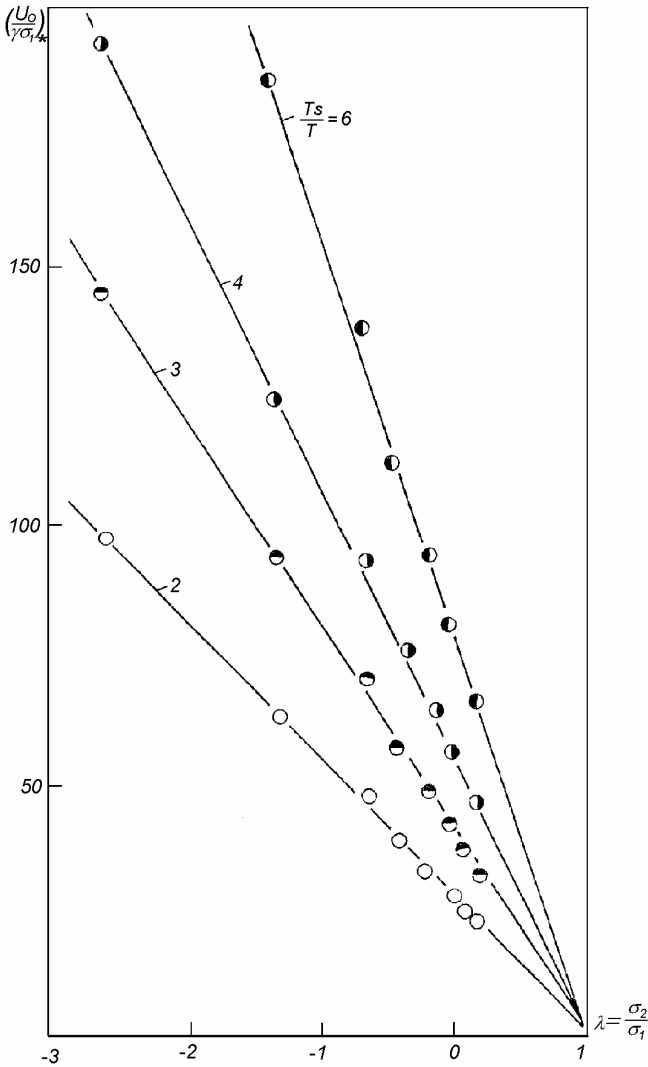


Рис. 2.13. Оптимальні значення параметра двоховості (зворотні значення максимумів на лініях рівної ймовірності рис. 2.9–2.11) при $m = 0,3$

Як видно з рисунка, сімейство

$$\left(\frac{U_0}{gS_1} \right)_{onm} = j \left(I, \frac{T_s}{T} \right) \quad (2.96)$$

є сімейством ліній, дуже близьких до пучка прямих із полюсом у точці $I \rightarrow 1$. Проведений кореляційний аналіз дозволив записати єдине рівняння квазіпучка для $m = 0,3$ (рис. 2.13) у вигляді:

$$\left(\frac{U_0}{gS_1} \right)_{onm} \cong 13,5 \frac{T_s}{T} (1 - I). \quad (2.97)$$

Звідки з врахуванням отриманої вище залежності:

$$U_0 \cong 30 \cdot k \cdot T_s \quad (2.98)$$

легко отримати

$$I_{onm} \cong 1 - 2,226 \frac{kT}{gS_1}, r \geq 0,986. \quad (2.99)$$

Для $m = 0,2$ і $m = 0,4$ отримані рівняння квазіпучків відповідно:

$$I_{onm} \cong 1 - 3,428 \frac{kT}{gS_1}, r = 0,979, \quad (2.100)$$

$$I_{onm} \cong 1 - 1,515 \frac{kT}{gS_1}, r = 0,993. \quad (2.101)$$

Легко бачити, що коефіцієнт при kT/gS_1 істотно залежить від коефіцієнта Пуассона m і в межах значень $m \in [0,25...0,4]$ з похибкою не гірше 3 % може бути виражений комбінацією $2/3m$, що дозволяє об'єднати рівняння (2.99)–(2.101) у єдине рівняння:

$$I_{onm} \cong 1 - \frac{2}{3m} \frac{kT}{gS_1}. \quad (2.102)$$

Відповідно до даного співвідношення, оптимальне значення коефіцієнта двохосності для проаналізованої моделі осцилятора є функцією коефіцієнта Пуассона, активаційного об'єму, температури випробовувань і першої головної напруги.

Із (2.102) легко знайти рівняння межі довговічності для ОЦК і ГЦК металів, при якій, якщо виконуються умови запропонованої моделі, $I_{\text{опт}}$ змінює знак. Так, з умови в (2.102) маємо:

$$(gs_1)_{\text{opt}} = kT \frac{2}{3m}.$$

Із врахуванням цього рівняння довговічності дає:

$$t_{\text{lim}} = t_0 \exp \frac{U_0 - kT \frac{2}{3m}}{kT} = t_0 \left(\frac{1}{t_0} \right)^{\frac{T_s}{T}} \exp \left(-\frac{2}{3m} \right), \quad (2.103)$$

звідки

$$\lg t_{\text{lim}} = 13 \frac{T_s}{T} - 16.55 - 0.4343 \frac{2}{3m}. \quad (2.104)$$

На рис. 2.14 показано, що (2.104) розсікає площину " $\lg t - \frac{T_s}{T}$ " на дві області: в нижній $0 < \lambda_{\text{опт}} < 1$ та у верхній $-I_{\text{опт}} < 0$. Як видно з рис. 2.14, усі відомі роботи з експериментального вивчення двохосового НДС виконувалися в області $I_{\text{опт}} > 0$.

Для експериментального виявлення позитивного впливу другої стискуючої компоненти, якщо вдасться реалізувати допущення моделі ($[U, \hat{s}_1] = [U, \hat{s}_2] = \frac{P}{2}$, сталість підбар'єрного об'єму й умови плоскої напруги), необхідні іспити при $T > 0,7 T_s$ на базі 100 годин довговічності або при $T > 0,63 T_s$ на базі 10000 годин.

Подальше зниження температури випробовувань, очевидно, недоцільне, тому що реалізувати плоске навантаження на базі $t > 10000$ годин, і ще в статистичному аспекті, дуже

проблематично. Можливо, реалізувати такі експерименти з метою виявлення позитивного впливу на довговічність стискуючої другої компоненти можна будена зразках із свинцю, для якого $0,7 T_S = 420 K = 147 ^\circ C$.

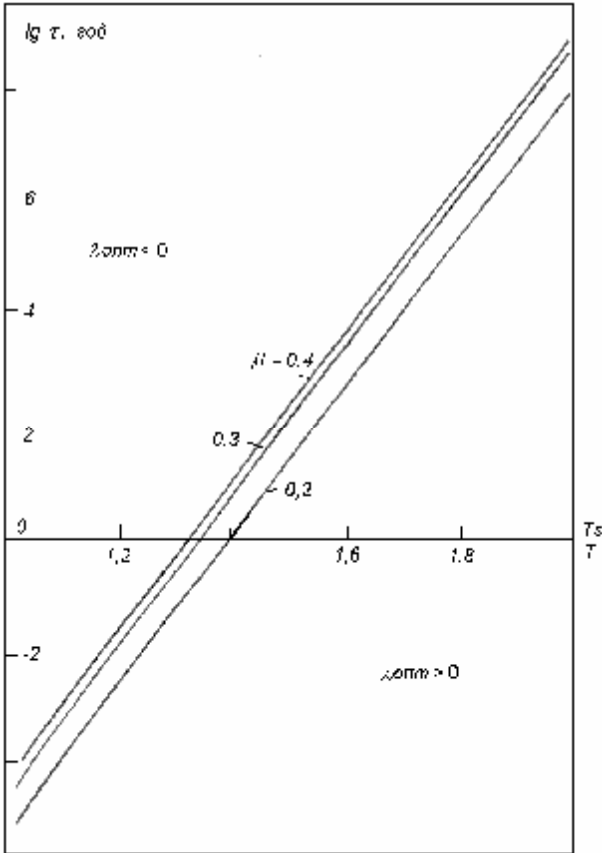


Рис. 2.14. Области додатних та від'ємних оптимальних значень параметра двохоності в просторі "довговічність – гомологічна температура"

РЕЗЮМЕ РОЗДІЛУ 2

1. Із граничної рівноваги ангармонійного ланцюжка отримано співвідношення для оцінки висоти потенційного бар'єра як функції температури плавлення і періоду теплових коливань вузлів матриці.

2. На основі введеного L -критерію (відношення максимально можливої кінетичної енергії осцилятора до висоти потенційного бар'єра) отримана безрозмірна функція міжатомного зв'язку, що дозволила істотно спростити розрахунок міжатомних взаємодій металів кубічної сингонії.

3. Запропоновано синергетичну модель сильнозбудженого кристала як суперпозиції нелінійних ланцюжків. Отримано залежність енергії активації такої системи і досліджена її стійкість. Розрахункові значення і енергії активації та її дисперсії знаходяться в згоді з експериментальними даними.

4. Вперше отримані аналітичні залежності для оцінки дисперсії енергії активації під впливом домішок, чинника орієнтування (для монокристалів), зміни постійної ґратки, модуля пружності, густини, температури Дебая. На основі введеного для монокристалів безрозмірного R -критерію доведена лема про рівнопружні напрямки та отримані прості залежності для обчислення модулів пружності монокристалів кубічної сингонії довільної орієнтації.

5. На основі аналізу ліній ліквідуса " $P - TS$ " і " $TS - C$ " діаграм сплавів Fe і сплавів Al встановлена їх спільна природа. Застосуванням сплайн-апроксимації в точках $P = 0$ і $C = 0$ отримані значення масштабних коефіцієнтів μ_{pc} і μ_{cr} , що показують, яке деформування потенційного рельєфу вносить та або інша домішка, і якому прикладеному зовнішньому тиску це еквівалентно.

6. Для сплавів на основі заліза і на основі алюмінію сформульовані критерії автономності, виконання яких гарантує однопараметричність кривих короткочасної тривалої та втомної міцностей.

7. Виявлено вплив плоского напруженого стану на ймовірність активованого стрибка осцилятора. Показано, що 1, 2 теорії міцності, а також рівність еквівалентної напруги 1

інваріанту є окремими випадками деформування потенційного рельєфу при двохосьовому навантаженні твердого тіла.

8. На підставі порівняння повних інтегралів ймовірності активованих стрибків у залежності від параметра двохосності і ступеня деформування рельєфу отримані найбільш оптимальні з погляду міцності значення параметра двохосності:

$$I_{opt} \cong 1 - \frac{2}{3m} \frac{kT}{gS_1}.$$

РОЗДІЛ 3. ТЕРМОАКТИВАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ

3.1. Термоактиваційні процеси руйнування при циклічному навантаженні ОЦК і ГЦК металів

Як показано в розділі 2, при тривалому навантаженні, коли вдається дотриматися умови автотриманості (і, насамперед, домогтися стаціонарності напруженого стану), для ОЦК і ГЦК металів існує фізична подібність процесів плавлення і механічного руйнування.

Механічне руйнування в діапазоні довговічностей (10^{-6} ... 10^{-10}) є термоактивованим процесом, тобто руйнування відбувається в результаті кооперативного подолання активованим комплексом потенційного бар'єра.

Плавлення – граничний випадок, коли стрибок здійснюється за час t_0 , де t_0 – період коливань вузлів кристалічної ґратки.

Привабливою здавалася спроба застосування підходів термоактиваційного аналізу до втоми руйнування, особливо при низьких і кімнатних температурах в багатоцикловій області.

По-перше, в цих умовах набагато легше дотриматися умов автотриманості протягом усього навантаження, оскільки до появи тріщини пластичні деформації зневажливо малі, і

$$s = \text{const.}$$

По-друге, в переважній більшості випадків у цій області (більше 90 %) криві втоми лінеаризуються в напівлогарифмічних координатах, що може бути непрямым підтвердженням арреніусовського характеру протікання процесу при лінійній залежності висоти бар'єра від зовнішнього навантаження.

По-третє, відповідно до розділу 2, при дотриманні умов автотриманості при термоактиваційному характері руйнування повинно скорочуватися число незалежних параметрів:

$$\{U_0; g; A\} \Rightarrow \{g\},$$

тобто замість трьох незалежних параметрів: енергії активації U_0 , передекспоненційного множника A і активаційного об'єму g

для сплавів на даній основі незалежним повинен залишитися тільки один параметр g .

Як буде показано нижче, цей факт знаходить своє експериментальне підтвердження.

Основним протиріччям, що стримує поширення уявлень про термоактиваційний характер втомного руйнування (хоча такі спроби були [1–9]), на наш погляд є:

- 1) уявлення про різні механізми руйнування при короткочасному, циклічному та довготривалому навантаженнях;
- 2) відмінність уявної енергії активації при циклічному і статичному навантаженнях [2–5].

Проте системні дослідження цієї проблеми до даного часу відсутні.

3.2. Енергія активації втомного руйнування ОЦК і ГЦК металів

В таблиці 3.1 наведено результати термоактиваційного аналізу, виконані по 176 первинних кривих втоми для ОЦК і ГЦК металів [18–47] в широкому діапазоні температур і частот навантаження для гладких зразків.

Як витікає з таблиці 3.1, значення U_0^y істотно відрізняються від значень енергії активації для даних металів, отриманих в умовах тривалої міцності (табл. 2.2).

Крім того, на відміну від тривалої міцності, енергія активації U_0^y виявилася дуже чутливою до температури випробовувань.

Енергія активації й активаційний об'єм визначалися за співвідношеннями:

$$U_0^y = kT \left(\frac{\ln N_2 - \ln N_1}{s_1 - s_2} s_1 - \ln \frac{N_1}{fA} \right), \quad (3.1)$$

$$g_y = kT \frac{\ln N_2 - \ln N_1}{s_1 - s_2}, \quad (3.2)$$

де $\{S_1, N_1\}; \{S_2, N_2\}$ – координати точок первинних кривих втоми;
 f – частота;
 A – передекспонента

Наведена випадкова вибірка сімейства первинних кривих втоми та термоактиваційний аналіз дозволили виявити важливі закономірності

Таблиця 3.1

**Енергія активації втомного руйнування при $T = 293$ К
(за даними [8])**

Група сплавів	Кількість оброблених кривих втоми	Діапазон частот навантаження f , Гц	$U_0^y \pm S_{U_0^y}$, кДж/моль
1. Молібден і сплави	5	25...30	123,8±7,0
2. Залізо і сплави	41	3,3...60	120,7±10,6
3. Титан і сплави	29	7...70	117,5±18,7
4. Нікель і сплави	24	35...10000	118,5±8,2
5. Марганець і сплави	4	47,33	118,9±7,7
6. Алюміній і сплави	27	3,3...20000	115,0±13,1
7. Магній і сплави	8	12,5...50	115,8±10,3
8. Мідь і сплави	8	50	118,5±5,0

Виявилось, що при постійній температурі енергія активації U_0^y цілком не чутлива до умов навантаження (асиметрія циклу, частота навантаження).

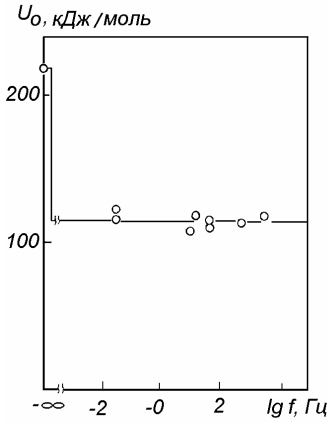


Рис. 3.1. Энергия активации як функція частоти навантаження для сплавів алюмінію при $T = 293\text{K}$

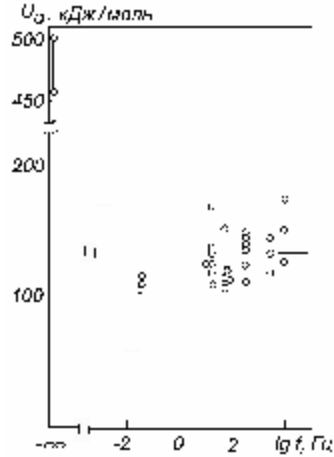


Рис. 3.2. Энергия активации як функція частоти навантаження для сплавів заліза при $T = 293\text{K}$

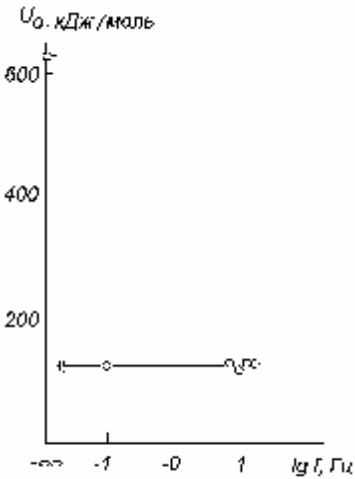


Рис. 3.3. Энергия активации як функція частоти навантаження для молібдену при $T = 293\text{K}$

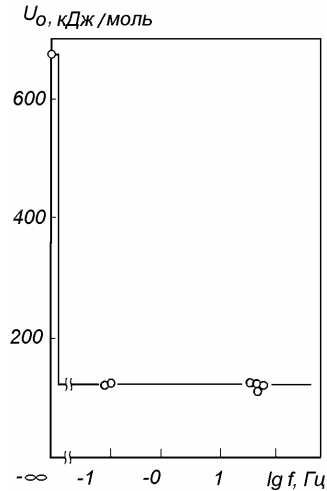


Рис. 3.4. Энергия активации як функція частоти навантаження для ніобію при $T = 293\text{K}$

На рис. 3.1–3.4 наведено залежності $U_0^y(f)$ в широкому діапазоні частот навантаження при $T = 293\text{К}$. Як видно з рисунків, початкова енергія активації має вигляд сходинки з двома плато [48, 49]:

$$U_0^x = \begin{cases} (110\dots125) \text{ кДж/моль для } f \neq 0 \text{ (втома)} \\ kT_s \ln \frac{1}{t_0} \text{ для } f = 0 \text{ (тривала міцність)} \end{cases}$$

Характерно, що якщо $U_0^y(f = 0)$ істотно відрізняється для Al , Fe , Nb і Mo , то для $U_0^y(f \neq 0)$ це розходження практично непомітне.

Схематично ситуація, що спостерігається при порівнянні потенційного бар'єра в умовах статичного і динамічного навантаження, подана на рис. 3.5, а.

Дійсно, із рис. 3.1–3.4 витікає, що величина уявної енергії активації при циклічному навантаженні істотно зменшується. Аналогічні результати були отримані в [50, 51] при вивченні циклічної повзучості жароміцних сплавів із різним відношенням амплітудного та середнього навантаження в циклі.

3.2.1. Розрахунок ймовірності тунельного подолання потенційного бар'єра

Спробуємо пояснити істотне зниження енергії активації при втомному руйнуванні тунельними ефектами. Розрахуємо коефіцієнт проходження осцилятора крізь бар'єр за час t_0 [52, 53]:

а) для прямокутного бар'єра

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2a_0}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)}\right), \quad (3.3)$$

де a_0 – ширина бар'єра;
 m_0 – маса осцилятора.

б) для бар'єра виду $U(x) = U_0 / \text{ch}^2(x/a_0)$

$$D = D_0 \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0 \{U(x) - E\}} \right] \quad (3.4)$$

$$U \cong 30kT_s \quad ; \quad D_0 = \frac{16n^2}{(1+n^2)^2} \quad ; \quad n = \left(\frac{E}{U_0 - E} \right)^{0.5}$$

де $D = 1$ (згладжений бар'єр).

Для атома Al ($2a_0 = 4,05 \text{ \AA}$, $m = 4,5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, $T_s = 933 \text{ К}$) при $T = 300 \text{ К}$ співвідношення (3.3) і (3.4) дають значення коефіцієнта проходження $\cong 10^{-95}$, що є зникаючою малою величиною.

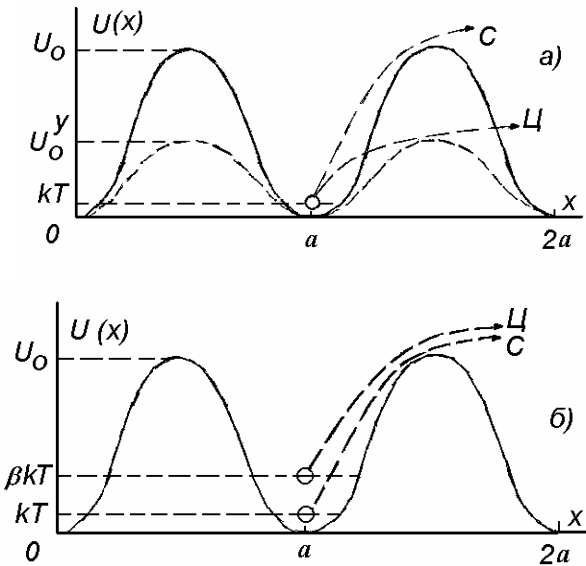


Рис.3.5. Енергії активації при циклічному і тривалому навантаженнях (а) та гіпотеза локальних збуджень (б)

Проте у фізиці твердого тіла були спроби врахування квантових довгохвильових флуктацій при руйнуванні твердих тіл під навантаженням [54–56].

Вдалою спробою можна вважати порівняльну оцінку арреніусовської і тунельної складової швидкості реакції за методикою В.І. Гольданського

$$\frac{V_{app}}{V_{тун}} = \frac{(1+c)e^{-c}}{2\left(\frac{T}{q_d}\right)^2 a^{3/2} e^{-a} e^{-a(1-T/q_d)}}, \quad (3.5)$$

де $d = a_0/2$ – півширина бар'єра;

$$c = \frac{U_0}{kT}; \quad a = p \sqrt{\frac{2U_0}{e}}; \quad e = \frac{\hbar^2}{md^2}.$$

При даних умовах

$$\frac{V_{app}}{V_{тун}} = \frac{(1+93)e^{-93}}{2\left(\frac{300}{394}\right)^2 562^{3/2} e^{-562}} \approx 10^{200}. \quad (3.6)$$

Таким чином, при заданих умовах атом тунелювати під бар'єр не може.

Розраховано температуру, при якій швидкості $V_{тун} \approx V_{app}$. Для Al $T_* < 75$ К. Таким чином, гіпотеза про зниження уявної енергії активації (рис. 3.1–3.4) при переході від статичного до динамічного навантаження за рахунок тунельних ефектів не знаходить кількісного підтвердження.

3.2.2. Концепція локальних збуджень при втомі ОЦК і ГЦК металів

При циклічному навантаженні у твердому тілі йде інтенсивний обмін фононами. За певних умов можливе [59–61] інтенсивне поглинання фононів із навколишнього середовища локальною зоною, тобто створення топологічного достатньо стійкого солітона [62–64].

В [65–66] показано, що в ОЦК і ГЦК металах локальні перерозподіли температури можуть існувати достатньо тривалий час ($10^{-4} \dots 10^{-6}$ с), що для характеристичного часу самоорганізованої локальної зони як активованого комплексу $\approx t_0$, час $10^{-4} \dots 10^{-6}$ є цілком ймовірним для термоактивованого стрибка.

Пропонується інженерна методика розрахунку параметрів локального збудження, що базується на аналізі експериментальних даних втомної, тривалої і статичної міцності. На рис. 3.5, б показано схематично збуджений стан осцилятора. Годі, відповідно до уявлень [67] і розділу 2:

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - g'S}{bkT}, \quad (3.7)$$

тобто розглядаємо термоактивований скачок збудженого осцилятора через звичайний бар'єр $U_0 \cong 30kT_s$. Параметр локального збудження знаходимо з умови:

$$\frac{U_0^y}{T} = \frac{U_0}{bT} \Rightarrow b = \frac{U_0}{U_0^y}. \quad (3.8)$$

В таблицях 3.2 і 3.3 наведено значення b для ОЦК (сплави заліза) і ГЦК (сплави алюмінію) металів у широкому діапазоні температури навантаження й умов втомних випробувань.

Як витікає з таблиць, $b \in [1 \dots 230]$, причому і для сплавів алюмінію, і для сплавів заліза характерна та ж закономірність [67]:

$$\frac{bT}{T_s} \cong 0.55 \dots 0.65. \quad (3.9)$$

Відомо [68–70], що $T^* = 0,6T_s$ для ОЦК і ГЦК металів є температурою зміни механізму пластичної деформації. При $T < T^*$ переважають термоактиваційні процеси, при $T > T^*$ – дифузія і самодифузія.

Таблиця 3.2

Розрахунок параметрів локального збудження при втомному руйнуванні алюмінієвих сплавів

Сплав	Т.К	U_0^y , кДж/ моль	U_0 кДж/моль	b	$\frac{b\Gamma}{T_s}$
Д16	293	114,2	220	1,927	0,605
Д16	293	108,3	220	2,031	0,637
Д16	293	109,7	220	2,006	0,628
Д16	77	30,2	220	7,290	0,602
Д16	77	32,3	220	6,808	0,562
Д16	293	123,8	220	1,777	0,558
Д16	293	116,1	220	1,895	0,595
АМг6БМ	292	93,6	220	2,350	0,737
АМг6БМ	293	98,4	220	2,236	0,702
Д 20-1	77	31,8	220	6,911	0,570
АМг6	77	30,5	220	7,214	0,595
Д 20-1	293	115,9	220	1,898	0,596
АМг6	293	121,0	220	1,817	0,570
АМг6	77	34,0	220	6,463	0,533
Д16	343	140,9	220	1,562	0,575
Д16	423	178,0	220	1,236	0,561

Таблиця 3.3

Розрахунок параметрів локального збудження при втомному руйнуванні заліза та його сплавів

Сплав	Т.К.	U_0^y кДж/ моль	b	$\frac{b\Gamma}{T_s}$
1	2	3	4	5
Сталь 45	293	122,7	3,585	0,596
Сталь 3	293	116,8	3,767	0,626
X18H10T	293	135,4	3,250	0,540
16ГНМ	623	325,4	1,352	0,478
16ГНМ	293	116,6	3,797	0,627

Закінчення таблиці 3.3

1	2	3	4	5
16ГНМ	623	289,7	1,518	0,537
X16H6	293	115,3	3,816	0,634
X16H6	77	37,3	11,796	0,515
X16H6	4	1,90	231,58	0,525
15Г2АФДпс	133	64,9	6,779	0,512
15Г2АФДпс	173	75,3	5,843	0,573
15Г2АФДпс	213	96,3	4,569	0,552
15Г2АФДпс	253	113,9	3,863	0,554
15Г2АФДпс	293	128,8	3,416	0,567
ЭИ 437 Б	273	411,9	1,068	0,590
ЭИ 826	1028	550,8	0,799	0,466
X18H10T	77	28,6	15,385	0,671
Fe	293	125,1	3,518	0,585
Fe	873	322,1	1,366	0,677
Fe	1073	370,1	1,189	0,724
Сталь 20	133	73,1	6,022	0,455
Сталь 20	193	115,1	3,824	0,419
Сталь 20	293	151,1	2,911	0,485
12X1MФ	293	138,0	3,186	0,530
12X1MФ	573	255,2	1,724	0,560
12X1MФ	873	380,3	1,156	0,572
12X1M1Ф	293	135,1	3,256	0,542
12X1M1Ф	573	239,2	1,839	0,598
12X1M1Ф	873	345,1	1,275	0,631
1X18H12T	293	171,2	2,569	0,427
1X18H12T	573	312,0	1,410	0,457
1X18H12T	873	516,9	0,852	0,422

3.3. Взаємозв'язок параметрів у рівнянні кривої ВТОМИ

Як зазначено вище, із застосування до втомного руйнування термоактиваційних уявлень автоматично повинен витікати взаємозв'язок параметрів кривої втоми [48, 49].

Перетворимо рівняння кривої втоми, лінеаризованої в напівлогарифмічних координатах:

$$s_1 = a - b \lg N \quad (3.10)$$

до виду

$$t_y = \frac{N}{f} = A_0 \exp \frac{U_0^y - g^y s}{kT}. \quad (3.11)$$

Легко бачити, що

$$b = \frac{kT}{g^y \cdot \lg e} \quad (3.12)$$

$$a = \frac{U_0^y}{g^y} + \frac{kT}{g^y} (\ln A_0 + \ln f)$$

Із (3.12) витікає, що при невеликих варіаціях U_0^y , $\ln A_0$ і $\ln f$ між параметрами a і b повинна існувати залежність, близька до лінійної. Причому, як показано вище, енергія активації U_0^y при постійній температурі змінюється в більшості випадків (таблиця 3.1) в межах 10 %. Тоді коефіцієнт кореляції r_{ab} повинен бути достатньо високий. Орієнтовані оцінки показують, що при $U_0^y \cong 110 \dots 130$ кДж/моль, $f \in [1 \dots 1000]$ Гц, $A_0 \in [10^{-12} \dots 10^{-13}]$ с:

$$a \cong (7,5 \dots 13) b.$$

Кореляційний аналіз показав, що такий зв'язок дійсно має місце. На рис. 3.7–3.9 наведено графіки таких кореляційних залежностей та їхні рівняння для 28 сплавів AB (за даними А.А. Степнова та А.А. Гіацинтова [71]), для 23 сталей (за даними В.Т. Трощенко [72]), для монокристалів молібдену шести різних орієнтацій (за даними Н.Д. Бега [73]).

Значення коефіцієнта кореляції, як і передбачалося, достатньо високе – 0,964...0,975. Причому, для монокристалів молібдену виявлена кореляція чинника орієнтації R і параметра b :

$$b = 12,68 - 9,36R \quad (r = -0,862), \quad (3.13)$$

де R (див. розділ 2):

$$R = \frac{h^4 + k^4 + l^4}{(h^2 + k^2 + l^2)^2}. \quad (3.14)$$

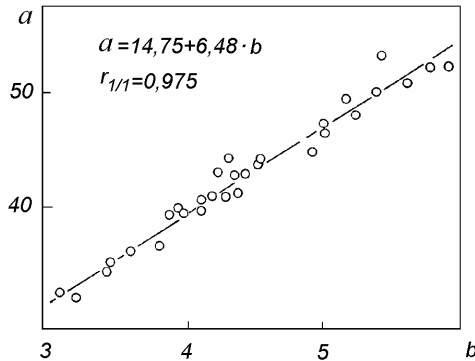


Рис. 3.6. Кореляція параметрів кривої втоми для сплавів алюмінію

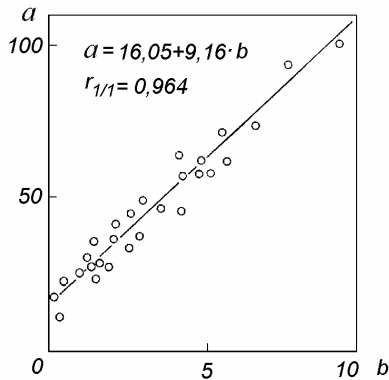


Рис. 3.7. Кореляція параметрів кривої втоми для сплавів заліза

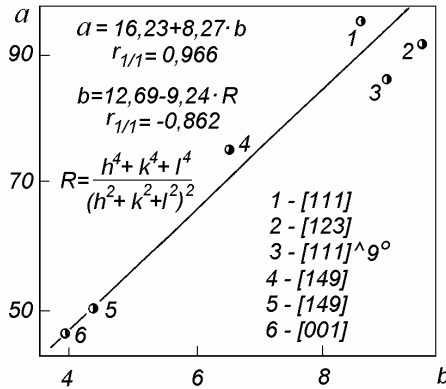


Рис. 3.8. Кореляція параметрів кривої втоми для монокристалів молібдену шести орієнтацій

Таким чином, на прикладі трьох різних представників ОЦК і ГЦК металів в умовах варіації хімічного складу сплаву (рис. 3.6), марки сталі (рис. 3.7), орієнтації монокристала (рис. 3.8) показано, що при автомобільних випробуваннях між параметрами кривої багатоциклової втоми існує тісна лінійна кореляція.

3.4. Термоактиваційний аналіз втомного руйнування для степеневого рівняння кривої вТОМИ

Як відзначалося вище, втомне руйнування при нормальних умовах (багатоциклова область, нормальні температури, відсутність агресивних середовищ) є арреніусовською реакцією в твердій фазі [5, 54] і повинно описуватися експоненційною залежністю, тобто лінеаризуватися в напівлогарифмічних координатах. При відхиленні від нормальних умов або при одночасному контролюванні процесу декількома механізмами коефіцієнт кореляції може досягати великих значень при використанні степеневого рівняння кривої втоми.

Крім того, степеневе рівняння зручно використовувати в широкому температурному діапазоні, а також при значних

деформаціях. Останні довідкові дані [74] для великої кількості кривих втоми в широких діапазонах зміни умов випробовувань використовують саме степеневе рівняння.

Для проведення термоактиваційного аналізу в цьому випадку розроблена спеціальна методика, суть якої полягає в наступному: нехай задане степеневе рівняння кривої втоми [74]:

$$m_N = \frac{\lg N_G - \lg N}{\lg s - \lg s_R}, \quad (3.15)$$

яке можна представити у вигляді:

$$s^{m_N} N = C, \quad (3.16)$$

де $C = s_R^{m_N} N_G$;

$\{s_R, N_G\}$ – координати точки перегину кривої втоми.

Для того, щоб обчислити уявну енергію активації U_0^y і активаційний об'єм g , необхідно мати координати ще однієї точки. Для цього в околі точки $\{s_R, N_G\}$ задамо приріст, наприклад, по змінній N , і визначимо приріст Δs за (3.2):

$$s_1 = s_2 \left(\frac{N_G}{N_G + DN} \right)^{1/m_N}, \quad (3.17)$$

де $N_G + DN = N_1$.

Це дозволить провести термоактиваційний аналіз, замінивши в околі точки перегину степеневу функцію еквівалентної їй в даному околі експонентою. Тоді:

$$U_0^y = kT \left(\ln \frac{N_G}{ft_0} + \frac{s_R}{s_R - s_1} \ln \frac{N_G + Dn}{N_G} \right)$$

$$g^y = kT \frac{\ln \left(1 + \frac{DN}{N_G} \right)}{s_R - s_1} \quad (3.18)$$

Як витікає з таблиці 3.4, співвідношення (3.4) дуже стійкі до зміни ΔN .

Залежність активаційних параметрів сталі 08, заданої в подвійних логарифмічних координатах від приросту ΔN ($N_G = 1,7 \times 10^6$)

ΔN , цикл	U_0^y , кДж/моль	g , кДж/(моль·МПа)
10	128,65	0,1412
100	127,60	0,1363
1000	127,59	0,1363
10000	127,59	0,1363
100000	127,52	0,1360
500000	127,18	0,1344
1000000	126,54	0,1314

Так, при зміні $\Delta N \in [100 \dots 1000]$ зміна початкової енергії активації не перевищує 0,3 %, а активаційного об'єму –1,5 %. Надалі ΔN будемо вибирати з умови:

$$\Delta N = N_G / 3. \quad (3.19)$$

Очевидно, (3.19) задає величину околу, в межах якого результати термоактиваційного аналізу для степеневого і експоненційного виду кривих втомних порівняні.

РЕЗЮМЕ РОЗДІЛУ 3

1. На основі аналізу великої кількості експериментальних даних встановлено, що до втомного можуть бути застосовані підходи термоактиваційного аналізу.

2. Енергія активації втомного руйнування істотно залежить від температури випробовувань. Встановлено, що термоактиваційний аналіз втомного руйнування необхідно виконувати з врахуванням локального збудження, що

визначається з умови $b = \frac{T_s}{T} = \frac{U_0}{U_0^y}$.

3. Експериментально встановлено, що ефективні значення енергії локального збудження рівні $[0,55...0,65] kT_s$ для сплавів алюмінію і сплавів заліза, тобто $T_n \cong [0,55...0,65] T_s$.

4. При постійній температурі випробовувань залежність енергії активації від частоти навантаження можна подати у вигляді сходинок з двома плато. Наприклад, при випробовуваннях в умовах кімнатних температур має місце співвідношення:

$$U_0 = \begin{cases} kT_s \ln \frac{1}{t_0} , & \text{для } f = 0 \\ 118 \pm 10 \text{ кДж / моль} & \text{для } f \neq 0 \end{cases}$$

практично для всіх сплавів ОЦК і ГЦК металів, що може мати важливе значення для розв'язку задач САПР.

5. На основі аналізу енергії активації втомного руйнування в автономному підпросторі параметрів передбачений теоретично і підтверджений експериментально кореляційний зв'язок між параметрами кривої втоми для сплавів ОЦК і ГЦК металів у широкому діапазоні температур. В результаті розробленої теорії автономного підпростору параметрів показано, що багатовимірний вектор стану сплаву може бути зведений до одновимірного, а значить – інваріантного.

РОЗДІЛ 4. АВТОМОДЕЛЬНИЙ ПІДПРОСТІР. ВЕКТОРИ СТАНУ СПЛАВА. ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ

4.1. Проблема ідентифікації втомних випробувань і ранжування сплавів

На даний час відсутня ідеологія ідентифікації результатів втомних випробувань. Механічні властивості сплаву визначаються багатовимірним "вектором" умов випробувань $Q\{X\}$ і стану сплава $S\{Y\}$.

$$s = s[\bar{Q}, S] \quad (4.1)$$

В просторі $Q\{X\}$ найбільше вагому роль грають такі чинники:

- X_1 – температура випробувань;
- X_2 – асиметрія;
- X_3 – частота;
- X_4 – середовище;
- X_5 – форма циклу;
- X_6 – схема навантаження ;

(4.2)

.....

Загалом, простір $Q\{X\}$ навряд чи обмежується перерахованими чинниками, і навряд чи можна визначити його розмірність. Аналогічно виглядає справа із багатовимірним вектором стану сплава $S\{Y\}$, розмір якого також не визначений. Найбільше впливові координати цього простору:

- Y_1 – хімічний склад сплаву ;
- Y_2 – термообробка;
- Y_3 – стан поверхні ;
- Y_4 – структура ;
- Y_5 – масштабний ефект ;
- Y_6 – вид зразка ;
- Y_7 – геометрія концентраторів;

(4.3)

.....

У свою чергу, координати Y_i є багатомірними векторами $Y_i\{Z_i\}$. Наприклад:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= Y_1 \{Z_{11} Z_{12} \dots Z_{1n}\} \\
 Y_2 &= Y_2 \{Z_{21} Z_{22} \dots Z_{2m}\} \\
 Y_3 &= Y_3 \{Z_{31} Z_{32} \dots Z_{3k}\}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

де $Z_{11} \dots Z_{1n}$ – вміст легуючих елементів і домішок
 $Z_{21} \dots Z_{2m}$ – параметри режимів термообробки і т.д.

Наведені міркування показують, що і вектор умов випробувань $Q(X)$, і тим більше вектор стану сплава $S(Y)$ практично не можуть бути ідентифіковані однозначно, тому що належать просторам з невизначеними розмірностями. Звідки випливає парадоксальний висновок про неспівставлення результатів випробувань, отриманих в різних лабораторіях.

При публікації даних втомних випробувань вказується безліч параметрів X_i і Y_i , проте спроба відтворення результатів в іншій лабораторії частіше всього не призводить до успіху, тому що неможливо зазначити всі параметри цих просторів. Крім того, необхідно враховувати варіації параметрів, викликані об'єктивними і суб'єктивними причинами. Наприклад, алюмінієвий сплав АВ, відповідно до ДСТУ 4784-65, може містити:

Mg – (0,45...0,90) %; Si – 0,5...1,2 %; Cu – 0,1...0,5 %.

Варіації хімічного складу в цих межах призводять до варіацій параметрів кривої втомі:

$$s = a - b \lg N \tag{4.5}$$

при зберіганні всіх інших координат просторів $\{X_i\}$ і $\{Y_j\}$, відповідно до даних [1], в межах:

$$a \in [34,5 \dots 52,4],$$

$$b \in [3,1 \dots 5,9].$$

Легко побачити, що "один і той же" сплав АВ при дотриманні всіх інших координат просторів $\{X\}$ і $\{Y\}$, може давати відхилення по довговічності на заданому рівні випробувань в 2...4 рази, а якби простір параметрів $[a; b]$ був некорельованим, то для сполучень $\{a_-; b_+\}$ та $\{a_+; b_-\}$ відхилення довговічностей на заданому рівні напруг набуло б значень порядку і більше.

Існуючі труднощі можна перебороти, скориставшись підходами теорії автомодельності [2, 3]. Як показано в розділі 3, розмір просторів $Q\{X\}$ і $S\{Y\}$ можна різко скоротити, а в деяких випадках перетворити багатомірний векторний простір (4.1) до одномірного скалярного, а отже – інваріантного. Як було показано вище, на прикладі багатоциклової втоми ОЦК і ГЦК металів, у просторі стани сплаву (4.3) вдається виділити підпростір $\{Y_1 \dots Y_n\}$, в якому вектор $S\{Y\}$ перетвориться в скаляр, що може мати вагоме значення для ідентифікації результатів випробувань втоми та її впорядкованості.

4.2. Зображуючий простір. Автомодельність у двомірному просторі

Нехай деякий фізичний процес описується в часі залежностями:

$$x_i = f_i(t, a_1, a_2, \dots, a_n). \quad (4.6)$$

Функція f_i – довільного виду, проте для заданих умов протікання процесу має один і тільки один набір постійних параметрів:

$$\overline{A_j}(a_1, a_2, \dots, a_n). \quad (4.7)$$

Якщо при зміні умов протікання процесу вид залежності не змінюється, а тільки змінюється вектор параметрів (4.7), то процеси (4.6) є фізично подібними.

Для аналізу умов протікання процесу, і особливо з метою їхньої ідентифікації, доцільно від сімейства кривих (4.6), що задають сімейство плоских кривих на площині (x, t) , перейти в зображуючий простір (4.7). Особливо це призводить до вагомого ефекту, коли криві (4.6) багаторазово перетинаються.

В зображуючому просторі (a_1, a_2, \dots, a_n) кожній такій кривій відповідає одна точка, з координатами (4.7). Особливий інтерес може представляти перехід до зображуючого простору (4.7) у випадку, коли зображені точки корельовані (або упорядковані).

Лема. Якщо сімейство кривих (4.6) піддається лінеаризації та для їх лінійних образів

$$x_i^* = f_1(t^*)$$

в зображуючому просторі

$$A_i^* = A_i^*(a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$$

можна побудувати $1, 2, \dots, n-1$ гіперплощин, які належать деякому пучку (тобто виявити $1, 2, \dots, n-1$ лінійних комбінацій між параметрами $\sum a_{1j}^*; \sum a_{2j}^*; \dots; \sum a_{nj}^*$), то процеси (4.6) $1, 2, \dots$ чи $(n-1)$ раз автономельні

Доведення. Розглянемо випадок двох параметрів. Нехай в лінійних функціях (4.8) можна записати у вигляді:

$$x_i^* = a_{0i}^* + a_{1i}^* t^* \quad (4.9)$$

і нехай між параметрами a_{0i}^* і a_{1i}^* існує лінійна кореляція, тобто на зображуючій площині точки (a_{0i}^*, a_{1i}^*) із коефіцієнтами кореляції $r > 0,5$ взаємозалежні лінійною залежністю

$$a_{0i}^* = A + B a_{1i}^*. \quad (4.10)$$

Підставимо (4.9) в (4.10), що дозволить одержати:

$$x_i^* = A + a_{1i}^* (t + B). \quad (4.11)$$

Таким чином, процеси x_i^* при різних фіксованих значеннях зовнішніх умов визначаються тільки одним параметром – a_{1i}^* , тобто є автономельними, що і потрібно було довести. Значення $r_{1/1}$ в (4.10) можна прийняти за критерій автономельності процесів x_i^* .

4.3. Автономельність втомного руйнування. Центр квазіпучка кривих втоми

Легко показати, що сімейство кривих втоми при автономельній зміні умов дає квазіпучок. Потрібно визначити центр квазіпучка прямих з множинним взаємоперетинанням.

Лема. Абсциса центру квазіпучка прямих є кутовим коефіцієнтом рівняння границі автономельності

Доведення 1. Дано: квазіпучок прямих

$$Y = a_i \pm b_i x, \quad (4.12)$$

для якого справедливе рівняння границі автотомельності

$$a_i = A_0 \pm A_1 b_i; \quad r_{1/1} > 0,5. \quad (4.13)$$

Довести, що абсциса x^* центру квазіпучка (4.12) дорівнює A_1 , тобто:

$$x^* = A_1$$

Параметри рівняння границі автотомельності даного квазіпучка можна знайти, скориставшись стандартним методом найменших квадратів:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_1^n b_i \\ \sum_1^n b_i & \sum_1^n b_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1^n a_i \\ \sum_1^n a_i b_i \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

звідки

$$A_1 = \frac{n \sum_1^n a_i b_i - \sum_1^n a_i \sum_1^n b_i}{n \sum_1^n b_i^2 - \left(\sum_1^n b_i \right)^2}. \quad (4.15)$$

Для знаходження абсциси центру квазіпучка розглянемо множину $\{U_I\}$ при фіксованих $x_i = const$. Зафіксуємо в (4.12) $X_i = F$ і складемо цільову функцію, рівну другому центральному моменту розподілу $\{U_I\}$ на даному перетині:

$$Z = S^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \frac{1}{n^2} \left[n \sum_1^n Y_i^2 - \left(\sum_1^n Y_i \right)^2 \right]. \quad (4.16)$$

Підставляючи замість Z його значення з (4.12), знаходимо:

$$Z = \frac{1}{n^2} \left[n \sum_1^n a_i^2 - 2F n \sum_1^n a_i b_i + n F^2 \sum_1^n b_i^2 + \left(\sum_1^n a_i \right)^2 - 2F \sum_1^n a_i \sum_1^n b_i + F^2 \left(\sum_1^n b_i \right)^2 \right] \quad (4.17)$$

З умови $dz/dF = 0$ маємо:

$$\frac{dZ}{dF} = F \left[n \sum_1^n b_i^2 - \left(\sum_1^n b_i \right)^2 \right] - \left[n \sum_1^n a_i b_i - \sum_1^n a_i \sum_1^n b_i \right] = 0.$$

Звідки

$$F_* = x_* = \frac{n \sum_1^n a_i b_i - \sum_1^n a_i \sum_1^n b_i}{n \sum_1^n b_i^2 - \left(\sum_1^n b_i \right)^2} = A_1, \quad (4.18)$$

що і було потрібно довести.

Для знаходження ординати квазіпучка (4.12) використаємо інверсію:

$$x = a_{1i} - b_{1i} Y, \quad (4.19)$$

де

$$a_{1i} = \frac{a_i}{b_i}; \quad b_{1i} = b_i^{-1}.$$

Тоді аналогічно (4.18),

$$Y_* = \frac{n \sum_1^n a_{1i} b_{1i} - \sum_1^n a_{1i} \sum_1^n b_{1i}}{n \sum_1^n b_{1i}^2 - \left(\sum_1^n b_{1i} \right)^2}. \quad (4.20)$$

Або, повертаючись до вихідних параметрів $\{a_i, b_i\}$, знаходимо

$$Y_* = \frac{n \sum_1^n \frac{a_i}{b_i^2} - \sum_1^n \frac{a_i}{b_i} \sum_1^n b_i^{-1}}{n \sum_1^n b_i^{-2} - \left(\sum_1^n b_i^{-1} \right)^2}. \quad (4.21)$$

Легко побачити, що для сімейства паралельних прямих (4.20) і (4.21) перетворюються у невизначеність 0/0.

Доведення 2. Рівняння ідеального пучка прямих (рис. 4.1, а)

$$Y - Y_* = -k(x - x_*), \quad (4.22)$$

де $\{x_*, Y_*\}$ – центр пучка.

Перетворимо (4.22) до канонічного вигляду (4.12):

$$Y = Y_* + x_*k_i - k_ix = a_i - b_ix, \quad (4.23)$$

де

$$a_i = Y_* + x_*k_i; b_i = k_i, \quad (4.24)$$

Тоді рівняння границі автономності (рис.4.1, б)

$$a_i = Y_* + x_*b_i. \quad (4.25)$$

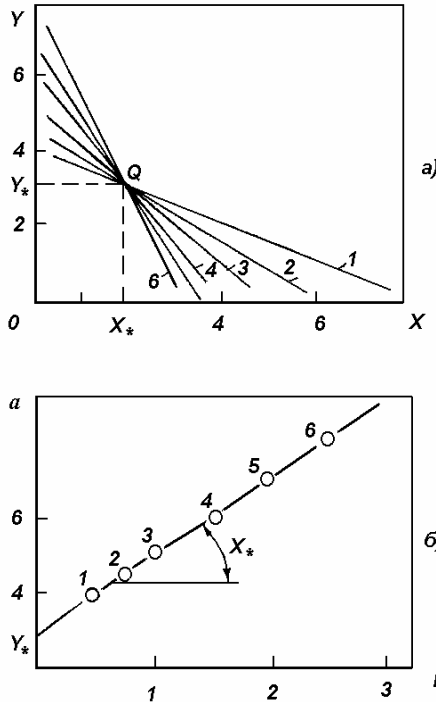


Рис. 4.1. Автономельні процеси в просторі оригіналів (а) та в зображуючому просторі (б)

Звідки випливає, що для квазіпучка (рис. 4.2)

$$Y_* = A_0 = \frac{\sum_1^n a_i \sum_1^n b^2_i - \sum_1^n a_i b_i \sum_1^n b_i}{n \sum_1^n b^2_i - (\sum_1^n b_i)^2}, \quad (4.26)$$

$$x_* = A_1 = \frac{n \sum_1^n a_i b_i - \sum_1^n a_i \sum_1^n b_i}{n \sum_1^n b^2_i - (\sum_1^n b_i)^2},$$

що і потрібно було довести.

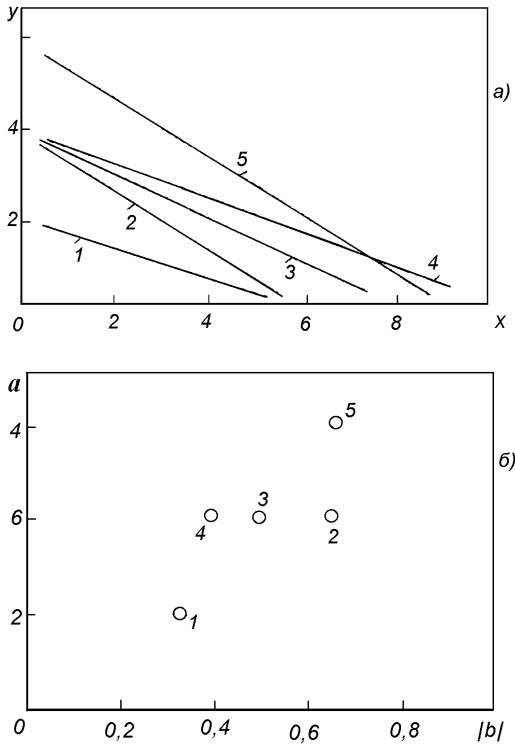


Рис. 4.2. Квазіавтомодельні процеси в просторі оригіналів (а) та в зображувачому просторі (б)

4.4 Загальний випадок автомодельності сімейства прямих

Практичний інтерес мають випадки, коли параметри сімейства автомодельних прямих

$$Y = a_i + b_i x \quad (4.27)$$

мають нелінійний довільний зв'язок.

Нехай

$$a_i = f(b_i). \quad (4.28)$$

Що дає в цьому випадку сімейство прямих (4.27) на площині оригіналів? У випадку лінійної залежності границі автомодельності сімейство (4.27), як було показано вище, має загальну точку. У випадку нелінійної залежності границі автомодельності повинна існувати загальна огинаюча L , стосовно якої усі прямі сімейства (4.27) є дотичними.

З рис. 4.3 видно, що загальна огинаюча L може бути знайдена, як межа перетину (точки В, С,...) сусідніх прямих при нескінченно малій зміні параметра b_i :

$$\begin{aligned} Y_I &= f(b_i) + b_i x, \\ Y_{II} &= f(b_i + Db_i) + (b_i + Db_i)x. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Розв'язуючи систему (4.29), знаходимо:

$$x_b = \frac{f(b_i + Db_i) - f(b_i)}{-Db_i}. \quad (4.30)$$

Або, переходячи до границі, знаходимо:

$$\lim_{\Delta b \rightarrow 0} x_b = x_l = -f'(b_i) \quad (4.31)$$

Повертаючись до (4.29), знаходимо:

$$Y_L = f(b_i) - b_i f'(b_i). \quad (4.32)$$

Звідки рівняння загальної огинаючої можна записати в параметричному вигляді:

$$\begin{aligned} x_L &= -f'(b_i), \\ Y_L &= f(b_i) - b_i f'(b_i). \end{aligned} \quad (4.33)$$

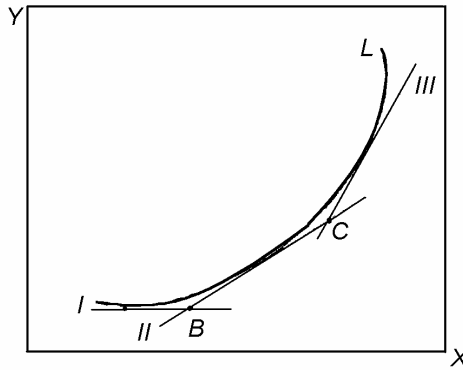


Рис. 4.3. Нелінійно-автомодельні процеси I-III та їх загальна дотична L

Розглянемо два випадки:

- а) відомо рівняння автомодельності (4.28). Тоді загальна огинаюча легко знаходиться за допомогою (4.33);
- б) відомо загальне рівняння огинаючої

$$Y_L = R(x_L) \quad (4.34)$$

і потрібно визначити рівняння границі автомодельності (4.28).

Першу задачу будемо називати прямою, другу – оберненою. Розв'язок прямої задачі не має труднощів, тоді як розв'язок оберненої – знаходження рівняння автомодельності (4.28) по відомій огинаючій – має певні складності.

У загальному вигляді розв'язок оберненої задачі зводиться до розв'язку диференційного рівняння типу:

$$f(b_i) - b_i f'(b_i) = R \cdot [-f'(b_i)]. \quad (4.35)$$

Легко бачити, що (4.35) є відомим рівнянням Клеро, розв'язаним у квадратурах практично при будь-якому вигляді правої частини.

4.4.1. Еліптичне рівняння границі автотомодельності

Нехай рівняння границі автотомодельності (4.28) є еліпсом:

$$\frac{a_i^2}{m^2} + \frac{b_i^2}{n^2} = 1. \quad (4.36)$$

Визначимо, як у цьому випадку буде розташоване сімейство прямих (4.27). Відповідно до (4.33), рівняння огинаючої у параметричному вигляді буде

$$x_L = -\frac{m}{n} \frac{b_i}{\sqrt{n^2 - b_i^2}}. \quad (4.37)$$

Легко бачити, що в (4.37) можна позбутися параметра b_i :

$$\frac{Y_L^2}{m^2} - \frac{n^2 x_L^2}{m^2} = 1. \quad (4.38)$$

Таким чином, прямі (4.27) у випадку еліптичної автотомодельності (4.38) будуть мати загальну огинаючу – гіперболу (4.38). За приклад еліптичної автотомодельності можна назвати:

- температурні залежності механічних характеристик [4–6] “ $\ln S - \frac{1}{T}$ ”;
- температурні залежності швидкості спин-гратчатої релаксації [7];
- температурні залежності швидкості хімічних реакцій [8];
- температурні залежності електропровідності й електричного опору [9] та ін.

Всі перераховані залежності описуються ламаною кривою в координатах "логарифм властивості – обернена температура" в широкому діапазоні температур, що є підтвердженням арреніусовської природи цих процесів. Отже, ці процеси в широкому діапазоні температур є автотомодельними й автотомодельність даних процесів є еліптичною.

4.5. Інші види автомодельності сімейства прямих

В таблиці 4.1 наведено узагальнення для різноманітних рівнянь границі автомодельності звідки випливає, що для різноманітних рівнянь автомодельності (4.28) сімейство прямих (4.27) має загальну огинаючу і приведені рівняння цих огинаючих. З таблиці 4.1 випливає, що еліпс на зображуючій площині відповідає огинаючій виду гіперболи на площині оригіналів і навпаки.

Парабола на зображуючій площині відповідає параболічній огинаючій на площині оригіналів. Ці три випадки, а також випадок квазіпучка, можна вважати найпростішими.

Експонента і логарифмічна функція на зображуючій площині дають суперпозицію логарифмічної функції відповідно до лінійної функції для огинаючої на площині оригіналів.

Інші випадки автомодельності є більш громіздкими як на площині оригіналів, так і на зображеній площині.

4.6. Автомодельність сімейства парабол

Нехай є сімейство квадратичних парабол :

$$Y = t_i x^2 + f(t) + j(t). \quad (4.39)$$

Рівняння спільної огинаючої сімейства парабол можна знайти за аналогією з попереднім випадком:

$$\begin{aligned} Y_I &= t_i x^2 + f(t)x + j(t_i), \\ Y_{II} &= (t_i + Dt)x^2 + f(t_i + Dt)x + j(t_i + Dt). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Звідки:

$$\begin{aligned} x_L &= \frac{1}{2}(-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4j'}), \\ Y_L &= \frac{t}{2}(-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4j'})^2 + \frac{f}{2}(-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4j'}) + j. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Таким чином, якщо відомі рівняння автомодельності на зображуючій площині $f(t_i)$ і $j(t_i)$, то легко знаходиться спільна огинаюча на площині оригіналів.

Розв'язок оберненої задачі: відомо $f(t_i)$ і $j(t_i)$. Знайти $Y_L = R(x)$ і $j = F(f(t))$. Задача зводиться до розв'язку нелінійного диференційного рівняння I-го порядку виду:

$$\begin{aligned} \frac{t}{2} \left[-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4F'F'} \right]^2 + \frac{f}{2} \left[-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4F'F'} \right] + F(f(t)) = \\ = \frac{R}{2} (-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4F'F'}). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Рівняння (4.42) зводиться до розв'язку Клеро в таких випадках:

1. $j(t)$ або $f(t)$ рівні нулю;
2. $j(t)$ або $f(t)$ рівні постійній;
3. $j(t) = f(t)$.

В інших випадках пряма задача вирішується за допомогою співвідношень (4.41), а обернена – розв'язком диференційного рівняння типу (4.42).

Особливий інтерес має випадок, коли $j(t) = f(t)$, тобто F є оператором диференціювання. Тоді:

$$\begin{aligned} x_L = \frac{1}{2} (-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4f''}), \\ Y_L = \frac{t}{4} (-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4f''})^2 + \frac{f}{2} (-f' \pm \sqrt{f'^2 - 4f''}) + f'. \end{aligned} \quad (4.43)$$

У цьому випадку розв'язок нелінійного диференційного рівняння 2-го порядку у ряді випадків (коли $f(t)$ – еліптичного, гіперболічного або параболічного типів) може бути зведено до нелінійного диференційного рівняння 1-го порядку типу рівняння Клеро.

Таблиця 4.1

Прості випадки автомодельності двопараметричних функцій

№ з/п	Рівняння границі автомодельності на площині зображень $a_i = f(b_i)$	Рівняння огинаючої $Y_L = R(X_L)$	Права частина рівняння Клеро $f[-f'(b_i)]$
1	2	3	4
1.	$a_i = A + B \cdot b_i; r_{1/1} = 1$	Ідеальний пучок прямих з центром в точці (В; А)	–
2.	$a_i = A + B \cdot b_i;$ $0,5 < r_{1/1} < 1$	Квазіпучок з “центром” в точці (В; А), де: $A = \frac{\sum a_i \sum b_i^2 - \sum a_i b_i \sum b_i}{n \sum b_i^2 - (\sum b_i)^2}$ $B = \frac{n \sum a_i b_i - \sum a_i \sum b_i}{n \sum b_i^2 - (\sum b_i)^2}$	–

Закінчення таблиці 4.1

1	2	3	4
3.	$\frac{a_i^2}{m^2} + \frac{b_i^2}{n^2} = 1$	$\frac{Y_L^2}{m^2} - \frac{X_L^2}{(m/n)^2} = 1$	$\frac{m}{n} \left[n^2 - (f')^2 \right]^{0,5}$
4.	$\frac{a_i^2}{m^2} - \frac{b_i^2}{n^2} = 1$	$\frac{Y_L^2}{m^2} + \frac{X_L^2}{(n/m)^2} = 1$	$\frac{m}{n} \left[n^2 + (f')^2 \right]^{0,5}$
5.	$a_i = a \cdot b_i^2$	$Y_L = -X_L^2 / 4a$	$a \cdot (-f')^2$
6.	$a_i = a \cdot b_i^m$	$Y_L = \frac{m-1}{(-a \cdot m^m)^1} \cdot X_L^{\frac{m}{m-1}}$	$a \cdot (-f')^m$
7.	$a_i = \exp(a \cdot b_i)$	$Y_L = (-X_L) [1 - \ln(-X_L)]$	$\exp \cdot (-a f')$
8.	$a_i = Ab_i^2 + Bb_i + C$	$Y_L = -\frac{1}{4A} (X_L^2 + 2BX_L + B^2 - 4AC)$	$A \cdot (-f')^2 + B \cdot (-f') + C$
9.	$a_i = -(1 + \ln b_i)$	$Y_L = \ln X_i$	$-[1 + \ln(-f')]$
10.	$a_i = b_i(1 - \ln b_i)$	$Y_L = \exp X_L$	$-f' [1 - \ln(-f')]$

4.7. Статистична задача нелінійної автомодельності

Наведений вище аналіз різноманітних типів рівняння границі автомодельності, крім лінійного, наводиться з позиції точних рішень. У той же час, рівняння границі автомодельності для реальних матеріалів можна одержати тільки з обробки експериментальних даних, що неминуче пов'язане з розсіюванням і необхідністю розв'язку задачі в статистичному аспекті з врахуванням розсіювання експериментальних даних, наприклад, у випадку еліптичної автомодельності (центральний еліпс) маємо:

$$\frac{\frac{a_i^2}{\sum_1^n a_i^2 \sum_1^n b_i^4 - \sum_1^n a_i^2 b_i^2 \sum_1^n b_i^2}}{n \sum_1^n b_i^4 - \left(\sum_1^n b_i^2 \right)^2} + \frac{\frac{b_i^2}{\sum_1^n a_i^2 \sum_1^n b_i^4 - \sum_1^n a_i^2 b_i^2 \sum_1^n b_i^2}}{n \sum_1^n a_i^2 b_i^2 - \sum_1^n a_i^2 \sum_1^n b_i^2} = 1 \quad (4.44)$$

і рівняння огинаючої на площині оригіналів:

$$\frac{\frac{Y_L^2}{\sum_1^n a_i^2 \sum_1^n b_i^4 - \sum_1^n a_i^2 b_i^2 \sum_1^n b_i^2}}{n \sum_1^n b_i^4 - \left(\sum_1^n b_i^2 \right)^2} - \frac{\frac{x_L^2}{n \sum_1^n a_i^2 b_i^2 - \sum_1^n a_i^2 \sum_1^n b_i^2}}{n \sum_1^n b_i^4 - \left(\sum_1^n b_i^2 \right)^2} = 1, \quad (4.45)$$

де $\{a_i b_i\}$ – параметри автомодельних прямих на площині оригіналів. На прикладі еліптичної автомодельності легко бачити, що розв'язок задачі в статистичному аспекті не викликає принципових труднощів і може бути отриманий для будь-якого типу рівнянь автомодельності

4.8. Автомоделність сімейства довільних функцій з одним параметром

Розглянемо сімейство довільних плоских прямих:

$$Y = t_i j(x) + f(t_i). \quad (4.46)$$

Рівняння загальної огинаючої можна знайти аналогічно попереднім випадкам, задаючи приріст параметру і переходячи до границі. Тоді:

$$\begin{aligned} X_L &= j^{-1}[-f'(t)], \\ Y_L &= f(t) - tf'(t). \end{aligned} \quad (4.47)$$

Розв'язок оберненої задачі, як і в більшості попередніх випадків, зводиться до рівняння Клеро:

$$f(t) - tf'(t) = R[j^{-1}(-f'(t))]. \quad (4.48)$$

Наприклад, сімейство, має вигляд:

$$Y = t_i \exp x + c \exp t_i \quad (4.49)$$

має загальну огинаючу - пряму, рівняння якої:

$$Y_L = C(\ln C - 1) - CX_L, \quad (4.50)$$

а сімейство плоских кривих

$$Y = t_i \exp x + C \ln t_i \quad (4.51)$$

має рівняння загальної огинаючої:

$$Y_L = (1 - X_L^{1/c}) \exp X_L. \quad (4.52)$$

4.9. Обернена задача кореляційного аналізу для деяких співвідношень механіки руйнування

В останні роки в роботах вітчизняних і закордонних авторів відзначається, що в рівнянні Періса:

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta k)^m \quad (4.53)$$

між параметрами $\lg C$ і m існує кореляція, близька до лінійної із достатньо високим коефіцієнтом кореляції ($r > = 0,95$). На

основі узагальнення численних експериментальних даних до такого висновку прийшли Л.Тот і П.Ромвари [10], С.Я. Ярема [11, 12], В.Т. Трощенко і Л.А. Сосновський [13] та інші.

На основі аналізу стійкості енергії активації аналогічна кореляція була передбачена нами і підтверджена експериментально для параметрів кривої втоми експоненційного виду [14, 15].

В даній роботі наведена спроба розв'язку оберненої задачі кореляційного аналізу для визначальних рівнянь механіки руйнування – рівняння Періса і степеневого рівняння кривої втоми:

$$s^m N = C \quad (4.54)$$

Представивши (4.53) у вигляді:

$$(Dk)^{-m} v = C, \quad (4.55)$$

переконуємося, що (4.54) і (4.55) за структурою ідентичні, так що усі викладки достатньо провести для одного з рівнянь, наприклад (4.54), а наслідки поширити і на (4.55).

З (4.54) випливає, що:

$$C = s_1^m N_1, \quad (4.56)$$

де $\{s_1, N_1\}$ – деяка фіксована точка кривої втоми. Нехай, наприклад, $s_1 = 10^6 = \text{const}$. З (4.56) випливає, що між C і m повинна існувати кореляція, тіснота якої визначається розмірами і потужністю множин:

$$s_1 \in [s_1^- \dots s_1^+]; \quad m \in [m^- \dots m^+], \quad (4.57)$$

де "+" відповідає максимальному, а "-" – мінімальному значенню параметра.

Лема. Лінійна кореляція між параметрами $\lg C$ і m в (4.56) існує тоді і тільки тоді, коли відсутня лінійна кореляція між параметрами m і s_1 ($r_{m/s_1} < 0,5$).

Доведення. Припустимо, що існує кореляційний зв'язок $s_1 = A \pm Bm$ та $r > 0,5$.

Тоді:

$$\lg C = \lg N_1 + m \lg[A \pm Bm] \quad (4.58)$$

Із (4.58) випливає, що якщо $j(m)^1 \text{const}$ і $r_{m/sl} > 0,5$, то кореляція буде відхилятися від лінійної. Отже, щоб між $\lg C$ і m спостерігалася лінійна кореляція, необхідно, щоб $r_{m/sl} < 0,5$. Умова достатності залежить від кількісних оцінок (4.59) та в загальному вигляді не доведена.

Ставилася задача оцінити значення коефіцієнта кореляції $r_{m/\lg c}$ як функції розмірів і потужності кореляційного поля. Якщо відома потужність кореляційного поля n , то [16]:

$$r_{x/Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad (4.59)$$

де $x_i = m_i$; $Y_i = \lg 10^6 + m_i \lg S_{Li}$; $S_{Li} = S_{Ri}(N_{Gi}/10^6)^{1/m_i}$
 $\{S_{Ri}; N_{Gi}\}$ – точка згину кривої втоми [13].

Для кількісних оцінок (4.59), кореляційне поле необхідно впорядкувати. Найбільш простою є декартова впорядкованість (рис. 4.4, б). Відносні розміри та потужність ($n = k \times l$) кореляційного поля залишилися старими, проте хаотично розташовані точки зміщені у вузли прямокутної сітки, в результаті чого випадковий рівномірний розподіл перетвориться в ідеальний рівномірний розподіл. Як буде показано далі, таке спотворення реальної картини погіршує $r_{m/\lg c}$, а отже, дозволяє одержати нижнє значення коефіцієнта кореляції, що має значний практичний інтерес.

Поставимо у відповідність кожній кривій втоми точку, координати якої рівні параметрам даної кривої $\lg C_i, m_i$.

Компоненти (4.59) можна виразити через координати впорядкованої кореляційної множини зображень на рис. 4.4, б. Легко бачити, що (4.59) є інваріантним щодо зсуву початку координат. Тоді:

$$\begin{aligned} \sum_1^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y}) &= \left\{ \left(\lg S_1 + \frac{2D \lg S_1}{l-1} \right) + \left(\lg S_1 - \frac{2D \lg S_1}{l-1} \right) + \dots + \lg S_1 \right\} \times \\ &\times \left\{ (\bar{m} - \bar{m})\bar{m} + \left(\bar{m} + \frac{2Dm}{k-1} - \bar{m} \right) \left(\bar{m} + \frac{2Dm}{k-1} \right) + \dots + (\bar{m} + Dm - \bar{m})(\bar{m} + Dm) + \right. \\ &\left. + (\bar{m} - Dm - \bar{m})(\bar{m} - Dm) \right\} = (Dm)^2 (\lg S_1)^{\frac{klk+1}{3k-1}} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Аналогічно

$$\begin{aligned} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 &= (Dm)^2 \frac{klk+1}{3k-1}; \\ \sum_1^n (Y_i - \bar{Y})^2 &= (D \lg S_1)^2 \frac{kl}{3} \frac{l+1}{l-1} \left[m^{-2} + \frac{(Dm)^2}{3} \frac{k+1}{k-1} \right], \end{aligned} \quad (4.61)$$

де символ " Δ " означає напівширину кореляційного поля у відповідному напрямку. Введемо заміну:

$$b = \frac{D \lg S_1}{\lg S_1}; \quad g = \frac{Dm}{m}. \quad (4.62)$$

Після підстановки (4.60)–(4.62) вираз (4.59) приймає вигляд:

$$r_{m/\lg c} = \left(1 + \left(\frac{1}{g^2} + \frac{1}{3} \frac{k+1}{k-1} \right) \frac{l+1}{l-1} \frac{k-1}{k+1} b^2 \right)^{-0.5}. \quad (4.63)$$

(4.63) дозволяє оцінити значення коефіцієнта кореляції між параметрами m і $\lg C$ рівняння кривої в томи (4.54) за розмірами кореляційного поля (4.57) і його потужності n . Особливий інтерес має випадок, коли поле впорядковано декартовою множиною з рівним числом рядків і стовпчиків:

$$k = l = \sqrt{n}.$$

Тоді:

$$r_{m/\lg C} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{g^2} + \frac{1}{3} \frac{k+1}{k-1} \right) b^2}}. \quad (4.64)$$

Причому відносні розміри кореляційного поля можна виразити через його граничні значення:

$$b = \frac{\lg s_1^+ - \lg s_1^-}{\lg s_1^+ + \lg s_1^-} ; \quad g = \frac{m^+ - m^-}{m^+ + m^-}. \quad (4.65)$$

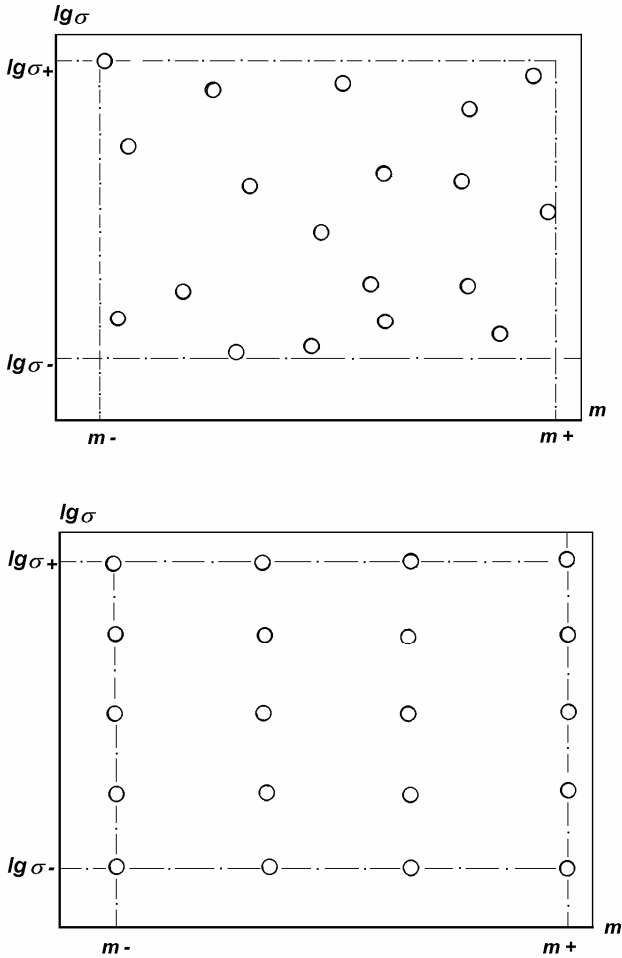


Рис. 4.4. Перетворення початкових умов до декартової множини

Очевидно, точки (рис. 4.5, б) є зображеннями множини кривих втоми (рис. 4.5, а) в просторі параметрів $\{\lg C; m\}$.

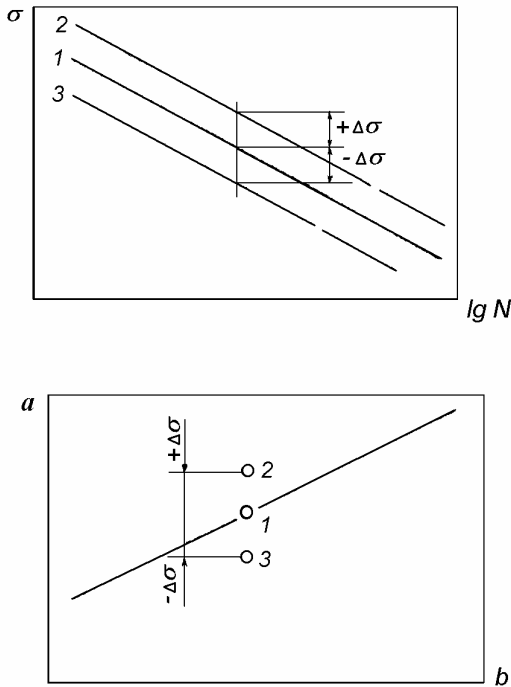


Рис. 4.5. До оцінки похибки в зображуючому просторі кривих втоми

На рис. 4.6 наведені значення $rm/\lg c$, як функції відносних розмірів кореляційного поля і його заповнення. Як впливає з рис. 4.6, при мінімальному ($n = 4$) і максимальному ($n = \infty$) заповненні кореляційного поля значення $rm/\lg c$ відрізняється не більше, ніж на (2...6) %. Отже, заповнення кореляційного поля слабо впливає на значення коефіцієнта кореляції. Розглянемо конкретні приклади.

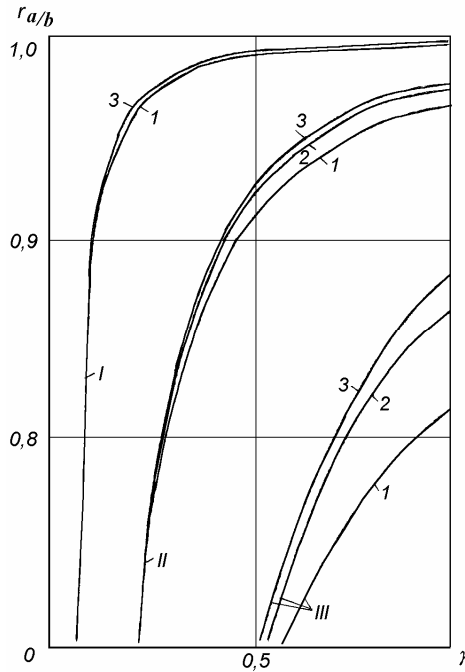


Рис. 4.6. Коефіцієнт кореляції степеневого рівняння кривої втоми як функція параметрів кореляційного поля:

$$I - b = 0,05 \quad 1 - n = 4$$

$$II - b = 0,2 \quad 2 - n = \infty$$

$$III - b = 0,5 \quad 3 - n = \infty \text{ (норм. розподіл),}$$

де n – число точок на кореляційному полі

Приклад 1. Для більшості сталей [13] при нормальних умовах випробувань (кімнатні температури, відсутність агресивних середовищ) межа витривалості на базі 10^6 циклів потрапляє в діапазон (100... 1000) МПа. При цьому $m \in (2...20)$. Це дає:

$$b = \frac{3-2}{3+2} = 0.2; \quad g = \frac{20-2}{20+2} = 0.818.$$

При $n = 100$ значення коефіцієнта кореляції між параметрами ступеневого рівняння кривої втоми буде дорівнювати: $r_{m/\lg c} = 0,964$. Тобто реальне кореляційне поле відрізняється від ідеального в бік більшої щільності в центрі поля, тоді можна підтверджувати, що для сталей при нормальних умовах випробувань між параметрами рівняння кривої втоми повинен існувати кореляційний зв'язок із коефіцієнтом кореляції $r_{m/\lg c} > 0,964$.

Приклад 2. Для сталі 35 [13] маємо: $m \in [3,6..15,4]$;
 $s_l \in [170...320]$ Мпа;
 $n = 27$.

Тоді очікуване значення коефіцієнта кореляції $r_{m/\lg c} > 0,995$. Кореляційне поле для даної сталі подане на рис. 4.7. Рівняння регресії між параметрами m і s_l (пунктирна лінія) має вид:

$$s_l = 220,399 + 2,159m; \quad r_{m/\lg c} = 0,2182,$$

тобто умова леми виконується.

На рис. 4.7, б наведено графік залежності $\lg C = f(m)$, для якого:

$$\lg C = 5,839 + 2,399m; \quad r_{m/\lg c} > 0,997.$$

Приклад 3. На прикладі 90 сталей у [11, 12] показано, що на середній ділянці діаграми Періса при $\frac{dI}{dN} = 10^{-7}$ м/цикл

$$k_* \in [11.6...41.2] \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}; \quad m \in [11.7...6.6]; \quad n = 90.$$

Тоді:

$$b = 0.205; \quad g = 0.590.$$

Це дозволяє одержати:

$$r_{m/\lg c} \geq 0,937.$$

За результатами кореляційного аналізу [11, 12] отримане значення коефіцієнта кореляції між параметрами рівняння Періса $r_{m/\lg c} = 0,962$. Як очевидно з наведених прикладів, дійсні значення коефіцієнта кореляції перевищують передбачені залежністю (4.64). Недолік запропонованої методики – залежність параметра $r_{m/\lg c}$ в (4.62) і (4.65) (а, отже, і коефіцієнта кореляції) від розмірності, що, очевидно, відбиває емпіричний характер (4.53) і (4.54).

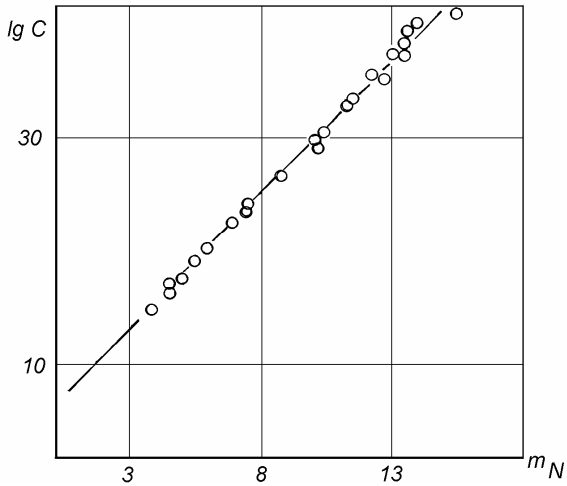
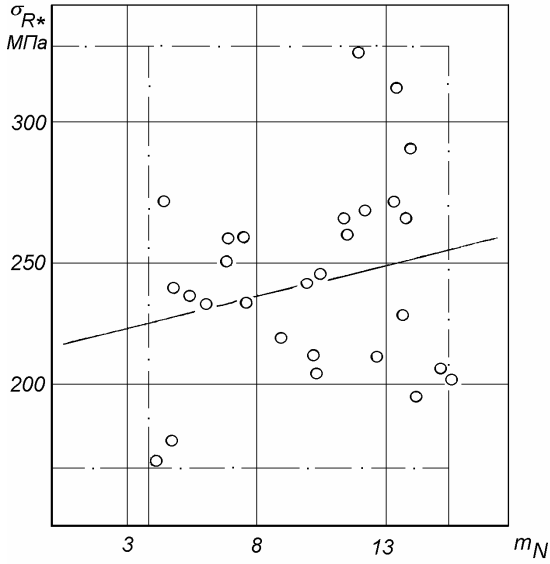


Рис. 4.7. Априорна оцінка коефіцієнта кореляції між параметрами кривої втоми для сталі 40 (за даними В.Т. Троценко, [13])

РЕЗЮМЕ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Показано, що задача ідентифікації і ранжування сплавів може бути вирішена коректно тільки в автотельних підпросторах векторів стану сплаву й умов випробувань. При цьому багатомірний векторний простір параметрів може бути зведений до одномірного скалярного (а значить – інваріантного) простору. На прикладі кривих втоми показано, що на зображуючій площині параметри рівняння кривої втоми для сплаву на даній основі повинні лінійно корелювати.

2. Отримано узагальнення в детермінованій і статистичній постановці для ряду випадків нелінійної (еліптичної, гіперболічної та ін.) автотельності

3. На основі розв'язку оберненої задачі кореляційного аналізу отримані аналітичні співвідношення, що дозволяють апіорі оцінити нижнє значення коефіцієнта кореляції автотельних співвідношень втоми, рівняння Періса та їхніх аналогів. Показано, що заповнення кореляційного поля слабо впливає на значення коефіцієнта кореляції

4. На основі аналізу експериментальних даних показано, що для більшості сталей при нормальних умовах випробувань між параметрами степеневого рівняння кривої втоми повинен існувати кореляційний зв'язок із коефіцієнтом кореляції не гірше 0,96, що є експериментальним підтвердженням існування автотельного підпростору в просторах векторів $Q\{X\}$ і $S\{Y\}$.

РОЗДІЛ 5. ТЕРМОАКТИВАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ В УМОВАХ НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

В провідних лабораторіях світу накопичено гігантський експериментальний матеріал при різноманітних умовах впливу температури, часу і навантаження на механічні властивості конструкційних матеріалів.

Проте результати цих експериментальних даних найчастіше отримані в неінваріантних умовах і не тільки не підтверджують, але іноді навіть суперечать один одному.

Ставилася задача на основі уявлень термоактиваційного аналізу для нестационарних процесів і уявлень синергетики множину експериментальних констант для різноманітних умов випробовувань об'єднати в універсальну множину з мінімальним числом інваріантних констант і на їхній основі розробити методику прогнозування гарантованого ресурсу конструкцій, що обертаються, в умовах високих температур (диски ГТД сучасної авіаційної і ракетно-космічної техніки, ротори НМЕ й електричних машин великої потужності, ротори відцентрових насосів та ін.). Поставлена задача розв'язувалася чисельно-аналітичними методами з наближеннями, ступінь яких коректувалася експериментальними даними.

5.1. Термоактиваційний аналіз при нестационарному навантаженні. Загальна постановка

Як відзначалося вище, при стаціонарних умовах:

$$T = \text{const}; S = \text{const} \quad (5.2)$$

при одноосьовому навантаженні для великого числа твердих тіл (метали, сплави, полімери, композити і т.д.) час до руйнування описується експонентою С.Н. Журкова [1–3].

В умовах стандартних випробовувань, особливо при значних пластичних деформаціях ($d > 10\%$), коли зовнішнє навантаження залишається постійним, питомі напруження змінюються:

$$S \neq \text{const}. \quad (5.3)$$

Це відбувається, насамперед, через зменшення площі перетину зразка, що призводить до істотного відхилення від (5.2), і фактично застосовується рівняння Журкова для нестационарного процесу.

Покажемо, що термоактиваційні уявлення можна застосувати для процесів, коли (5.1) не виконується:

а) тривала міцність при постійному зовнішньому навантаженні і $d > 10\%$; $T = \text{const}$ ($S = f(t)$);

б) рівномірне навантаження малопластичних матеріалів ($T = \text{const}$) ($S = f(t)$);

в) тривала міцність при нестационарній температурі ($T \neq \text{const}$; $\{S\} = \text{const}$).

Очевидно, в даному випадку рівняння Журкова для нестационарного процесу повинно прийняти вигляд [4]:

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_e}{kT_e}, \quad (5.3)$$

де, S_e , T_e – еквівалентні значення напруг і температури, приведені до деякого стаціонарного процесу (5.2) рівної довговічності.

Як буде показано нижче, в більшості випадків задача про S_e може бути зведена до знаходження експоненційних сум і інтегралів, зручних для чисельного аналізу, а в деяких випадках навіть розв'язаних у квадратурах.

5.2. Термоактиваційний аналіз в умовах рівномірного навантаження малопластичних матеріалів

Нехай малопластичне тіло піддається рівномірному навантаженню ($\dot{\epsilon} = \text{const}$) і деформується пружно аж до руйнування (рис. 5.1). Визначимо еквівалентне напруження S_e , як функцію $\{S_p, d, g, T\}$. Тоді:

$$t_p = \frac{S_p}{S}; \quad Dt = \frac{t_p}{n} = \frac{S_p}{S \cdot n}; \quad (5.5)$$

$$\sum_1^n \frac{Dt_i}{t_i} = 1, \quad (5.6)$$

де

$$t_1 = t_0 \exp \frac{U_0 - gsDt}{kT}; t_2 = \exp \frac{U_0 - 2gsDt}{kT}; \mathbf{L}; \quad (5.7)$$

$$t_n = t_0 \exp \frac{U_0 - ngsDt}{kT}.$$

З іншого боку,

$$t_p = t_0 \exp \frac{U_0 - gs_e}{kT}. \quad (5.8)$$

Спільне рішення (5.5)–(5.8) дає

$$n \exp \left(-\frac{gs_p}{kT} \right) \left(\frac{1 - \exp \frac{gs_p}{nkT}}{1 - \exp \frac{gs_p}{kT}} \right) = \exp \left(-\frac{gs_e}{kT} \right). \quad (5.9)$$

Введемо заміну:

$$\frac{gs_p}{kT} = b; \quad s_e = rs_p, \quad (5.10)$$

де b – безрозмірний параметр, та розкладемо $\exp \left(-\frac{b}{n} \right)$ в ряд з утриманням лінійного члена.

Тоді:

$$\frac{b}{\exp b - 1} \cong \exp(-rb). \quad (5.11)$$

Звідси нормуючий множник r дорівнює:

$$r \cong 1 - b^{-1} \ln b. \quad (5.12)$$

Звичайно область значень $b \in [10...80]$.

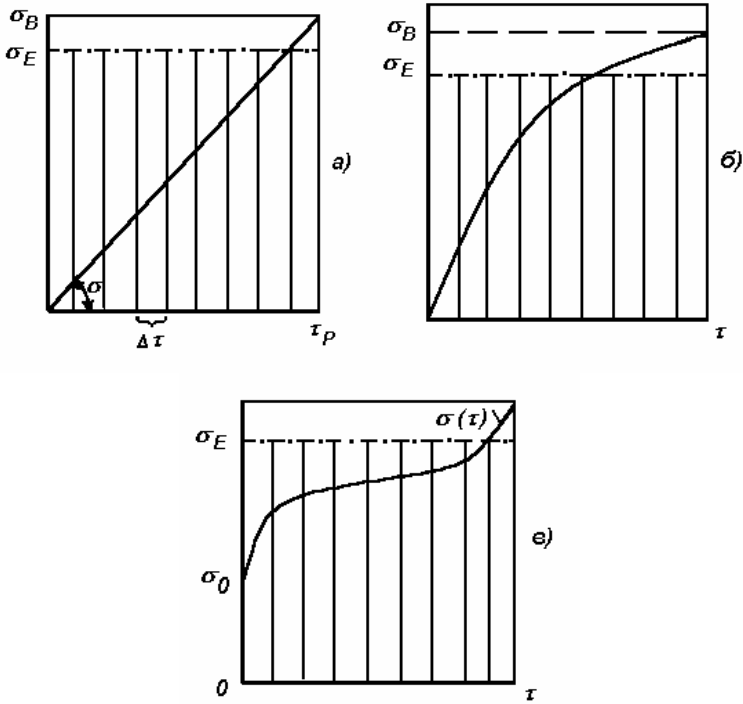


Рис. 5.1. Приведення до еквівалентного стаціонарного процесу при лінійній (а), параболічній (б) нестаціонарності та при повзучості (в)

Таким чином, при рівномірному навантаженні твердого тіла рівняння Журкова має вигляд:

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - g s_p r}{kT}, \quad (5.13)$$

де нормуючий множник r визначається з умови (5.12). Слід зазначити, що при обробці експериментальних даних короточасної міцності малопластичних матеріалів за методикою, що пропонується, приходиться мати справу з рекурентними співвідношеннями (5.12)–(5.13). Розроблено програму розрахунку активаційного об'єму методом

послідовних наближень. Як правило, після 2–3 ітерацій похибка $\Delta g \leq 1\%$, що є достатнім для інженерних розрахунків.

Спільне рішення (5.5) і (5.13) дозволяє отримати розв'язки в окремих випадках:

$$\frac{s_p}{s} = t_0 \exp \frac{U_0 - g s_e}{kT}. \quad (5.14)$$

Звідки:

$$s = \frac{kT}{t_0 g} \exp \left(-\frac{U_0}{kT} \right) \left[\exp \frac{s_p g}{kT} - 1 \right]. \quad (5.15)$$

Для $b > 5$ із точністю, не гірше 1 %, можна знехтувати одиницею, що дає:

$$s_p \cong \frac{U_0}{g} - \frac{kT}{g} \ln \frac{kT}{s g t_0}. \quad (5.16)$$

Умову (5.16) без оцінки точності наближення отримано раніше в роботах [5–6].

Із співвідношення (5.16) випливають два важливих наслідки:

1) умова сталості режимів рівномірного навантаження в широкому діапазоні температур дає квазілінійну спадаючу залежність від температури границі міцності малопластичних матеріалів (що підтверджено експериментально [5–6]), причому діапазон температур обмежений знизу $T > q_D$ (область квантових ефектів) і зверху $T < 0,9T_s$ (область втрати стійкості кристалічної ґратки);

2) в умовах сталості режимів навантаження ($s = \text{const}$; $T = \text{const}$) границя міцності, як і умовна границя плинності обернено пропорційна активаційному об'єму (тобто площа $\{s_B; s_T\}$ заповнена не вся, а лише деяка область). Це дозволяє припустити, що і площа $\{s_B; s_T\}$ заповнена не вся, а лише деяка її область, яка утворює множину тісно корельованих точок. Аналогічний результат на основі аналізу експериментальних даних для сталей отримав Гуляєв [7].

Площини $\{s_B; d\}$; і $\{s_B; \Psi\}$ для сплавів на даній основі також мають тісно корельовану підмножину, що має істотне

прикладне значення і підтверджується експериментальними даними Гуляєва [7].

Таким чином, лінійний термоактиваційний аналіз в умовах рівномірного навантаження квазіпружних тіл дозволяє застосовувати стаціонарне рівняння Журкова з введенням еквівалентного напруження.

5.3. Термоактиваційний аналіз в умовах тривалої міцності пластичних матеріалів при постійному зовнішньому навантаженні

При випробуваннях на тривалу міцність, коли підтримується постійне зовнішнє навантаження і сумарна пластична деформація $d > 5$ %, застосування стаціонарного рівняння Журкова призводить до значної похибки. В [8] показано, що при цьому тривала міцність може відрізнятись на порядок і більше.

На рис. 5.4 показано, що аналогічно п. 5.2, можна ввести s_e та виконати експоненційне інтегрування.

Міркування, аналогічні п. 5.2, приводять до:

$$\frac{s_e}{s_0} = 1 + r, \quad (5.17)$$

де

$$r = \frac{1}{b} \ln \sum_{i=1}^n \exp[bF(Dti)]. \quad (5.18)$$

У даному випадку,

$$b = \frac{gs_0}{kT}, \quad (5.19)$$

(5.18) допускає граничний перехід, що дозволяє замінити суму інтегралом. Тоді [4]:

$$s_e = s_0 \left\{ 1 + \frac{1}{b} \ln \int_0^1 \exp[bF(\bar{t})d\bar{t}] \right\}, \quad (5.20)$$

де s_0 – напруження в початковий момент часу;

$F(t)$ – функція повзучості;

$t = t/tp$ – нормований час.

Для стадії лінійної повзучості

$$F(\bar{t}) \cong a + b\bar{t}, \quad (5.21)$$

це дає:

$$s_e = s_0 \left\{ 1 + \frac{1}{b^2 b} [\exp(ba + bb) - \exp ba] \right\}. \quad (5.22)$$

При $a = b = 0,05$ і $b = 10 \Rightarrow s_3 \cong 1,214s_0$, тобто при сумарній пластичній деформації 10 % еквівалентне напруження повинно перевищувати початкове напруження на 21,4 %. Якщо не робити розрахунок на еквівалентні напруження, то це призводить до істотних труднощів в інтерпретації експериментальних даних, отриманих при постійному зовнішньому навантаженні. Слід зазначити, що переважна більшість випробовувань проводяться саме при постійному навантаженні, а це, як ми переконалися вище, неминуче веде до значної похибки, якщо застосовувати стаціонарне рівняння Журкова без відповідної корекції s_e .

Найбільше розповсюдження у випробуваннях на тривалу міцність при стаціонарних зовнішніх умовах ($S = const$; $T = const$) отримала важелева схема (рис. 5.2, а), де при деформації зразка відбувається зменшення плеча R , для чого профіль важеля виконують за законом [9–10],

$$R = \frac{R_0}{1 + e}, \quad (5.23)$$

де e – поточна деформація.

Нами [11] запропонована принципово нова схема випробовувань на тривалу міцність при стаціонарних зовнішніх полях (рис. 5.2, б). В даному випадку сталість напруження в зразку в процесі повзучості забезпечується зміною об'єму, який витісняє рідину, що компенсує зменшення перетину зразка.

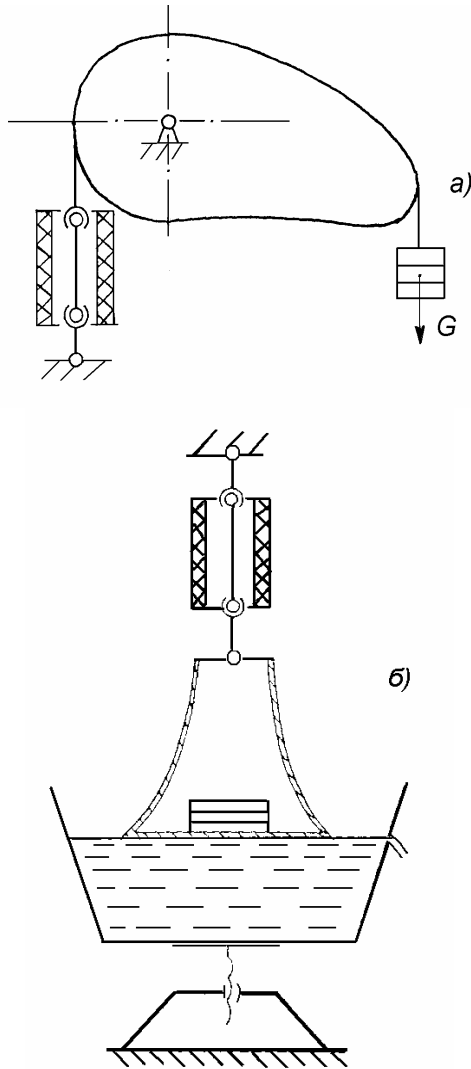


Рис. 5.2. Відомий (а) та запропонований (б) пристрій для випробувань на тривалу міцність при постійному навантаженні

Для цього профіль порожнистої підвіски 1 сконструйований з умови $S = const$

$$\frac{(G_{II} + G_{IIP}) - pr \int_0^{Dl} [R(Dl)]^2 d(Dl)}{S(Dl)} = const. \quad (5.24)$$

Це дає закон зміни профілю підвіски, аналогічний (5.23)

$$R = \frac{R_0}{1 + e}, \quad (5.25)$$

де $R_0 = (sS_0 / prl_0)^{0.5}$ – радіус основи порожнистої підвіски;
 S_0, l_0 – початкові площа перетину і довжина зразка;
 r – густина рідини.

5.4. ТА в умовах рівномірного деформування пластичних матеріалів. Параболічне наближення

Розглянемо деформування з постійною швидкістю пластичного твердого тіла з довільним законом зміцнення $s(e)$. При $e = const$ дану діаграму легко замінити на $s(t)$.

Розбиваючи траєкторію навантаження на рівні відрізки вздовж осі t і застосовуючи $\sum_1^n (Dt/t_1) = 1$, аналогічно п.п. 5.2–5.3, отримаємо:

$$s_e = s_e (1 + d) \frac{1}{b} \ln \frac{\sum_1^n \exp \left[bf \left(\frac{Dt_i}{n} \right) \right]}{n}, \quad (5.26)$$

де

$$b = \frac{(s_B - s_T)g}{kT}. \quad (5.27)$$

Переходячи до границі при $n \rightarrow \infty$, маємо:

$$s_e = s_e (1 + d) \frac{b^{-1}}{1} \ln \int_0^1 \exp [b \cdot f(\bar{t})] d\bar{t}. \quad (5.28)$$

Як показано Рибаківною [12–13] та іншими дослідниками [14–16], для великого класу пластичних матеріалів, що не мають великої площадки текучості, має місце параболічне рівняння:

$$s(1+e) \cong A + B\sqrt{e - e_{\text{упр}}}. \quad (5.29)$$

У цьому випадку (5.26), (5.28) істотно спрощуються

$$s_e = s_e(1+d)b^{-1} \ln \int_0^1 \exp[b\sqrt{t}] dt; \quad b = \frac{gs_e}{kT}. \quad (5.30)$$

Більш того, інтеграл (5.30) може бути обчислений у квадратурах [15]:

$$s_e = s_e(1+d)r, \quad (5.31)$$

де

$$r = \frac{1}{b} \ln \left[\frac{2}{b} \left(e^b \left(1 - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{b} \right) \right]. \quad (5.32)$$

Як показують розрахункові дані, $r \hat{I} [0,5...0,97]$ для $b \hat{I} [1...100]$. Повертаючись до (5.31), можна одержати умови, при яких

$$s_e = s_e, \quad (5.33)$$

що без належного обґрунтування прийнято в ряді робіт [17–19]. (5.33) виконується при

$$d \cong \frac{\ln \frac{b}{2}}{b - \ln \frac{b}{2}}. \quad (5.34)$$

Це дає для $b = 10$ значення $d \approx 0,19$. Якщо для матеріалу в даному стані не виконується (5.34), то (5.33) застосовувати не можна.

На основі чисельних експериментів у діапазоні $b \hat{I} [1...100]$ отримано, що (5.33) виконується, якщо

$$d = 0,433 - 0,0969 \ln b; \quad r = 0,995. \quad (5.35)$$

5.5. Нестационарний термоактиваційний аналіз руйнування пластичних матеріалів при рівномірному деформуванні. Прогноз міцності і пластичності в умовах параболічного наближення

Як показано в 5.3–5.4, традиційний ТА для стаціонарних умов навантаження можна поширити і на випадок великих пластичних деформацій, ввівши відповідний нормуючий множник для напруг.

Це дозволяє одержати замкнуту систему рівнянь ТА, що дозволяє виявити зв'язок між процесом навантаження і пластичним деформуванням металів, спрогнозувати характеристики міцності та пластичності в широких діапазонах впливу часу і температури, дати аналітичне пояснення аномальним зниженням пластичності при підвищенні температури та ін.

Для випадку рівномірного активного деформування пластичних матеріалів замкнута система нестационарного ТА може бути записана у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_p = t_0 \exp \frac{U_0 - g s_\varepsilon}{kT}, \\ s_\varepsilon = s_\varepsilon (1 + d) r, \\ d = \int_0^{t_p} \dot{d} dt, \\ r = b^{-1} \int_0^1 \exp [bf(\bar{t})] d\bar{t}, \\ b = \frac{g s_\varepsilon}{kT}, \\ U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0} \end{array} \right. \quad (5.36)$$

де t – час до руйнування пластичного зразка в умовах короточасного навантаження;

d – залишкове видовження зразка в момент руйнування;

$f(\bar{t})$ – функція зміцнення.

Аналіз (5.36) показує, що при відомій $f(\bar{t})$ система є замкненою. Skorистаємося запропонованим вище параболічним наближенням, що дає значення нормуючого множника r у вигляді:

$$r = b^{-1} \ln \left[\frac{2}{b} (e^b (1 - b^{-1}) + b^{-1}) \right]. \quad (5.37)$$

Оскільки (5.36) з урахуванням (5.37) утворюють замкнену систему, то компоненти вектора

$$\dot{W}(\mathcal{E}, T, s_g, d), \quad (5.38)$$

із яких перші дві – характеристики зовнішнього навантаження, а дві інші – реакція матеріалу на це навантаження, є один раз залежні, тобто розмірність вектора (5.38) не 4, як вважалося раніше, а 3. Продемонструємо це на числових прикладах. Легко бачити, що з (5.36)–(5.37) можна одержати активаційний об'єм:

$$g = \frac{U_0 - kT \ln \frac{d}{\mathcal{E}_0}}{s_g (1 + d)r}. \quad (5.39)$$

Оскільки $r = r(g)$, то (5.39) є рекурентним співвідношенням. Проте, як показує числовий аналіз, уже після 3–4 ітерацій $S_g < 0,2\%$, тобто ітераційне співвідношення (5.39) має достатньо добру збіжність. На рис. 5.3–5.5 наведені номограми визначення активаційного об'єму за результатами короткочасних випробувань $\{s_g, d, T, \mathcal{E}\}$ алюмінію, заліза, молібдену при $T = 293$ К. Номограми побудовані за параболічним наближенням (5.37)–(5.39) при $m = 0,5$. В таблицях 5.1 і 5.2 наведені значення γ для деформування зразків із Al і Cu в широких діапазонах умов навантаження.

Таблиця 5.1

**Результати випробувань і параметри
термоактиваційного аналізу технічного алюмінію
(параболічне наближення)**

№ з / п	l_0 мм	V_{mp} , мм/хв.	d , %	s_B , МПа	r	b	g , кДж/ моль МПа
1	82,5	0,5	26,6	76,5	0,9326	47,285	15,042
2	82,0	1,0	24,4	78,4	0,9340	48,725	15,142
3	57,0	10,0	23,7	82,6	0,9363	51,211	15,101
4	81,5	50,0	23,9	84,1	0,9371	52,155	15,103
5	97,0	100,0	21,5	84,4	0,9383	53,662	15,485
6	90,0	500,0	23,3	86,5	0,9377	52,909	14,895
$\bar{g} = 15,13 + 0,23 (\pm 1,5\%)$							

Таблиця 5.2

**Результати випробувань і параметри
термоактиваційного аналізу зразків із технічної міді
(параболічне наближення)**

№ з / п	l_0 мм	V_{mp} , мм/хв.	d , %	s_B , МПа	r	b	g , кДж/ моль МПа
1	114,5	1,0	18,8	226,8	0,9363	86,638	9,300
2	55,0	2,0	19,1	229,1	0,9561	87,625	9,311
3	75,0	5,0	22,0	235,3	0,9561	85,995	8,979
4	110,5	10,0	19,5	233,3	0,9569	88,095	9,184
5	126,5	20,0	22,5	235,3	0,9562	86,350	8,934
6	76,0	100,0	20,4	239,2	0,9574	89,669	9,127
7	110,5	200,0	21,7	240,6	0,9571	88,842	8,990
$\bar{g} = 9,118 + 0,18 (\pm 1,97\%)$							

З таблиць випливає, що

$$g @ const. \quad (5.40)$$

Випробування проводилися на машині Instron 1185 при температурі $T = 293$ К. Енергія активації U_0 в (5.39) оцінювалася за співвідношенням, яке отримано вище [20]:

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}, \quad (5.41)$$

що дає для Al 228 кДж/моль, і для міді – 330 кДж/моль.

Як витікає з таблиць, характеристика міцності (s_B) корелює зі швидкістю навантаження (часом навантаження):

для Cu :

$$s_B = 247,77 - 2,569 \ln t, \quad r = -0,976; \quad (5.42)$$

для Al :

$$s_B = 88,81 - 1,39 \ln t, \quad r = -0,991. \quad (5.43)$$

Проте друга компонента вектора (5.38) – d – ні в першому, ні в другому випадках не корелює зі швидкістю навантаження V_{mp} (V_{mp} – швидкість траверси).

Проте і в першому, і в другому випадках виявляється стійкість активаційного об'єму до умов навантаження (підпростір $\{ \& T \}$).

Це дозволяє поширити концепцію сталості параметрів $[U_0; g]$, отриманих при стаціонарних умовах для малоеластичних матеріалів на випадок пластичних матеріалів при нестаціонарних умовах. Це дає можливість в межах параболічного наближення розрахувати із (5.39)–(5.40) одну із компонент $\{d; s_B\}$ за відомою іншою і відомих $\{ \& T \}$.

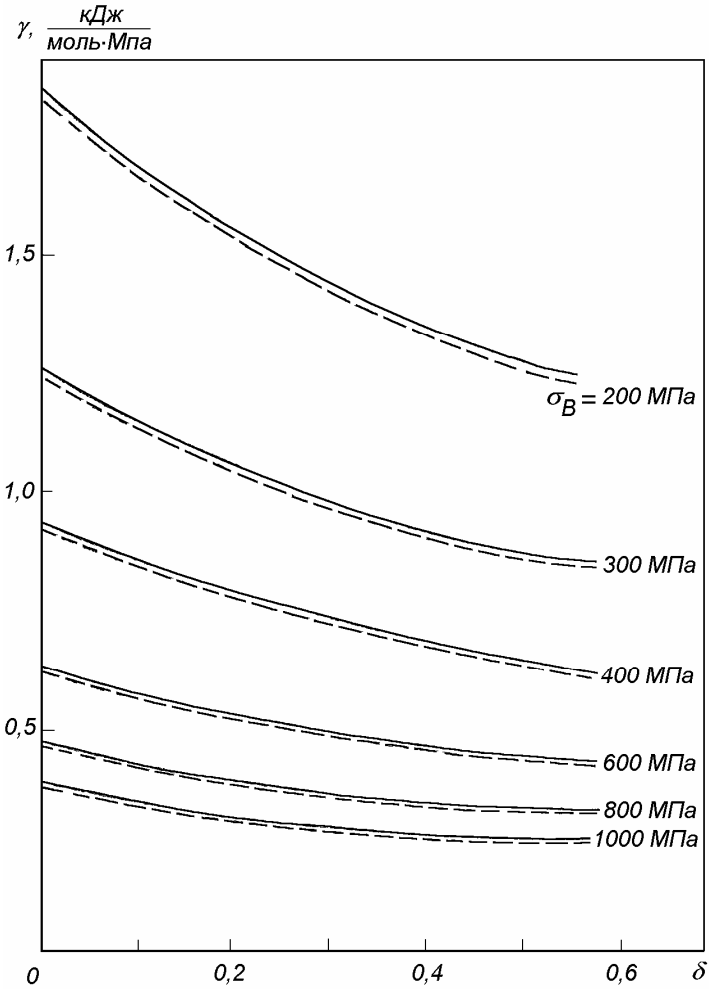


Рис. 5.3. Номограма для визначення активаційного об'єму за результатом короточасних випробувань при $T = 293 \text{ K}$ для сплавів заліза (суцільна $-e = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$, пунктир $-e = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$)

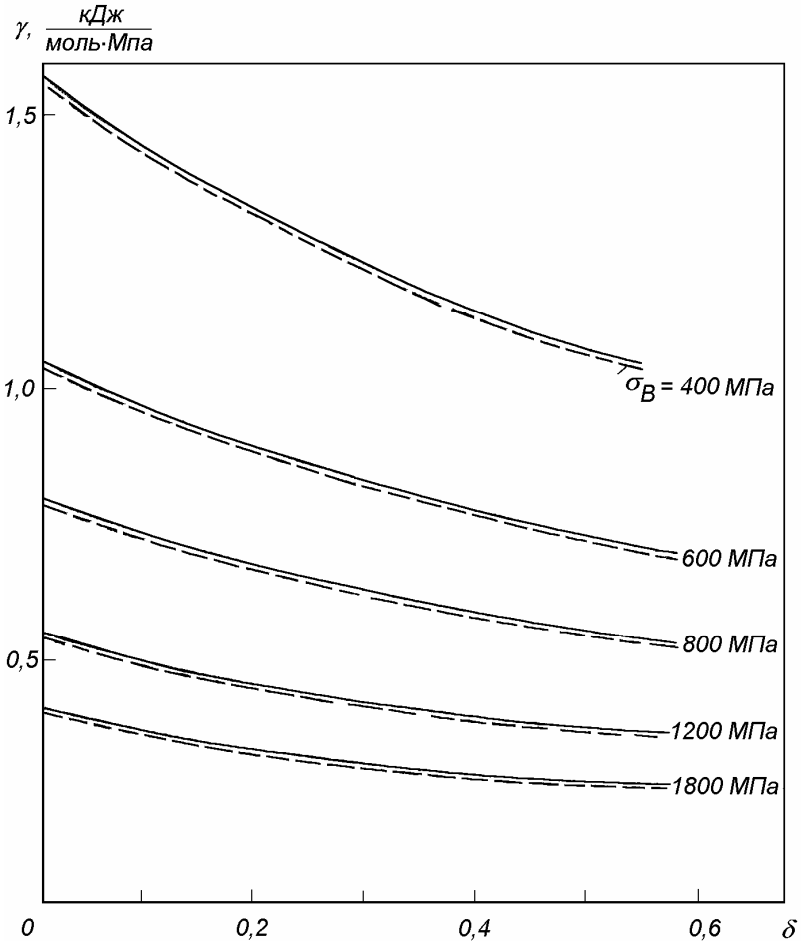


Рис. 5.4. Номограма для визначення активаційного об'єму за результатом короточасних випробувань при $T = 293 \text{ К}$ для сплавів молібдену (суцільна – $e = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, пунктир – $e = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$)

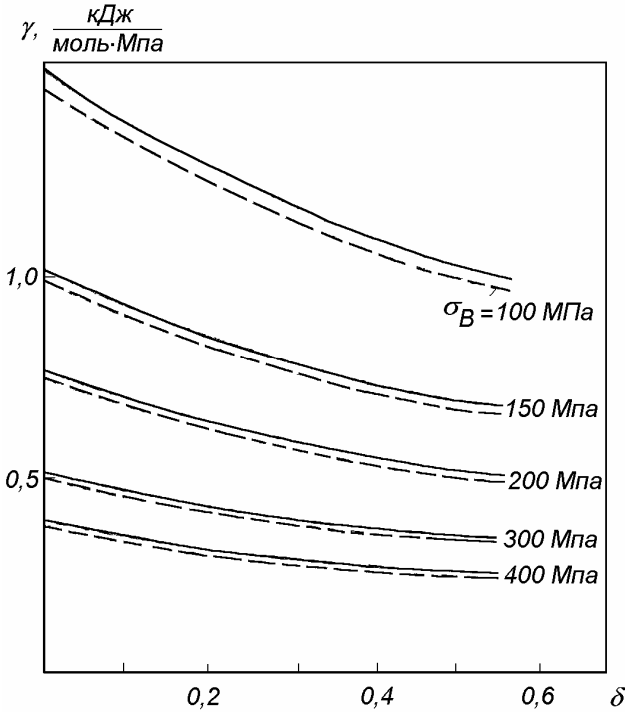


Рис. 5.5. Номограма для визначення активаційного об'єму за результатом короточасних випробувань при $T = 293 \text{ K}$ для сплавів алюмінію (суцільна – $e = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$, пунктир – $e = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$)

Аналіз великого числа експериментальних даних [21–28] показує, що в широкому діапазоні температур і швидкостей деформування сумарну пластичність можна розділити

$$d = \bar{d} + \hat{d}(T, \dot{\epsilon}), \quad (5.44)$$

де \bar{d} – постійна складова;

\hat{d} – змінна (квазіперіодична) складова.

З урахуванням (5.39)–(5.40) використання постійної складової дозволяє одержати:

$$s_B = \frac{U_0}{g(1+\bar{d})r} - \left(\frac{k}{g(1+\bar{d})r} \ln \frac{\bar{d}}{\bar{d}_0} \right) T \cong A - BT, \quad (5.45)$$

тобто з урахуванням тільки постійної складової пластичної деформації одержуємо лінійну спадаючу залежність границі міцності від температури, що було отримано раніше для малопластичних матеріалів і підтверджено експериментально в широкому діапазоні температур [$q_{D...0,9} Ts$].

Аналіз експериментальних даних показує, що для пластичних матеріалів [21–28] лінійне наближення $s_B(T)$ є нестійким. З позицій синергетики нестійкість (5.45), очевидно, є наслідком послідовності самоподібних множин з одночасною зміною масштабу вздовж осей OX і OY .

Проте лінійне наближення відіграє дуже важливу роль в аналізі синергетичних систем [29].

Скориставшись лінійними наближеннями (5.45) і виявленою раніше [30–32] Δ -впорядкованістю точок біфуркації (рис. 5.9) вздовж осі σ_B , визначимо біфуркаційні значення напруг:

$$\begin{aligned} s_0 &= A \Delta^2 \\ s_1 &= A \Delta \\ s_2 &= A \Delta^{1/2} \\ s_3 &= A \Delta^{1/4} \end{aligned} \quad (5.46)$$

.....

Це дає можливість знайти упорядкованість точок біфуркації вздовж осі T :

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{A}{B} (1 - D^2), \\ T_1 &= \frac{A}{B} (1 - D), \\ T_2 &= \frac{A}{B} (1 - D^{1/2}), \\ T_3 &= \frac{A}{B} (1 - D^{1/4}). \end{aligned} \quad (5.47)$$

.....

Із (5.47) утворимо множини

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}, \\ Z_1 &= \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}, \\ Z_2 &= \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}. \end{aligned} \quad (5.48)$$

.....

Легко бачити, що:

$$\begin{aligned} \frac{Z_0}{Z_1} &= \frac{D^{1/2}}{1+D} \\ \frac{Z_1}{Z_2} &= \frac{D^{1/4}}{1+D^{1/2}} \\ \frac{Z_2}{Z_3} &= \frac{D^{1/8}}{1+D^{1/4}} \end{aligned} \quad (5.49)$$

.....

При будь-якому Δ :

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{Z_i}{Z_{i+1}} = 0,5; \quad \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{t_i}{t_{i+1}} = \frac{t_i}{t_{i+1}} = 2, \quad (5.50)$$

де

$$t_i = \ln S_{i+1} - \ln S_i. \quad (5.51)$$

Таким чином, із лінійної впорядкованості точок біфуркації випливає, що в координатах " $\ln S_B - 1/T$ " координати точок біфуркації

$$Y_i = \ln S_{i+1}; \quad X_i = \frac{1}{T_i} \quad (5.52)$$

задовольняють умовам скейлінгових (самоподібних) перетворень

$$Y_i - Y_0 \cong (Y_1 - Y_0) \sum_0^i G_y^{i-1} \quad (5.53)$$

$$X_i - X_0 \cong (X_1 - X_0) \sum_0^i G_x^{i-1}$$

де $G_x @ G_y^{-1}$ – масштаби перетворень.

Покажемо, що (5.53) має місце для узагальненої Δ – впорядкованості:

$$s_{i+1} = \frac{s_0}{D \sum \left(\frac{1}{G}\right)^i} \quad (5.54)$$

У цьому випадку впорядкованість точок біфуркації вздовж осі напруг:

$$\begin{aligned} s_0 &= AD \frac{G}{D^{G-1}}, \\ s_1 &= AD \frac{1}{D^{G-1}}, \\ s_2 &= AD \frac{1}{D^{G(G-1)}}. \end{aligned} \quad (5.55)$$

.....

Із врахуванням лінійного наближення це дає:

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{A}{B} \left(1 - D \frac{G}{D^{G-1}}\right) \\ T_1 &= \frac{A}{B} \left(1 - D \frac{1}{D^{G-1}}\right) \\ T_2 &= \frac{A}{B} \left(1 - D \frac{1}{D^{G(G-1)}}\right) \end{aligned} \quad (5.56)$$

.....

За аналогією з попереднім випадком, утворимо множину

$$Z_i = \frac{1}{T_{i+1}} - \frac{1}{T_i} \quad (5.57)$$

Легко бачити, що:

$$\frac{Z_i}{Z_{i+1}} = D^{\frac{1}{G^{i+1}}} \frac{1 - D^{G^{-i}}}{1 - D^{G^{-(i+1)}}} \cdot \frac{1 - D^{(G-1)^{-1} G^{-(i+1)}}}{1 - D^{(G-1)^{-1} G^{1-i}}} . \quad (5.58)$$

Аналітично можна показати, що для будь-якого позитивного $G \neq 1$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{Z_i}{Z_{i+1}} = \frac{1}{G} . \quad (5.59)$$

Числовий аналіз показує, що (5.59) має місце для будь-якого позитивного $G \neq 1$.

При цьому, аналогічно (5.51), безпосередньо із (5.55) витікає справедливність:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{t_i}{t_{i+1}} = \frac{t_i}{t_{i+1}} = G , \quad (5.60)$$

де

$$t_i = \ln s_{i+1} - \ln s_i . \quad (5.61)$$

Це дає право стверджувати, що при будь-якому позитивному $G \neq 1$ для температурної залежності границі міцності від температури, якщо точки біфуркації $\{s_{Bi}, T_i\}$ достатньо добре корелюють за лінійним законом, то в координатах:

$$X_i = \frac{1}{T_i} ,$$

$$Y_i = \ln s_{Bi}$$

задовольняється (5.53).

При цьому особливо важливо відзначити консервативний характер перетворень (5.53), тобто збереження площі скейлінгових перетворень:

$$(X_{i+1} - X_i) (Y_{i+1} - Y_i) = const. \quad (5.62)$$

Тобто

$$G_Y \cong G_X^{-1} . \quad (5.63)$$

Рівняння (5.45) в координатах " $\ln s_B - \frac{1}{T}$ " буде мати вигляд:

$$Y = \ln\left(A - \frac{B}{X}\right). \quad (5.64)$$

Таким чином, функція (5.64) задовольняє умовам самоподібності (5.53) для будь-якого позитивного $G \neq 1$.

Це означає, що побудувавши будь-який відрізок 01, 12, 23 і т.д. експериментально, все інше можна побудувати самоподібними перетвореннями координат (5.53) даного відрізка самого в себе з відповідними масштабами G_X і G_Y . Тоді рівняння j -го відрізка, що з'єднує дві сусідні точки біфуркації, має вигляд:

$$s_B = C_j \exp \frac{D_j}{T}. \quad (5.65)$$

Саме такий вид залежностей $s_B(T)$ був виявлений в численних експериментальних роботах Трефілова, Борисенко В.А. та ін. для численних пластичних матеріалів і сплавів.

В (5.65) j -і константи можна визначити через координати відповідних точок біфуркації:

$$C_j = \frac{T_{i+1} \ln s_{B_{i+1}} - T_i \ln s_{B_i}}{T_{i+1} - T_i}; \quad (5.66)$$

$$D_j = \frac{T_{i+1} T_i (\ln s_{B_i} - \ln s_{B_{i+1}})}{T_{i+1} - T_i}.$$

Для пластичних твердих тіл з параболічним зміцненням лінійне наближення стає нестійким, і на нього накладається сімейство експонент (5.65), точки взаємоперетину яких лінійно-корельовані (рис. 5.6, (1.2)).

На рис. 5.6 (3.4) показано, як буде при цьому поводитися характеристика пластичності $d(T)$, щоб задовольнялося (5.39) і (5.40). Як видно з рисунка, $d(T)$ має загальну тенденцію до росту при зростанні температури, проте є вузькі температурні зони (зони біфуркації), де пластичність знижується при рості температури, що і спостерігається в експерименті.

Розроблена програма і методика розрахунку характеристик міцності і пластичності за обмеженим об'ємом експериментальних даних (одна крива деформування) в широкому діапазоні температур і швидкостей деформування.

Коли ламані $\ln S_B(1/T)$ починаються з однієї точки, які співпадають з початком координат, то координати полюса можуть бути отримані із співвідношення:

$$\begin{aligned} X_p' &= \frac{G_y(1+G_x)}{G_y-G_x} \cdot \frac{X_1^f Y_1^n - X_1^n Y_1^f}{Y_1^n - Y_1^f}; \\ Y_p' &= \frac{G_x(1+G_y)}{G_y-G_x} \cdot \frac{X_1^f Y_1^n - X_1^n Y_1^f}{X_1^n - X_1^f}, \end{aligned} \quad (5.67)$$

де X_{1f}^n , Y_{1f}^n – координати першої точки біфуркації для процесів (n) і (f) (тобто для різних швидкостей деформування) з урахуванням того, що нульові точки біфуркації (X_0, Y_0) співпадають з початком координат. Коли ж нульові точки з початком координат не співпадають, то

$$\begin{aligned} X_p - X_0 &= \frac{G_y(1+G_x)}{G_y-G_x} \times \\ &\times \frac{(X^f - X_0)(Y^n - Y_0) - (X^n - X_0)(Y^f - Y_0)}{Y^n - Y^f} \\ Y_p - Y_0 &= \frac{G_x(1+G_y)}{G_y-G_x} \times \\ &\times \frac{(X^f - X_0)(Y^n - Y_0) - (X^n - X_0)(Y^f - Y_0)}{X^n - X^f}. \end{aligned} \quad (5.68)$$

Для консервативного самоподібного перетворення ($G_x \approx G_y^{-1}$) координати можна визначити за спрощеним співвідношенням:

$$\begin{aligned} X_p &= \frac{1}{1-G_x} \frac{X_f Y_n - X_n Y_f}{Y_n - Y_f}; \\ Y_p &= \frac{G_x}{1-G_x} \frac{X_f Y_n - X_n Y_f}{X_n - X_f}. \end{aligned} \quad (5.69)$$

На рис. 5.6 наведені розрахункові діаграми $S_B(T)$ і $d(T)$ для технічного заліза при $G_y = 0,5$; $G_x = 2$; $e = 0,01$ і $d/T_1 = 0.5$.

Як видно з рисунка, $S_B(T)$ має тенденцію до зниження, а $d(T)$ – тенденцію до росту при зростанні температури. Проте у вузьких температурних областях (областях системи механізмів пластичної деформації) пластичність може істотно знижуватися при підвищенні температури. Ці результати вперше отримані в чисельному експерименті і можуть пояснити причину появи скейлінга на залежностях характеристик міцності від температури [21–33].

В результаті числового моделювання встановлено, що переломи на кривих $S_B(T)$, які особливо добре виявляються в больцманівських координатах $X = 1/T$, $Y = \ln S_B$ (рис. 5.9), спровоковані розвиненою пластичністю $d(T)$. І навпаки, гладкій функції $d(T)$ відповідає гладка залежність $s(T)$ (рис. 5.6). Цей факт підтвердився на числових експериментах для широкого класу ОЦК і ГЦК металів та їхніх сплавів: від алюмінію до танталу ($T_3 \in [830...3230]$ К).

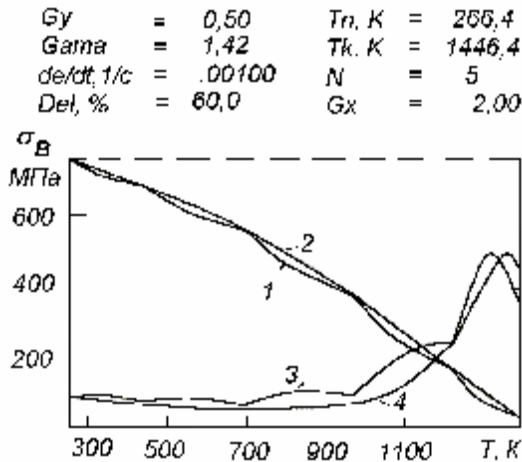


Рис. 5.6. Температурні залежності $S_B(T)$ (1, 2) та $d(T)$ (3, 4), отримані в численому експерименті для заліза із (5.36): 1, 3 – з урахуванням і 2, 4 – без урахування скейлінгу

Більш того, числовий експеримент підтвердив, що лінійній залежності $s_B(T)$ відповідає залежність $d(T) = const$ (рис. 5.7–5.8).

У числовому експерименті вдалося встановити також, що нахилом залежностей $s_B(T)$ можна управляти за допомогою скейлінгових постійних G_x або G_y .

Числові результати та обробка експериментальних результатів [21–35] показали, що значення масштабних констант G_x і G_y для ОЦК і ГЦК металів є близькими до 2 і 0,5 відповідно, із похибкою в межах 25 % (рис. 5.9).

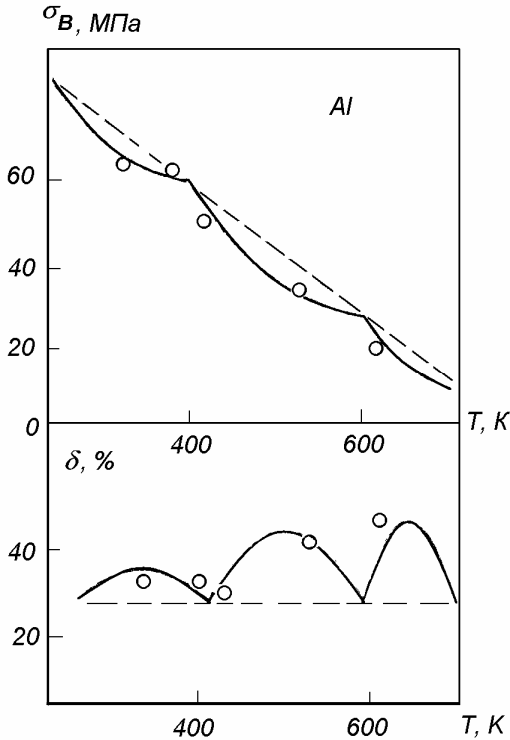


Рис. 5.7. Температурні залежності $s_B(T)$ та $s(T)$ технічного алюмінію: о – експеримент, суцільна – розрахунок (5.36), пунктир – лінійне наближення.

На рис. 5.8 наведено порівняння експериментальних і розрахункових значень $d(T)$ для молібдену в широкому діапазоні температур, виконаних відповідно до (5.36).

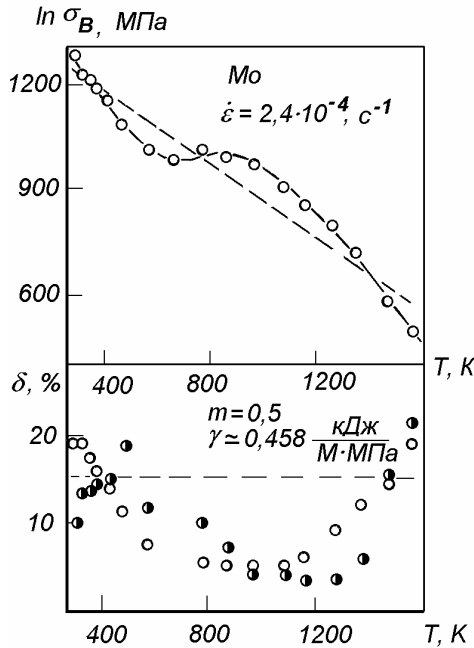


Рис. 5.8. Розрахункові та експериментальні значення $d(T)$ молібдену

Якщо врахувати, що замкнена система (5.36) не містить підгінних параметрів, а тільки фізичні константи і режими навантаження, то розбіжність розрахункових і експериментальних значень можна вважати задовільною.

Аналогічні результати, правда, на меншому масиві експериментальних даних, наведені для алюмінію на рис. 5.7.

Особливий інтерес при чисельному моделюванні поведінки системи (5.36) викликала можливість оцінити активаційний об'єм за однією кривою короточасних випробовувань, якщо відомі $\{d; s_B; \dot{\epsilon}; T; T_S\}$.

За рекурентним співвідношенням (5.39) зроблено розрахунок активаційного об'єму для великого числа ОЦК і ГЦК металів і сплавів на їхній основі в широких діапазонах швидкостей навантаження і температур. Характерно, що при зміні швидкості навантаження при $T = \text{const}$ активаційний об'єм еволюціонує в незначній мірі, і ці еволюції порівняльні з експериментальними похибками. Що ж стосується температурних залежностей активаційного об'єму, то можна виділити дві групи ОЦК і ГЦК металів: із термостабільним і термонестабільним активаційним об'ємам, отриманими із параболічного наближення. До першої групи із досліджуваних відносяться ЕП і ЕІ жароміцні сплави (див. розділ 6), а також молібдені алюмінії.

На рис. 5.9, б і рис. 5.10 подані температурні залежності активаційного об'єму для представників другої групи.

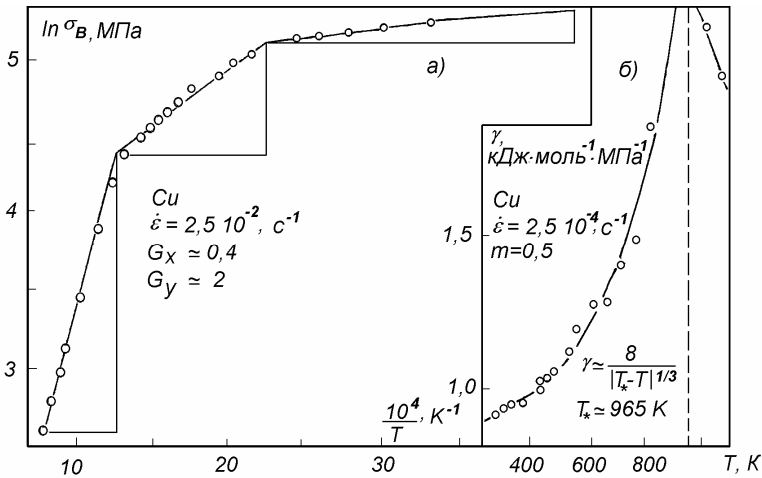


Рис. 5.9. Скейлінгова залежність " $\ln \sigma_B - 1/T$ " (а) та значення активаційного об'єму (б) технічної міді: о – експеримент, суцільна – розрахунок за (5.53) та (5.70)

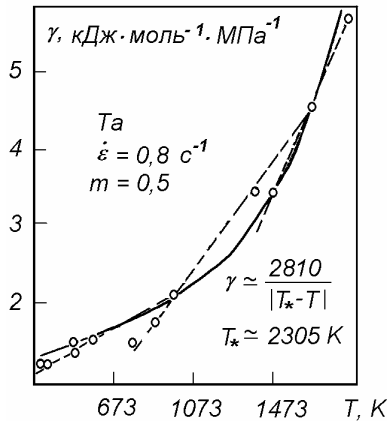


Рис. 5.10. Температурна залежність активаційного об'єму танталу: o – експеримент, суцільна розрахунок за (5.70)

Як видно з рисунків, температурна зміна активаційного об'єму близька до залежностей, які характерні до критичних явищ [36–64]:

$$g \cong \frac{A}{|T_* - T|^n}, \quad (5.70)$$

де T_* – критична температура; n – критичний показник; A – константа.

Результати чисельних та експериментальних досліджень нестационарних термоактиваційних процесів та їх приведення до еквівалентних стандартних дозволяють зробити наступне резюме.

РЕЗЮМЕ РОЗДІЛУ 5

1. Запропоновано рекурентні співвідношення та розроблено експрес-методику розрахунку активаційних параметрів (U_0 і g) для малопластичних (лінійне наближення) і пластичних (параболічне наближення) металів при деформуванні з постійною швидкістю. При цьому банк експериментальних даних може бути зведений до однієї кривої деформування

($\&$, T , s_B , d) і до термодинамічних параметрів (температура плавлення та температура Дебая або Ейнштейна).

2. Розроблено методику розрахунку характеристик міцності (s_B) і пластичності (d) в широкому діапазоні температур ($0,5q_D \dots 0,9T_S$) і швидкостей деформування ($10^{-4} \dots 10^{-1}$) с, із передумов замкненої системи термоактиваційного аналізу та уявлень синергетики.

3. Встановлено, що для пластичних матеріалів лінійне наближення $s_B(T)$ стає нестійким. При цьому в координатах " $\ln s_B - \frac{1}{T}$ " на лінійне наближення накладається сімейство кусочно-експоненційних функцій, які утворюють самоподібні підмножини, а точки взаємоперетину експонент (точки біфуркації) лінійно корельовані, що підтверджується експериментальними даними на ряді пластичних матеріалів.

4. В рамках даного підходу запропоновано пояснення ефектів локального зниження пластичної деформації при підвищенні температури.

5. Показано, що першопричиною появи скейлінгової кінетики $s_B(T)$ є ієрархія пластичних нестійкостей із переходом через точки біфуркації. Для малопластичних матеріалів виявлено відсутність скейлінгової кінетики, що підтверджено експериментально.

6. Встановлено сталість енергій активації й активаційного об'єму в широкому діапазоні температур і швидкостей деформування, як для малопластичних, так і для пластичних матеріалів.

Р О З Д І Л 6.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ

ПРИСКОРЕНИХ НАТУРНИХ ВИПРОБУВАНЬ НА

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ГАРАНТОВАНОГО РЕСУРСУ

КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ

6.1. Проблеми забезпечення ресурсу за тривалою міцністю в умовах підвищених температур

Як правило, найбільш навантаженими елементами газотурбінних двигунів, силових установок ракетно-космічної техніки, накопичувачів механічної енергії, електричних машин великої потужності є ротори. Саме в цих конструкціях, поряд з агресивним середовищем, високими температурами, змінними напруженнями, аеродинамічними навантаженнями, додаються відцентрові сили, що діють протягом значної кількості часу – 10000...100000 годин.

Умови роботи роторів в даних конструкціях мають спільні особливості:

- підвищені температури;
- вплив відцентрових сил протягом тривалого часу;
- схожість конструктивних форм;
- тяжкі соціальні, економічні й екологічні наслідки від аварій.

Ці, а також деякі інші загальні особливості для перерахованих груп конструкцій ускладнюють застосування аналітичних методів для оцінки ресурсу. Хоча аналітичні та числові методи, а особливо метод кінцевих елементів і метод граничних елементів, дозволили досягти істотного прогресу в області оптимального проектування роторів перерахованих пристроїв. В той же час наявність дуже точної і достовірної інформації про локальні й інтегральні поля компонент тензорів напруг і деформацій є недостатніми для безпечної експлуатації цих виробів. Очевидно, в найближче десятиліття в прогнозуванні ресурсу особливо відповідальних вузлів і деталей, із важкими соціальними, економічними й екологічними наслідками у випадку раптових відмов, є і залишаться експериментальні методи натурних випробувань.

Для успішного вирішення задач натурних випробувань, і особливо на стадії виготовлення лідерних зразків виробів, необхідно знаходити компроміс між множиною протиріч, із яких основні:

- врахувати головні чинники, що впливають на довговічність;
- максимально скоротити терміни випробувань;
- здешевити випробування;
- забезпечити максимальну достовірність отриманої інформації.

На даний час відсутня єдина науково обгрунтована методологія прискорених натурних випробувань конструкцій в полі відцентрових сил при високих температурах. Доцільно розглянути спробу побудови такої методології на основі принципів синергетики і термоактиваційної концепції руйнування.

6.2. Узагальнені граничні поверхні жароміцних сплавів на основі нікелю і на основі заліза

Для оцінки довготривалої міцності і прогнозування гарантованого ресурсу елементів роторів, як відзначалося вище, необхідно розглянути поведінку конструкційного матеріалу в тривимірному просторі "час – напруга – температура", чому, в умовах забезпечення стаціонарності, відповідає стаціонарне рівняння Журкова

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - g_j S}{kT}, \quad (6.1)$$

де g_j – активаційний об'єм в j -ой області структурної стабільності матеріалу.

Для цієї цілі частіше користуються [1–3] узагальненими діаграмами, які забезпечують більш просту графічну інтерпретацію експериментальних даних. Логарифмування (6.1) дає:

$$S = \frac{U_0}{g} - \frac{k \ln 10}{g} \left(T \lg \frac{t}{t_0} \right), \quad (6.2)$$

що відповідає лінійному рівнянню

$$s = A - B * P_t, \quad (6.3)$$

де

$$A = \frac{U_0}{g}; \quad B = \frac{k}{g} \ln 10; \quad P_t = T \cdot \lg \frac{t}{t_0}.$$

Як правило, для переважної більшості жароміцних сплавів на основі заліза і на основі нікелю, і насамперед сплавів ЕІ і ЕП, повна діаграма " $s - P_t$ " в широкому діапазоні значень параметра P_t ($P_t \in [4500... 22000]$ – від короткочасної міцності при кімнатних температурах до тривалої міцності 10000 годин (при $0.7...0.8 T_s$) містить дві лінійні ділянки (рис. 6.1).

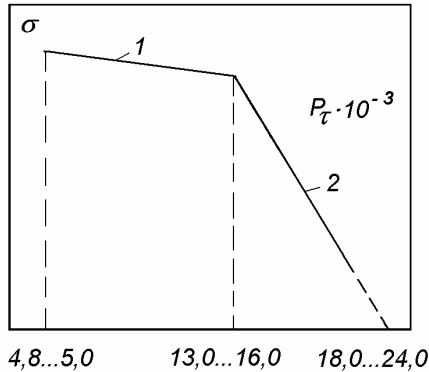


Рис. 6.1. Схематичне зображення узагальненої " $s - P_t$ " – діаграми жароміцних ЕП і ЕІ сплавів

На рис. 6.2...6.9 наведені узагальнені " $s - P_t$ " діаграми для сплавів ЕІ і ЕП.

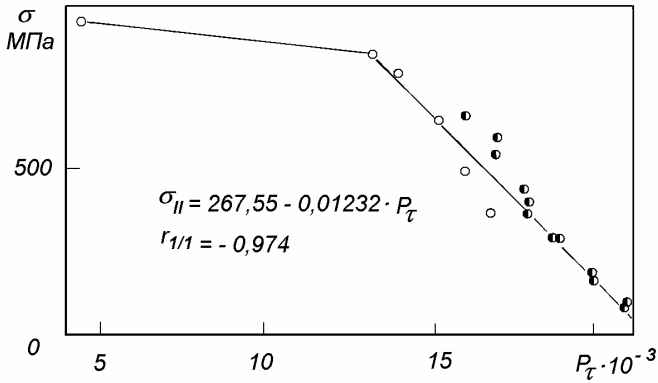


Рис. 6.2. Узагальнена “ $\sigma - P_{\tau}$ ” – діаграма сплаву EI 437 Б

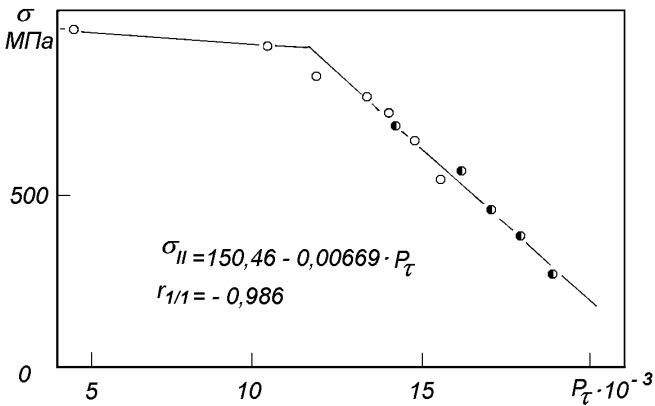


Рис. 6.3. Узагальнена “ $\sigma - P_{\tau}$ ” – діаграма сплаву EI 481

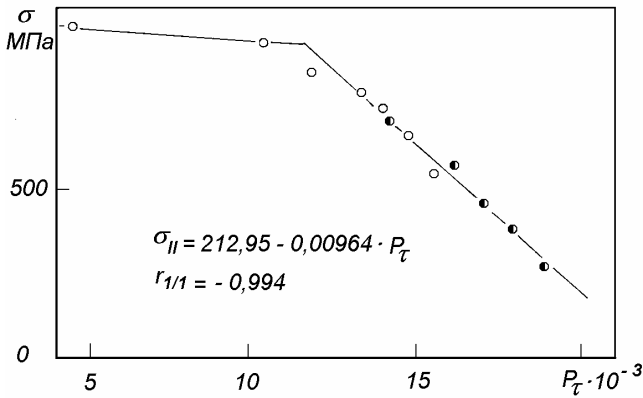


Рис. 6.4. Узагальнена “ $s - P_t$ ” – діаграма сплаву EI 696

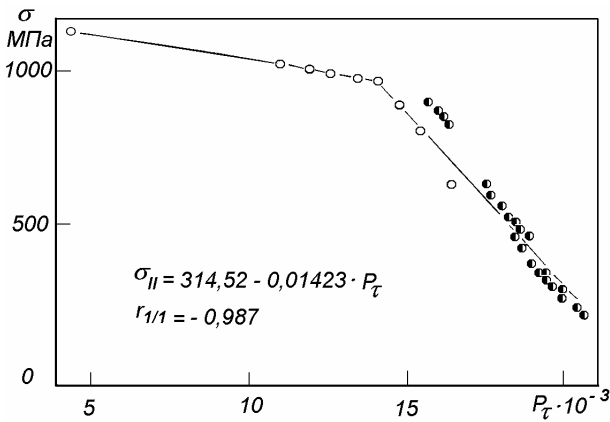


Рис. 6.5. Узагальнена “ $s - P_t$ ” – діаграма сплаву EI 698

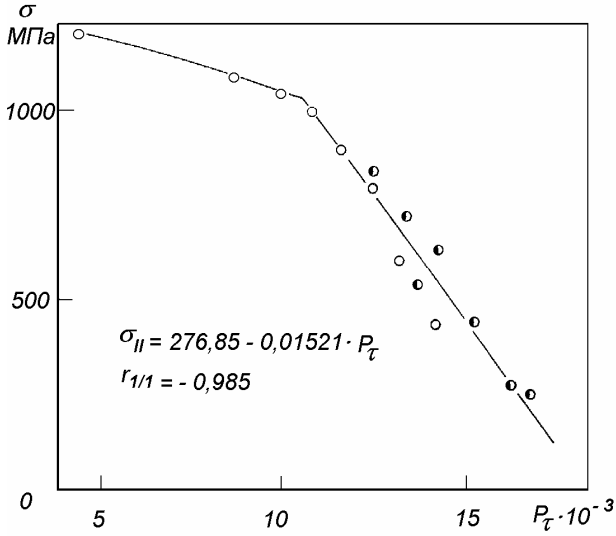


Рис. 6.6. Узагальнена “ $\sigma - P_t$ ” – діаграма сплаву EI 961

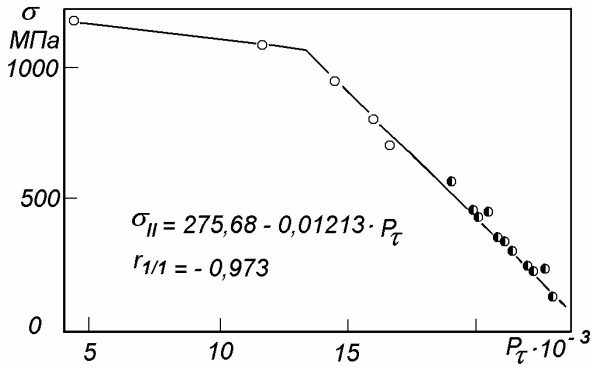


Рис. 6.7. Узагальнена “ $\sigma - P_t$ ” – діаграма сплаву EI 590

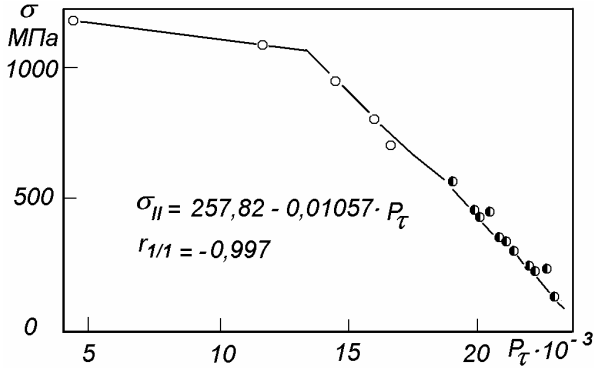


Рис. 6.8. Узагальнена “ $\sigma - P_t$ ” – діаграма сплаву ЕІ 800

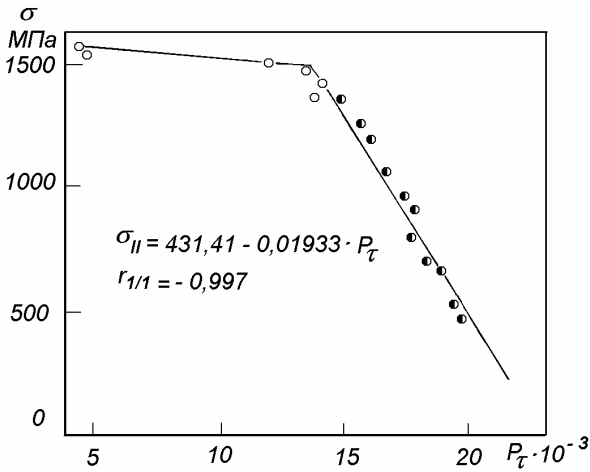


Рис. 6.9. Узагальнена “ $\sigma - P_t$ ” – діаграма сплаву ЕІ962ІД

В таблиці 6.1 наведені результати термоактиваційного аналізу для кожного із сплавів.

Таблиця 6.1

**Термоактиваційні параметри сплавів на основі *Fe*
і на основі *Ni*, розраховані з діаграм короткочасної (КМ)
та тривалої (ТМ) міцності**

Сплав	Осно- ва	$U_0 \cdot \text{кДж}$ /моль		g , кДж/моль·МПа	
		КМ	ТМ	КМ	ТМ
Сталь 20	<i>Fe</i>	312,4	330,9	0,338	0,405
Сталь 40	<i>Fe</i>	297,5	326,7	0,198	0,253
Сталь 45	<i>Fe</i>	--	329,2	--	0,264
ЕІ 388	<i>Fe</i>	397,6	410,1	0,240	0,334
ЕІ 473 б	<i>Ni</i>	379,9	415,7	0,141	0,155
ЕІ 481	<i>Fe</i>	429,6	421,2	0,299	0,255
ЕІ 617	<i>Ni</i>	–	481,1	–	0,322
ЕІ 680	<i>Fe</i>	–	403,0	–	0,297
ЕІ 696	<i>Fe</i>	419,0	422,6	0,219	0,198
ЕІ 698	<i>Ni</i>	395,7	422,9	0,127	0,134
ЕІ 765	<i>Ni</i>	–	457,0	–	0,309
ЕІ 802	<i>Fe</i>	–	395,7	–	0,308
ЕІ 867	<i>Ni</i>	403,1	455,9	0,126	0,161
ЕІ 961	<i>Fe</i>	356,8	348,3	0,147	0,126
ЕІ 993	<i>Fe</i>	–	393,1	–	0,247
ЕП 590	<i>Ni</i>	403,0	437,7	0,127	1,157
ЕП 709	<i>Fe</i>	393,4	418,3	0,145	0,147
ЕП 800	<i>Ni</i>	450,4	466,7	0,182	0,181
ЕП 898	<i>Fe</i>	494,8	–	0,407	–
ЕП 962 ІД	<i>Ni</i>	405,3	427,1	0,093	0,099

Для всіх перерахованих матеріалів для ділянки 2 "S – P_t" діаграм отримані кореляційні рівняння виду (6.2) із високим значенням коефіцієнта кореляції ($r > 0.96$). Значення активаційного об'єму та енергії активації визначалося за співвідношеннями:

$$g = \frac{k}{B} \ln 10, \quad (6.4)$$

$$U_0 = \frac{A}{B} k \ln 10. \quad (6.5)$$

Як показано в [1–3], значення γ_0 і U_0 можуть бути отримані з графіка " $s - P_t$ " діаграми за двома точками і $[s, R_t]$:

$$g = k \ln 10 \frac{\begin{vmatrix} 1 & P_{t_1} \\ 1 & P_{t_2} \\ 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \end{vmatrix}}; \quad U_0 = K \ln 10 \frac{\begin{vmatrix} s_1 & P_{t_1} \\ s_2 & P_{t_2} \\ 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & s_1 \\ 1 & s_2 \end{vmatrix}}. \quad (6.6)$$

В таблиці 6.1 наведені значення g і U_0 , обчислені для ділянки 2 діаграм за граничними кривими " $s_B - P_t$ ", " $s_e - P_t$ ", " $s_{ДП} - P_t$ ", причому s_e для деформування із постійною швидкістю отримано із параболічного наближення. Як показує обробка експериментальних даних, ці наближення дають близькі значення термоактиваційних параметрів. Нами вперше встановлено, що ділянки 2 залежностей " $s - P_t$ " для сплавів на основі заліза і для сплавів на основі нікелю є автомодельними.

На рис. 6.10 і рис. 6.11 на зображуючих площинах наведені автомодельні залежності жароміцних сплавів на основі заліза і на основі нікелю.

Кореляційний аналіз дає:

а) для сплавів на основі заліза:

$$A = 11,2574 + 18279,01 \cdot B; \quad r = 0,960, \quad (6.7)$$

б) для сплавів на основі нікелю:

$$A = 20,1044 + 21076,88 \cdot B; \quad r = 0,997. \quad (6.8)$$

Високі значення коефіцієнта кореляції дозволяють припустити, що (6.7) і (6.8) можуть бути використані, як додаткові умови прогнозу тривалої міцності. Використовуючи рівняння автомодельності, можна прогнозувати тривалу міцність в широкому діапазоні температур і довговічностей (в межах участку 2) по одній – єдиній кривій деформування.

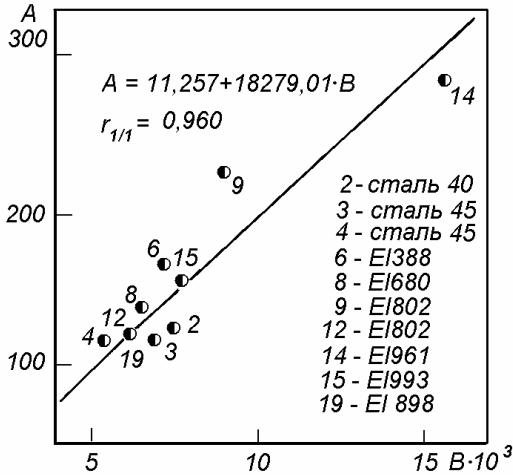


Рис. 6.10. Зображуючий простір для ділянки II залежностей $s = A - B \cdot Pt$ жароміцних сплавів на основі заліза

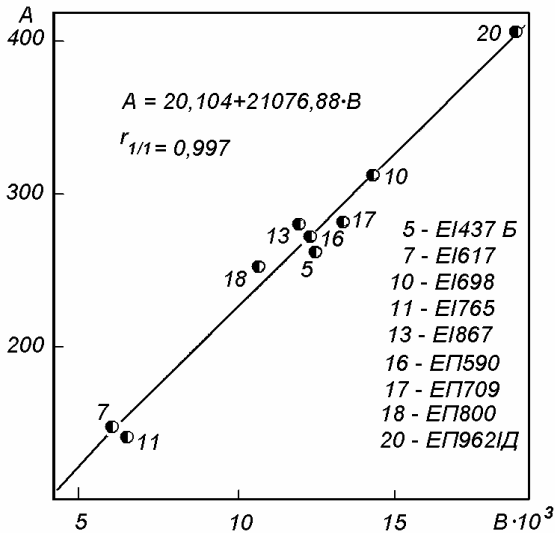


Рис. 6.11. Зображуючий простір для ділянки II $s = A - B \cdot Pt$ жароміцних сплавів на основі нікелю

Приклад 6.1.

Зробити прогноз довготривалої міцності сплаву ЕП962 ІД за однією кривою деформування (диск 6-ого ступеня виробу 20).

Із кривої деформування, отриманої при $T = 923 \text{ K}$ і $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$, отримано:

$$S_B = 1470 \text{ МПа}; \quad d = 0,13$$

Використовуючи співвідношення (5.39), (6.4) і (6.5), можна визначити активаційні параметри:

$$g = 0,0914 \text{ кДж/міль МПа}; \quad A = 461,35; \quad B = 0,020935.$$

Тоді рівняння ділянки 2 сплаву ЕП962 ІД прийме вид:

$$s = 461,35 - 0,020935 \cdot P_t. \quad (6.9)$$

В таблиці 6.2 наведені експериментальні значення (чисельник) при випробуваннях на тривалу міцність і прогноз тривалої міцності (6.9) (знаменник). Як витікає з таблиці 6.2, дані прогнозу (в межах дії одного механізму деформування, тобто в діапазоні між двома сусідніми точками біфуркації) досить задовільні.

Таблиця 6.2

Експериментальні (чисельник) і (знаменник) значення довготривалої міцності для жароміцного нікелевого сплаву ЕП962 ІД

t , час	100		500		1000	
	P_t	$S_{ДП}$, МПа	P_t	$S_{ДП}$, МПа	P_t	$S_{ДП}$, МПа
$T, \text{ K}$						
823	15272	1340/ 1270	15847	1260/ 1296	16094	1210/ 1244
923	17127	1020/ 1028	17773	910/ 833	18050	860/ 835
973	18055	780/ 834	18735	670/ 691	19028	530/ 629
1023	18983	630/ 639	19698	510/ 490	20006	460/ 425

6.3. Прискорення термоактиваційних процесів при натурних випробуваннях

Як показано вище, привести у відповідність результати, отримані в умовах одноосьових випробувань на тривалу міцність, до оцінки тривалої міцності конструкцій в умовах складного напружено-деформованого стану, є дуже проблематичним. Аналогічна за складністю задача виникає при оцінці еквівалентності двох складних пружно-деформованих станів, що ускладнює прогноз ресурсу, отриманого при одних значеннях компонент тензора $\{S_{ij}\}$ (прискорені випробування) на випадок експлуатаційних (більш низьких) значень компонент тензора $\{s_{ij}\}$. В даній роботі започаткована спроба прогнозу тривалої міцності в умовах складного пружно-деформованого стану, заснована на уявленнях термоактиваційного аналізу і синергетики (в рамках сталості структурного параметра – активаційного об'єму).

Як показано вище на ряді жароміцних і конструкційних матеріалів, ділянка 2 залежності " $s - P_t$ " має достатньо високі ($r > 0,96$) значення коефіцієнта кореляції для випробувань при різноманітних сполученнях $\{s; t; T\}$. Це дозволяє стверджувати, що в просторі $\{\{s_{ij}\}; t; T\}$, де $\{s_{ij}\}$ – тензор напружень, якщо неможливо визначити критерії еквівалентності пружно-деформованого стану, можна знайти інші шляхи прискорення випробувань, що дозволяють обминути цю трудність.

В тензорному виді рівняння Журкова для стаціонарного навантаження при складному пружно-деформованому стані можна записати:

$$\{\tau_{ij}\} = \{\tau_0\} \exp \frac{U_0 - \gamma \{ \sigma_{ij} \}}{k \{ T_{ij} \}}. \quad (6.10)$$

Як відомо [4.5], незалежні змінні "час" і "температура" мають нульовий ранг тензорів, тоді як тензор напруг має ранг, рівний двом. Це дозволяє записати (без врахування термопружних ефектів) для складного пружно-деформованого стану:

$$\tau_{ij} = \tau_0 \exp \frac{U_0 - \gamma \{ \sigma_{ij} \}}{kT}. \quad (6.11)$$

Із (6.11) витікає єдиний спосіб прискорення термоактиваційних процесів, не пов'язаний із критеріями еквівалентності багатомірних розмірів – це масштабне перетворення тензорів нульового рангу (скалярів) як одномірних, а значить інваріантних величин.

Як показано вище, для жароміцних сплавів існує (в межах ділянки 2) однозначний лінійний зв'язок " $S - P_t$ " із гарним ($r > 0,96$) значенням коефіцієнта кореляції. Легко бачити, що в координатах " $\{ \sigma_{ij} \} - P_t$ " тензорні змінні (6.10) розділилися за рангами. Так, комплекс

$$p_t = T \cdot \lg \frac{t}{t_0} \quad (6.12)$$

є комбінацією тензорів нульового рангу. Це дозволяє запропонувати спосіб прискореного підтвердження гарантованого ресурсу [6.7] для конструкцій, що працюють в умовах складного пружно-деформованого стану.

Ідея методу заснована на дотриманні сталості компонент тензора:

$$\{ \sigma_{ij} \} = \text{const}, \quad (6.13)$$

що, виходячи з високих значень коефіцієнта кореляції залежності " $S - P_t$ ", дозволяє записати:

$$P_t = \text{const}. \quad (6.14)$$

Коефіцієнт прискорення випробувань K_u може бути записаний у вигляді:

$$Lq_{ky} = (T_2/T_1 - 1) \lg(t_2/t_0),$$

де (T_2, t_2) – температура і тривалість прискорених випробувань;

T_1 – експлуатаційна температура.

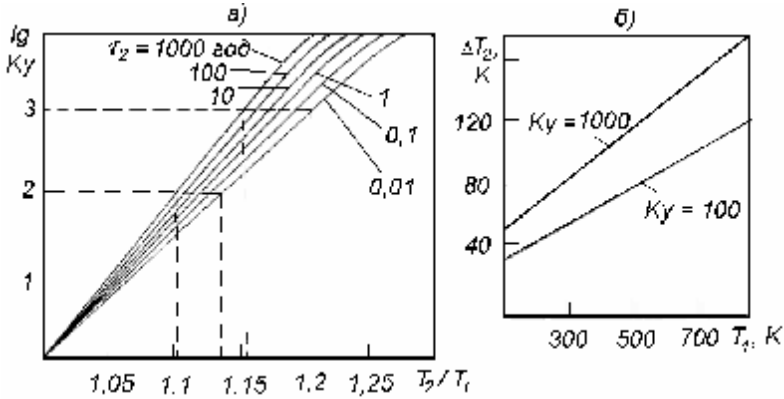


Рис. 6.12. Номограми визначення рекомендованих режимів еквівалентних прискорених випробувань в умовах складного пружно-деформованого стану (ПДС)

де K_y – коефіцієнт прискорення;
 t_2, T_2 – час і температура прискорених випробувань;
 T_1 – температура в експлуатації.

На рис. 6.12, а представлена залежність K_y від T_2/T_1 для широкого діапазону прискорених випробувань $t_2 \in [0,01 \dots 1000]$ год.

На рис. 6.12, б наведені абсолютні значення перевищення температури при прискорених випробуваннях як функції середньої експлуатаційної температури T_1 при тривалості прискорених випробувань $t_2 = 10$ годин та коефіцієнтах прискорення 100 і 1000.

Як витікає із рисунків 6.12, а, б для прискорених еквівалентних випробувань за даною методологією рекомендовано надати перевагу для конструкцій, які працюють при низьких температурах, тобто при цьому абсолютний приріст температури при прискорених випробуваннях не значний.

Даний спосіб дозволяє реалізувати прискорення натурних випробувань як стаціонарного температурного поля ($d/dt = 0$; $\dot{N}T = 0$), так і при деяких видах нестаціонарних випробувань.

6.3.1. Еквівалентні прискорені випробування на забезпечення гарантованого ресурсу дисків турбомашин

а) Стационарність температурного поля в просторі і часі ($T = 0$; $\dot{T} = 0$).

Запропоновано експериментально-тереотичний спосіб прискорених натурних випробувань на забезпечення гарантованого ресурсу конструкцій при складному стаціонарному ПДС, зокрема, роторів і дисків в полі відцентрових сил.

Ціль способу – скорочення часу натурних випробувань з великою питомою вартістю, особливо на стадії проектування і доведення виробів нової техніки, що містять відповідальні обертові конструкції з великим гарантованим ресурсом.

Поставлена ціль досягається тим, що випробування проводяться при частоті обертання на рівні експлуатаційної ($n_2 = n_1 + Dn$), що забезпечує адекватність тензора напруженого стану $\{S_{ij}\}$ експлуатаційним умовам, а скорочення часу випробувань досягається за рахунок прискорення термоактиваційних процесів. При цьому, як очевидно із (6.14):

$$t_2 < t_1; T_2 > T_1, \quad (6.15)$$

де $\{T_1 t_1\}$ – експлуатаційні температура і ресурси;
 $\{T_2 t_2\}$ – температура і час прискорених випробувань.

Із (6.14) знаходимо зв'язок між ними:

$$t_2 = \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^{\frac{T_1}{T_2}}, \quad (6.16)$$

$$t_0 = 2pa\sqrt{r/rE}$$

де $t_0 \approx 10^{-13}$ с – період власних коливань вузлів кристалічної ґратки матеріалу конструкції;

a – постійна ґратки;

$E_1 r$ – модуль пружності і густина;

r – число атомів в елементарній ґратці a_0^3 .

Технічні можливості існуючих стендів для випробувань обертових конструкцій, в тому числі і стендів Житомирського інженерно-технологічного інституту дозволяють скоротити час натурних випробувань на два – три порядки, що поряд із великим економічним ефектом забезпечить соціальний ефект, і насамперед – за рахунок більшої гнучкості і багатоваріантності конструкторських рішень, спрямованих на зниження матеріалоємності при збереженні і навіть підвищенні гарантованого ресурсу.

Приклад 6.2.

Для диска газотурбінного авіаційного двигуна, що працює при частоті обертання $n = 13000$ об/хв. і температурі $T = 600$ °С, гарантований ресурс повинний складати $t_1 = 10000$ год. Визначити умови еквівалентних прискорених випробувань із коефіцієнтом прискорення $K_y = 1000$.

Розв'язок. Напружено-деформований стан диска є складним (навіть в осесиметричній постановці), що істотно ускладнює можливість скорочення часу випробувань за рахунок підвищення частоти обертання. Отже, частоту обертання прискорених випробувань прийемо на рівні експлуатаційної:

$$n_2 = n_1 + |Dn|,$$

де Dn – похибка виміру частоти обертання.

У нашому випадку $\frac{\Delta n}{n_1} \approx 0,02$. Тоді:

$$n_2 = 1,02n_1 = 13260 \text{ об/хв.}$$

З умови (6.16) маємо:

$$T_2 = (600 + 273) \frac{\lg(10^{13} \cdot 3600 \cdot 10000)}{\lg(10^{13} \cdot 3600 \cdot 10)} = 1022 \text{ K} = 749^\circ \text{ C}.$$

Таким чином, неруйнування диска при частоті обертання $n_2 = 13260$ об/хв. і температурі 749 °С на протязі 10 годин гарантує тривалу міцність диска в 10000 годин при температурі 600 °С і частоті обертання 13000 об/хв. При вартості стендових

випробувань (10...100) грн./год очікуваний економічний ефект може скласти до 1 млн. грн. на один виріб.

6.4. Прискорене визначення ресурсу крильчатки насоса системи мащення виробів "14" і "22"

При комплексних наземних випробуваннях і експлуатації на орбіті в декількох виробках "14" і "22" (нові вироби ракетно-космічної техніки) були виявлені відмови, пов'язані з руйнуванням крильчатки насоса. Загальний збиток від даних відмов перевищив 2 млн. грн., і міг бути, принаймні, на порядок вище, у зв'язку з чим і виникнула необхідність більш глибокого аналізу причини руйнування з розробкою відповідних конструкційно-технологічних заходів. Нами виконаний докладний аналіз умов роботи і причин руйнування крильчатки [13,14].

Крильчатка виконана з ливарного алюмінієвого сплаву АЛ5.

На рис. 6.13 наведена характеристика зміни частоти обертання крильчатки.

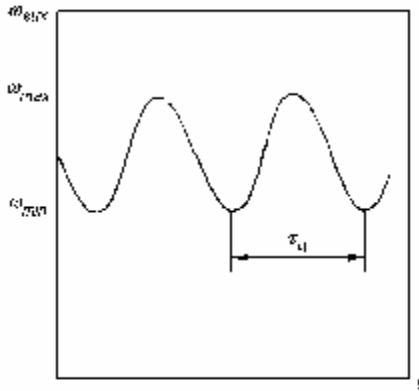


Рис. 6.13. Форма циклу при випробуванні крильчатки

Загальний гарантований ресурс дорівнює 100 годинам. Механічні властивості сплаву при $T = 293$ К після різних видів отримання (в пісчані форми, за виплавляємими моделями та лиття в кокіль) і термообробки (загартовка при 525 С, витримки 4 години і старінні на протязі 5 годин при температурах 175, 200 і 230°С) механічні властивості сплаву відповідно складала:

$$\begin{bmatrix} s_{\sigma}, \text{МПа} \\ d, \% \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 & 230 & 180 \\ 0,5 & 0,5 & 1,0 \end{bmatrix}.$$

6.4.1. Розрахунок напружено-деформованого стану крильчатки

Крильчатка (рис. 6.14) являє собою диск, сполучений дванадцятьма радіальними лопатками з двома симетрично розташованими дисками. На внутрішній поверхні ступиці крильчатки є шліци, через які передається крутний момент від вала на крильчатку.

Розрахунки, виконані доцентами В.П. Гонтаровським, Т.М. Гонтаровською, проводилися за методом кінцевих елементів за алгоритмом для розрахунку асиметричних анізотропних тіл складного меридіонального перетину [13, 14]. Лопатки замінялися анізотропним матеріалом, жорсткість якого в окружному напрямку приймалася рівною нулю, а в радіальному – жорсткості лопатки, рознесеної за сектором з кутом $\frac{\rho}{6}$.

На рис. 6.14–6.15 представлені епюри s_q і s_i , розраховані при $n_{max} = 35000$ об/хв. [13, 14].

Як витікає з епюри, максимальні значення $s_i^{max} = 88$ МПа досягаються при заданих обертах у вершині западин шліців.

Відповідно до номограми для Al ($U_0=228$ кДж/моль) при $T = 293$ К активаційний об'єм в параболічному наближенні

дорівнює: для $s_g = 180$ МПа, $d = 1,0\%$, $g = 0,7$ і для $s_g = 230$ МПа, $g = 0,63 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$ МПа⁻¹.

Наявність цієї інформації дозволяє оцінити ресурс крильчатки для різних рівнів обертів і температур.

Температура експлуатації крильчатки $T = 573$ К $\approx 0,61 T_s$, як було показано раніше, дозволяє і для статичних, і для динамічних режимів навантаження скористатися стаціонарним рівнянням Журкова

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - gS}{kT}. \quad (6.17)$$

Для частоти обертання $n = 21000$ об/хв.
 $s_i = 88 (n_2/n_1)^2 = 31,68$ МПа. Тоді

$$t_{\min} = 10^{-13} \exp \frac{228 - 0,7 \cdot 31,68}{8,31 \cdot 10^{-3} \cdot 573} = 164,5 \text{ год.} \quad (6.18)$$

Для частоти обертання $n = 16\,580$ об/хв. і температурі 573 К запас за гарантованим ресурсом завищений в 9,5...12,7 раза. І все-таки, в експлуатації крильчатки руйнувалися. Це вказувало на те, що при оцінці ресурсу виявився неврахованим якийсь чинник. Для виявлення цього чинника були проведені натурні випробування 11 крильчаток, результати яких наведені в таблиці 6.3.

Таблиця 6.3

Умови режими розгонно-циклічних випробувань алюмінієвих крильчаток маслососа виробів “14” та “22”

№ крильчатки	Температура T ⁰ C	Дисбаланс, Г-мм	Статичні випробування I		Статичні випробування II		Циклічні випробування			Статичні випробування III		Примітка
			Частота обертання, об/хв.	Час обертання год.	Частота обертання, об/хв.	Час обертання хв.	Частота обертання, об/хв.	$\tau_{ц}$, сек.	Час випробувань, год.	Частота обертання, об/хв.	Час витристання, сек.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
КТ-118	290+10	Не визн.	–	–	–	–	–	–	–	42120	5	Не зруйнувалась
КТ-216	300+5	–“–	16580	3	–	–	–	–	–	–	–	–“–
КТ-119	300+5	–“–	21000	10	34125	–	–	–	–	–	–	Зруйнувалась
КТ-179	–“–	–“–	21000	10	35000	28	–	–	–	–	–	Зруйнувався вал установки
КТ-190	–“–	–“–	21000	10	35000	20	–	–	–	–	–	Не зруйнувалась пластикна

Закінчення таблиці 6.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
												деформація шліців
КТ-170	300+5	–“–	21000	2	–	–	–	–	–	–	–	В результаті дисбалансу був зігнутий вал
КТ-151	300+5	–“–	–	–	–	–	16580/ 15120	0.85	100	–	–	Не зруйнувалась пластична деформація шліців
КТ-269	300+5	1.0	–	–	–	–	16580/ 15120	0.85	20	–	–	– “ –
КТ-270	300+5	36.0	–	–	–	–	16580/ 1520	0.85	0.2	–	–	Із-за великого дисбалансу і вібрацій випроб-ня зупинились
КТ-316	300+5	не визн.	–	–	–	–	14560/ 13280	0.97	10	–	–	Не зруйнувалась. Пластична деформація шліців
КТ-263	300+5	не визн.	–	–	–	–	16580/ 15120	0.85	11	–	–	Не зруйнувалась. Виявлені тріщини втоми

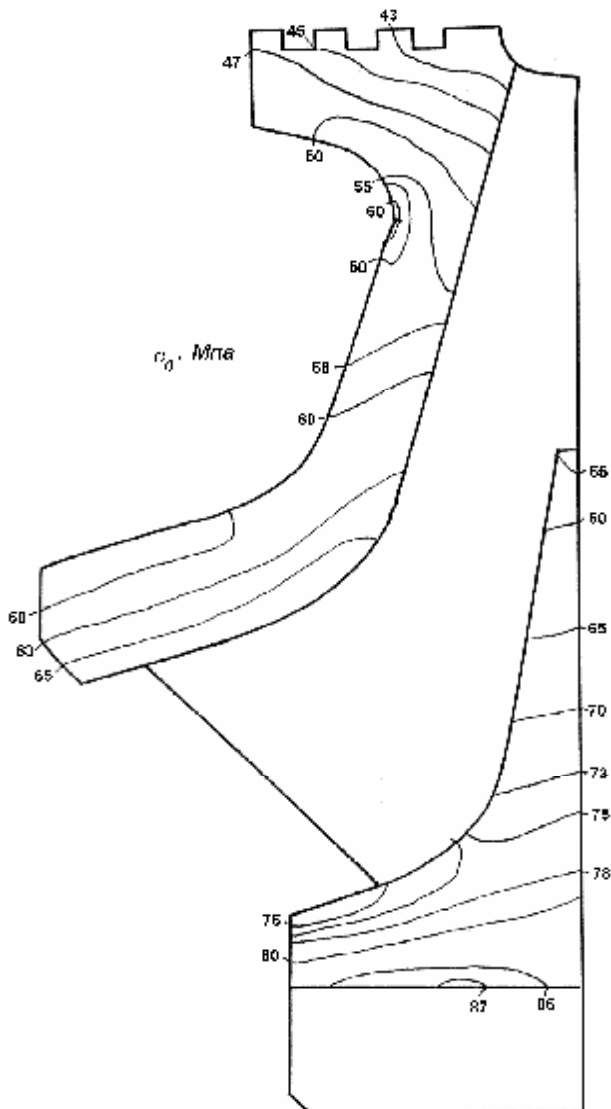


Рис. 6.14. Епюра колових напруг крильчатки насоса системи мащення виробів 14 і 22 при $n = 35000$ об/хв.

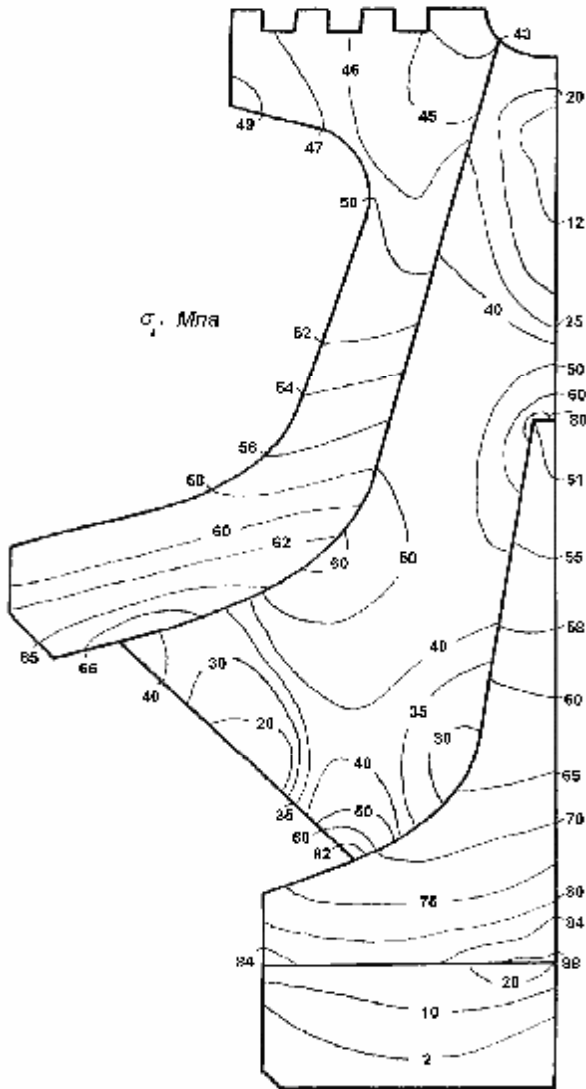


Рис. 6.15. Епюра інтенсивності напруг крильчатки насоса системи мащення виробів 14 і 22 при $n = 35000$ об/хв.

Для проведення розгінних випробувань крильчаток модернізували стенд кафедри технічної механіки Житомирського інженерно-технологічного інституту [11].

Блок-схема стенду представлена на рис. 6.16.

Стенд складається з таких систем: камери з вузлами обертання, електропривода, вакуумної системи, системи нагрівання і системи керування.

Камера 9 являє собою герметичний циліндр із внутрішнім діаметром 500 і висотою 1000 мм, встановлений у залізобетонному фундаменті з товщиною захисного прошарку в площині обертання 1000 мм. В основу конструювання вибрана вертикальна консольна схема. Камера і кришка виконані з листової сталі товщиною 20 мм.

Для зменшення тепловідвода крильчатка 1, що випробовувалась встановлювалася на довгому валу 2, обертання якого здійснювалося двигуном постійного струму ГС-24 через планетарний редуктор 4 із примусовим охолодженням від вентилятора ВЦП-3. Вимір обертів проводився частотоміром ЧЗ-33 і самописцем Н-392 К за сигналом датчика обертів, встановленого на двигуні.

Випробування проводилися у вакуумі до $3 \cdot 10^{-4}$ МПа, який забезпечувався форвакуумним насосом ВН7 і вакуумною системою.

Момент руйнування крильчатки фіксувався за сигналом датчика обриву 7 сітчастого типу.

Нагрів крильчаток до заданої температури $300+5^{\circ}\text{C}$ забезпечувався закритою електропідією 5, потужність якої регулювалася автотрансформатором за сигналом хромель-алюмелевої термопари 6. Час нагрівання до температури $300+5^{\circ}\text{C}$ складав 37...40 хв. Насамперед слід зазначити статичні випробування за режимом I – розгін до $n = 21000$ об/хв. Із витримкою протягом 10 годин, що успішно пройшли крильчатки КТ-119, КТ-179 і КТ-190.

При визначенні граничної несучої здатності на 4-х крильчатках виявилось, що при $T = (573+5)$ К порогове число обертів не нижче $[n] \geq 34125$ об/хв.

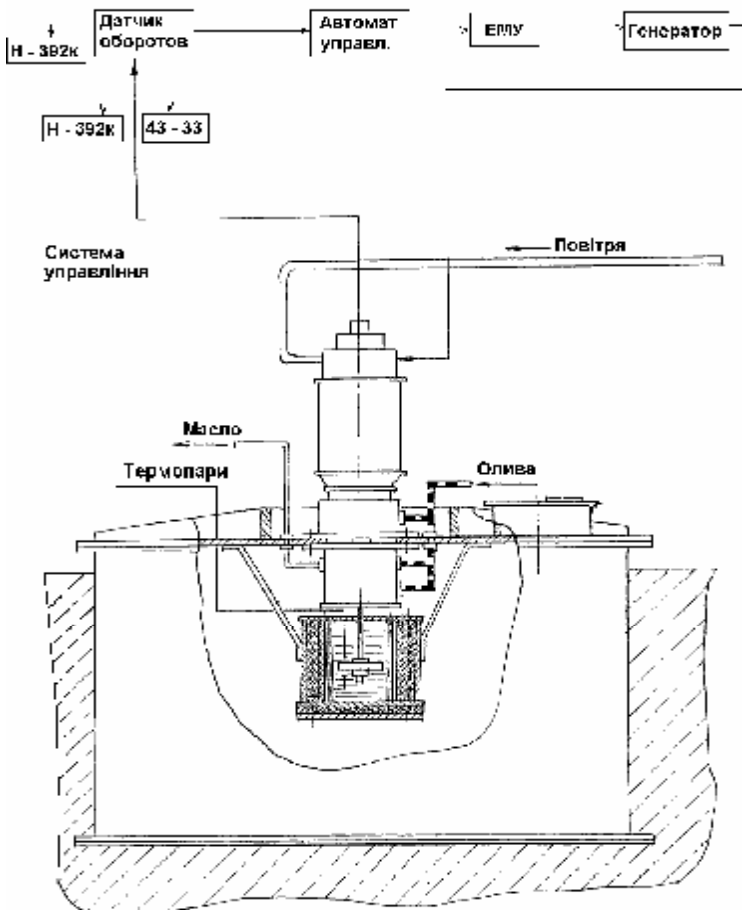


Рис.б.16. Схема стенду для розгонних і циклічних випробувань дисків

Випробування С-І і С-ІІ цілком узгоджуються з теоретичними оцінками.

Для врахування повного спектра експлуатаційних навантажень необхідно було відтворити натурні циклічні випробування в полі відцентрових сил за режимом

$n_{max} \leftrightarrow n_{min} = [16580 \leftrightarrow 15120]$ об/хв., причому період одного циклу $t_{\psi} = 0,85$ с. Дані режими не в змозі відтворити існуючі в СНД випробувальні стенди. Відсутні дані про іноземні аналоги таких стендів.

Нами проведений теоретичний пошук реалізації циклічних випробувань із жорсткими параметрами циклу. За даною проблемою лабораторією стендових випробувань отримано два авторські свідоцтва на винаходи.

Аналіз опублікованих робіт показав, що існуючі системи циклічних випробувань в полі відцентрових сил з електричними, фрикційними та інерційними системами керування не в змозі реалізувати задані режими керування.

Запропоновано клас пристроїв із жорсткою схемою керування, структурні схеми яких представлені на рис. 6.17. Відмінною рисою цих схем є вмикання в схему механізму 3 зі змінним (за один оберт вихідного вала) передатним відношенням. Такими механізмами є:

- зубчаста еліптична передача;
- зубчаста передача з циліндричними колесами зі зміщеними осями;
- кривошипно-кулісний механізм із $r > e$,

де r – довжина кривошипа; e – відстань між осями кривошипа і куліси та інші.

На рис. 6.17 приведено три типи запропонованих нами структурних схем пристроїв, спроможних відтворити цикли рис. 6.4, де:

- 1 – привід;
- 2 – редуктор;
- 3 – механізм із перемінним (за 1 оберт вихідного вала) передатним відношенням;
- 4 – мультиплікатор;
- 5 – диференційний редуктор;
- 6 – редуктор із роздвоєнням потоку потужності;
- 7 – об'єкт, що випробовується.

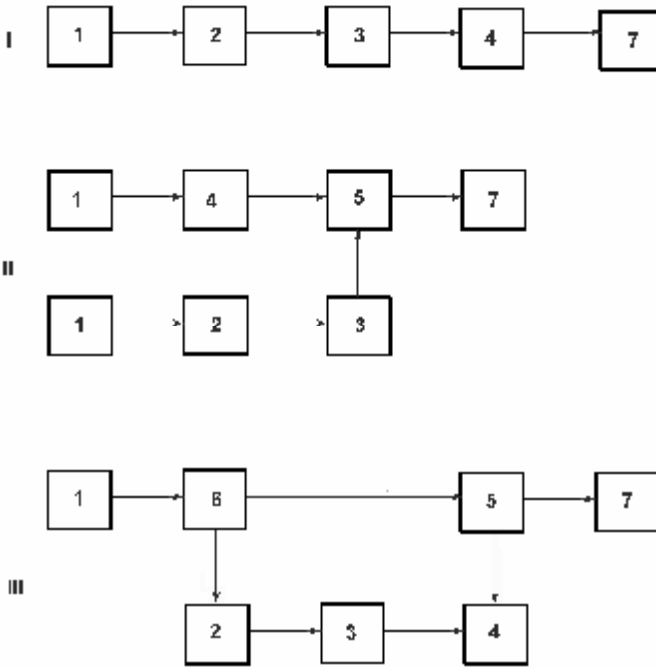


Рис. 6.17. Принципові схеми жорсткого управління формою циклу в умовах випробувань при великих кутових прискореннях

Для здійснення циклічних випробувань крильчаток використовувалася базова установка (рис. 6.16) із заміною системи керування, кінематична схема якої наведена на рис. 6.18. Дана кінематична схема реалізує структурну схему рис. 6.17. III.

Для визначення параметрів циклу отримані аналітичні співвідношення. Так, загальне передатне відношення механізму

$$i_{\Sigma} = \frac{n_{\text{вих}}}{n_{\text{де}}} = 1 + i'' (1 + i_3), \quad (6.19)$$

де i'' – передатне число диференціала;
 i_3 – передатне число замикаючої передачі.

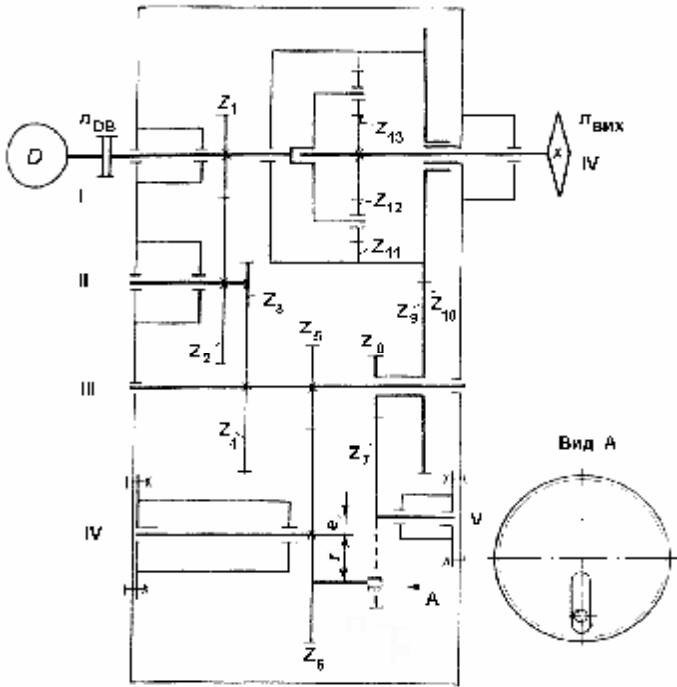


Рис. 6.18. Кінематична схема реалізації схеми жорсткого управління III (рис. 6.17)

Стосовно до кінематичної схеми рис. 6.18 це дає:

$$n_{вих} = n_{дв} \left\{ 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{13}} \left[1 + \frac{Z_1 Z_3 Z_5 Z_7 Z_9}{Z_2 Z_4 Z_6 Z_8 Z_{10}} \cdot \frac{1 - m \cos w_6 t}{1 + m^2 - 2m \cos w_6 t} \right] \right\}. \quad (6.20)$$

Звідки витікає, що діапазон регулювання $[n_{вих}^- \dots n_{вих}^+]$ цілком визначається комплексом

$$R = \frac{1 - m \cos w_6 t}{1 + m^2 - 2m \cos w_6 t}, \quad (6.21)$$

де

$$w_6 = w_{d6} \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4 Z_6}; \quad m = e / r.$$

Із (6.21) маємо:

$$R_{max} = 1/(1 - m); \quad R_{min} = 1/(1 + m).$$

Період циклу:

$$t_u = \frac{60}{n_{d6}} \frac{Z_2 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_5} = \frac{60}{n_6}.$$

У нашому випадку

$$e = 20 \text{ мм}; r = 64 \text{ мм}; Z_1 = 38; Z_2 = 76; Z_3 = 23;$$

$$Z_4 = 135; Z_5 = 14; Z_6 = 84; Z_7 = 88; Z_8 = 14;$$

$$Z_9 = 102; Z_{10} = 42; Z_{11} = 104; Z_{12} = 28; Z_{13} = 48$$

При $n_{DB} = 4200$ об/хв. це дає:

$$t_u = 0,856 \text{ с}; n_{вих}^- = 15063 \text{ об/хв.}; n_{вих}^+ = 16667 \text{ об/хв.},$$

що з похибкою не гірше 0,4 % відтворює експлуатаційні параметри циклу $t_u = 0,85$; $n_{вих}^{\min} = 15\ 000$ об/хв., $n_{вих}^{\max} = 16600$ об/хв.

В установці передбачені регулювання $e \in [10..40]$ мм; $r \in [45..100]$ мм; $n_{d6} \in [1000..6000]$ об/хв., що дозволяє навіть без заміни зубчастих коліс $Z_1..Z_{10}$ реалізувати унікальні циклічні випробування в полі відцентрових сил у діапазонах частот обертання $[15..20] * 1000$ об/хв. із мінімальним періодом циклу до 0,5 с.

Циклічні випробування, проведені за допомогою даної установки, дозволили виявити причини руйнування крильчаток при експлуатації виробу "14" на орбіті. В таблиці 6.3 наведені результати циклічних випробувань п'яти крильчаток. Було виявлено, що в усіх випробуваних крильчаток спостерігається значне пластичне змінання бічних поверхонь посадочних шліців. При більш ретельному вивченні кінетики змінання шліців у процесі циклічних випробувань було виявлено,

що розвивається цей процес не на всіх шліцах однаково, а за деякими загальними ознаками шліци утворюють три приблизно рівних сектори. В першому секторі шліци не зминались, в другому – зминались тільки ліві бічні поверхні шліців, а в третьому – тільки праві. На межі II і III секторів іноді спостерігалася пластична деформація в 1–2 шліців.

На рис. 6.19 поданий фрагмент одностороннього накопичення пластичної деформації на бічній поверхні шліців.



Рис. 6.19. Зминання бокових поверхонь шліців крильчатки КТ-151 при циклічних випробуваннях

У таблиці 6.4 наведені розміри зон зминання шліців для крильчатки КТ-151.

Таблиця 6.4

**Розміри пластичної деформації ($a \cdot h$) шліців крильчатки
КТ-151 після 100 годин випробувань (вимір катетометром на
торці ступиці**

N ₀ шліца	$a \cdot h$, мм	
	ліва поверхня шліца	права поверхня шліца
1	2	3
1.	-	-
2.	-	-
3.	-	-
4.	-	-
5.	-	-
6.	-	-
7.	1,2 x 0,05	-
8.	2,2 x 0,07	-
9.	1,8 x 0,09	-
10.	1,2 x 0,09	-
11.	1,0 x 0,09	2,0 x 0,28
12.	-	2,5 x 0,35
13.	-	2,35 x 0,28
14.	-	2,70 x 0,18
15.	-	1,85 x 0,32
16.	-	1,0 x 0,23
17.	-	1,30 x 0,09

Подальші дослідження показали, що в I секторі знаходиться дисбаланс крильчатки. Це було підтверджено і на спеціально проведених випробуваннях із явно внесеним дисбалансом (крильчатка КТ-269, КТ-270).

У таблиці 6.5 наведені розміри зон змінання шліців для крильчатки КТ-269.

Розміри пластичної деформації шлиців крильчатки КТ-269 алюмінієвої після 20 запусків

N ₀ шлиця	Пластична деформ., $h \cdot b$, mm		Примітка
	ліва сторона	права сторона	
1	2	3	4
1.	0	4,0 x 0,30	
2.	0	4,0 x 0,40	
3.	0	4,0 x 0,45	
4.	0	4,0 x 0,45	Дисбаланс
5.	0	3,5 x 0,30	
6.	0	2,8 x 0,20	
7.	0	2,4 x 0,20	
8.	0	6,8 x 0,10	
9.	0	0,8 x 0,10	
10.	0	0	
11.	0	0,4 x 0,10	
12.	1,6 x 0,10	2,0 x 0,10	
13.	2,4 x 0,15	0	
14.	3,2 x 0,20	0	
15.	2,8 x 0,15	0	
16.	1,2 x 0,10	0	
17.	2,0 x 0,10	2,0 x 0,10	

В результаті проведених лабораторних випробувань розроблена модель руйнування крильчаток в експлуатації, основними передумовами якої є:

1. Крильчатка є кусочно-неоднорідним тілом, що збільшує можливість виникнення дисбалансу за рахунок неоднорідностей лиття і перерозподілу деформацій в процесі експлуатації.

2. Схема базування за бічними поверхнями є схемою з позитивним зворотним зв'язком.

Оскільки кут евольвентного профілю

$$a_i = \arccos \frac{mz \cos a_0}{2r_i},$$

то у вершини шліца $\left(r_i \mathbf{P} \frac{mW^2 e}{\operatorname{tg} a_{\min}} \right)$.

$$a_i = a_{\min} \Rightarrow 0$$

При $a_{\min} \cong 1^\circ$, масі крильчатки 0,3 кг і ексцентриситеті 0,1 мм,

$$F_{cm} = \frac{mW^2 e}{\operatorname{tg} a_{\min}} \cong 5200H,$$

що з урахуванням площі змінання на один шліц значно перевищує припустиме навантаження на змінання для матеріалу АЛ.

3. Значення $a_{\min} \approx (1...3)^\circ < a_{TP} = \operatorname{arctg} f_{TP}$.

У нашому випадку $f_{TP} \geq 0,1$, $a_{TP} \geq 5,7^\circ$, що сприяє затягуванню шліца крильчатки в процесі зміни знака кутового прискорення поміж шліцями вала. Це сприяє односторонньому зсуву крильчатки в процесі експлуатації в сторону збільшення дисбалансу й утриманню крильчатки в зсунутому стані силами самогальмування, що і призводить до ефекту позитивного зворотного зв'язку.

В результаті проведених експериментів і моделювання кінетики розроблені рекомендації щодо зміни схеми базування крильчатки: на гладку циліндричну поверхню з передачею крутного моменту шліцьовим з'єднанням.

В результаті проведених заходів відмов виробу "14" більш не виявлено.

6.5. Експериментально-теоретичне прискорене визначення ресурсу елементів ротора виробу "20"

Ротор камери високого тиску (КВТ) виробу 20 (новий виріб авіаційної техніки НВО "Сатурн") складається із шести дисків.

Температурно-силові умови навантаження ротора різноманітні на різноманітних режимах умовного польотного циклу. З метою більш достовірної ідентифікації натурних випробувань прийнято рішення провести окремі розгонно-циклічні випробування елементів ротора:

- а) випробування VI-го ступеня;
- б) випробування секції III-IV ступенів;
- в) випробування секції I-II ступенів;

Кожний з етапів роботи включає:

а) розрахунок напружено-деформованого стану дисків за методом кінцевих елементів або за теорію оболонок;

б) термоактиваційний аналіз і розрахунок режимів прискорених розгонно-циклічних натурних випробувань дисків;

в) моделювання еквівалентного температурного поля даного ступеня в камері випробуваного стенду;

г) проведення розгонно-циклічних випробувань;

д) аналіз результатів прискорених натурних випробувань і оцінка достовірності теоретичних розрахунків.

В таблиці 6.6 наведені режими і результати прискорених розгонно-циклічних випробувань елементів ротора КВТ виробу 20.

Оберти ротора в експлуатації на форсованому режимі $N_p = 13000$ об/хв.

6.5.1. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування секції I-II ступенів

На рис. 6.20 наведена схема установки і розташування найбільш ймовірних зон виникнення втомних тріщин секції I-II ступенів при випробуваннях на стенді лабораторії стендових випробувань Житомирського інженерно-технологічного інституту (рис. 6.14).

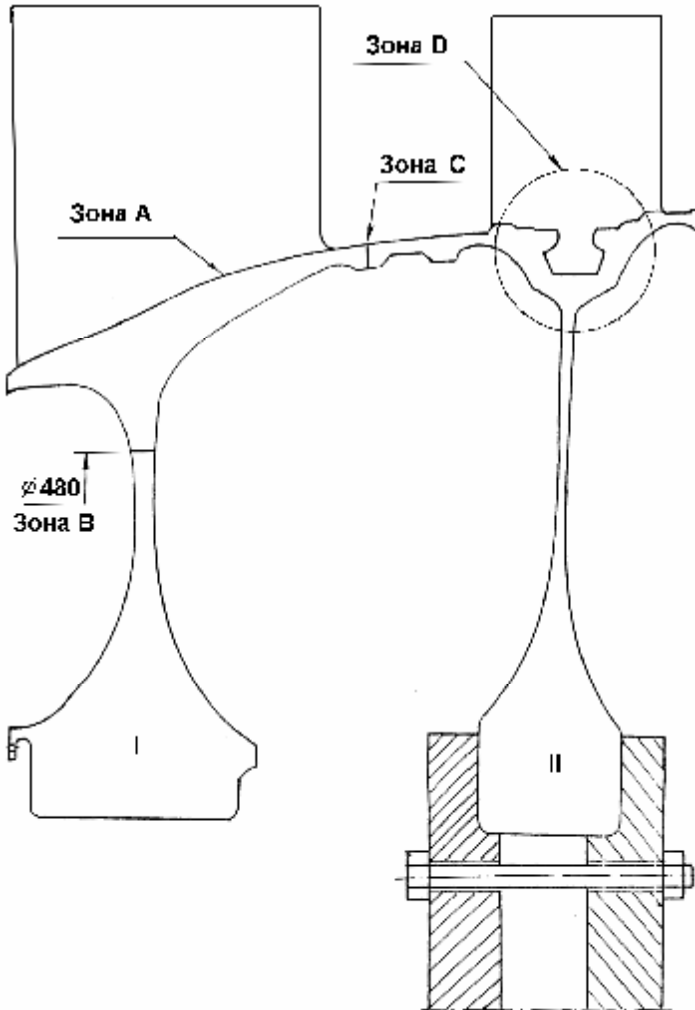


Рис. 6.20. Схема установки секцій I-II ступенів на випробувальному стенді та зони очікуваної появи втомних тріщин

Як слідує з таблиці 6.6, циклічні випробування включають 3 режими, після відпрацювання яких підтверджений ресурс склав 141 год.

Таблиця 6.6

**Режими та результати розгонно-циклічних натурних випробувань елементів ротора
КВД виробу “20”**

Випробуванняступеней	Режими		Циклічні випробування				Розгонні випробування					Ресурс, час		Примітки
	Т об, °С	Т ступ, °С	$\frac{n \max}{n \min}$ об/ хв	Витримка на max оборотах, сек	Число циклів, захищ, ресурс	Т об, °С	Т ступ, °С	$\frac{n \max}{n \min}$ об/ хв	t_B , с	Прим. Δt , с	Прогнозуємий	Експеримент підтверджений		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I-II	1	300 380	250 260	$\frac{13000}{1000}$	96	2450						100	141	Секція не зруйнувалась

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2	260 340	210 220	$\frac{13260}{1000}$	216	1200								Випробування проведені з 15.X.90 по 15.XI.91 р.
	3	400 480	350 360	$\frac{13260}{1000}$	204	70								В лабораторії стендових випробувань ЖФ КПІ
III-IV	1	500	350	$\frac{13260}{1000}$	150	1000						100	49	Руйнувався диск IV при циклічних випробуваннях
	2	600	450	$\frac{13260}{1000}$	150	176								Випробування проведені з 1.03 по 15.09.90 р. в ЖФ КПІ

Закінчення таблиці 6.6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
IV	1	655	460	$\frac{13260}{1000}$	40	1200	680	540	13260 13650 14300	90 90 90	30 с	100	138	Диск руйну- вався при розгонних випробу- ваннях (режим 3 при виході на площадку 16250 об/хв) Випробу- вання проведені в ЛСІ ЖФ КПІ з 15.05.89 по 15.02.90 р.
	2	655	460	$\frac{13260}{1000}$	40	400	680	540	13260 13650 14300 15600	30 30 30 90 90	30 с			
	3	655	460	$\frac{13260}{1000}$	180	1200	680	540	13260 13650 14300	30 30 30	30 с			
	4	670	530	$\frac{13260}{1000}$	180	600			14950 15600 16250 (разр.)	30 30 30 90				

Для контролю можливого виникнення втомних тріщин на режимах 2 і 3 вводилися маркерні цикли з $N_{max} = 11700$ об/хв., витримкою $t_{\psi} = 2$ с. по 20 циклів у блоці через кожні 250 робочих циклів і через кожні 100 циклів протягом 300 робочих циклів.

За результатами розрахунку МКЕ особлива увага приділялася при оглядах і кольоровій дефектоскопії в зонах:

- зварний шов лопатки на ободі диска і галтелі (зона А);
- зварний шов ободної частини з полотном (зона В);
- зварний шов барабана I-II ступенів (зона С);
- кільцевий замок лопатки II-го ступеня (зона Д).

Після циклічних випробувань втомних тріщин у зазначених зонах не виявлено.

Максимальна витяжка на $\varnothing = 606$ мм не перевищувала 0,15 мм. Оскільки в результаті натурних випробувань підтверджений ресурс перевищив необхідний, подальші випробування були тимчасово припинені.

6.5.2. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування секції III-IV ступенів

В таблиці 6.6 наведені режими і результати натурних випробувань секції III-IV ступенів ротора КВТ виробу 20.

Після циклічних випробувань за режимом 1 і відпрацювання 1000 циклів втомних тріщин виявлено не було, залишкова пластична деформація на $\varnothing 614,7$ мм не перевищувала 0,1 мм.

В процесі випробувань за режимом 2 після відпрацювання 175 циклів у момент виходу на площадку циклу №176 відбулося катастрофічне руйнування секції на випробувальному стенді. Так як секція III-IV ступенів виявилася найбільш слабкою ланкою ротора, необхідно було провести ретельну експертизу і розрахунок за незалежними методиками, результати яких викладені нижче та ілюстровані на рис. 6.23–6.34.

6.5.2.1. Розрахунок секції III-IV ступенів

Для вивчення НДС секції ротора III-IV ступенів КВТ від дії відцентрових сил і температурного поля з урахуванням

кріплення ротора на валу установки, а також для виявлення найбільш навантажених зон конструкції та аналізу її руйнування були проведені розрахунки цього ротора за теорією оболонок і методом кінцевих елементів.

Алгоритм, заснований на теорії оболонок, дозволяє визначати НДС тонкостінних осесиметричних оболонок при дії поверхневих навантажень, обертання та осьового прискорення, а також осесиметричного температурного поля. Передбачено довільну структуру з'єднання оболонок довільних типів, у тому числі утримуються замкнуті контури меридіанального перетину серединної поверхні. Вважається, що оболонки жорстко сполучені одна з одною. При розрахунку складні розгалужені оболонки розбиваються на елементарні оболонки лінійно-перемінної товщини: конічні та циліндричні. В місцях сполучення оболонок можуть бути кільця. Поверхнєве навантаження і температурне поле вздовж меридіана елементарних оболонок змінюються за лінійним законом.

Секція ротора III і IV ступенів КВТ разом із конічною оболонкою призначеною для кріплення секції ротора на валу установки, розраховувалася як суцільна розгалужена оболонка із замкнутим контуром. В даному розрахунку меридіанальний перетин ротора було розбито на 48 елементарних циліндричних і конічних оболонок перемінної товщини і 7 кілець. Лопаткове навантаження і довантаження конструкції від кріплення враховувалися завданням у відповідних місцях радіального навантаження. Лопаткове навантаження при $n = 13260$ об/хв. складала на III-ому ступені 473 Н/мм, на IV-ому – 657 Н/мм, довантаження від кріплення – 626 Н/мм.

Температура диска IV ступені змінювалася вздовж радіуса за законом, близьким до лінійного, від 450 °С – на внутрішньому радіусі, до 600 °С – на ободі, температура диска III ступені складала 490 °С і 600 °С відповідно на внутрішньому радіусі й ободі. На конічній оболонці температура змінювалася від 460 °С – у місці з'єднання з диском, до 250 °С – на валу установки.

Властивості матеріалів, із яких виготовлені диски і конічна оболонка, наведені в таблицях 6.7 і 6.8.

Таблиця 6.7

**Значення механічних характеристик матеріалів
BT-18, BT-25У, сталь 45**

$t, ^\circ\text{C}$	E, Н/мм ²		E, Н/мм ²	
	BT-18, BT-25У	Сталь 45	BT-18	BT-25У
20	115000	210000	1050	1100
400	97000	196000	800	880
500	92000	190000	780	850
600	83000	180000	680	800

Таблиця 6.8

**Значення середнього коефіцієнта лінійного розширення
матеріалів BT-18, BT-25У, сталі 45**

Діапазон $t, ^\circ\text{C}$		20- 100	20- 200	20- 300	20- 400	20- 500	20- 600
$a, 10^6$ 1/град	BT-18, BT-25У	8,2	8,4	8,7	9,0	9,4	9,4
	Сталь 45	11	11,2	11,5	12	12,5	13

Питома вага титанових сплавів $r = 4,62 \text{ г/см}^3$, сталі 45 $r_1 = 7,8 \text{ г/см}^3$. Коефіцієнт Пуасона для всіх матеріалів $m = 0,3$.

Незважаючи на те, що секція ротора розраховувалася як суцільна конструкція, для зручності уявлення графічної інформації результати розрахунків наведені для кожного ступеня окремо. На рис. 6.21 наведені епюри радіальних, окружних напружень та інтенсивності напружень вздовж радіуса диска III ступеня.

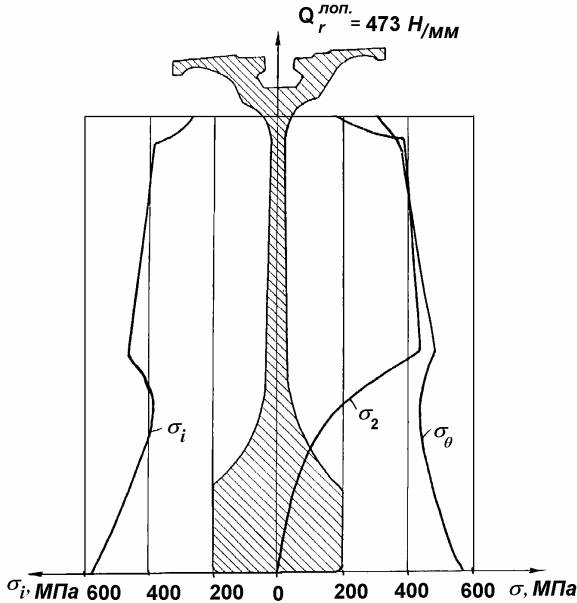


Рис. 6.21. Епюри напружень вздовж радіусу диска III ступеня виробу 20

Результати розрахунків показують, що напруження S_p, S_q і за лівою і правою поверхнями диска практично збігаються, що говорить про відсутність вигину. Окружні напруження зростають до центру і на контурі центрального отвору складають $S_q = 573 \text{ МПа}$.

На рис. 6.22 наведені епюри напружень вздовж радіуса по лівій і правій поверхні диска IV ступеня, а також епюри окружних і меридіональних напружень вздовж меридіана похилих оболонок.

Епюри на лівих поверхнях оболонок зображені суцільними лініями, на правих поверхнях – пунктирними. Як слідє з наведених графіків, найбільші радіальні напруження 752 МПа виникають на лівій поверхні полотна диска при $r = 260 \text{ мм}$. В цьому місці $S_q = 486 \text{ МПа}$, $S_p = 661 \text{ МПа}$. На правій поверхні полотна диска напруги значно нижчі ($S_p = -22 \text{ МПа}$, $S_q = 181 \text{ МПа}$), що говорить про наявність вигину. Ще більший

вигин спримає зварна конічна оболонка: меридіональні напруги на її лівій поверхні при $r = 260$ мм $\hat{s}_m = 528$ МПа, на правій $s_m^n = -652$ МПа. Хоча компоненти напружень тут дещо нижчі, ніж на полотні диска, інтенсивність напружень практично така ж, як і в небезпечному перетині диска і складає $s_i = 653$ МПа.

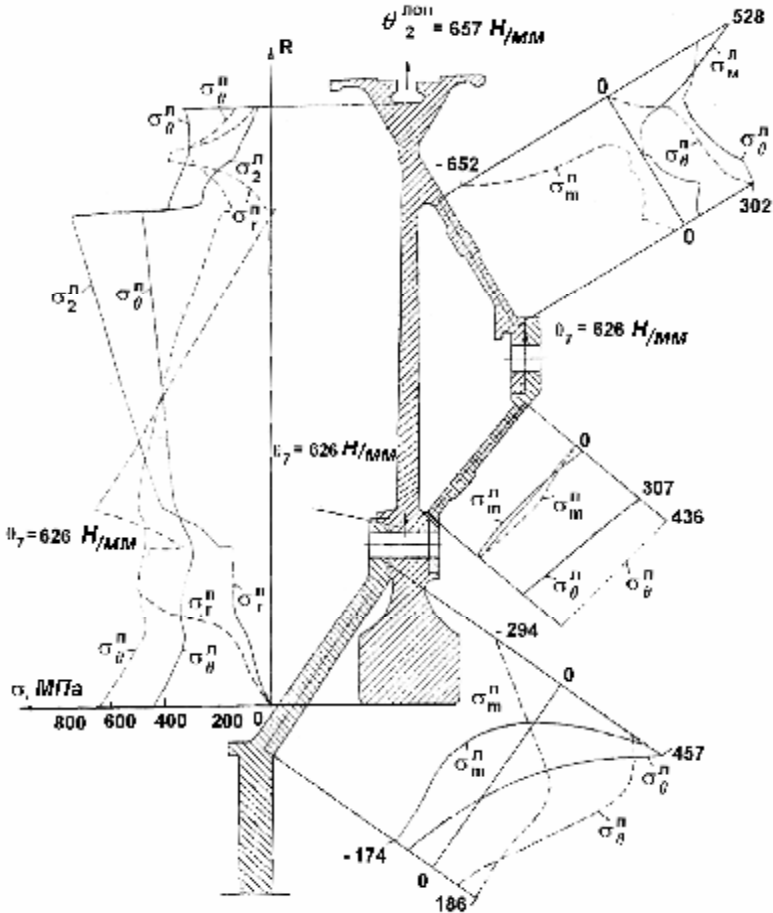


Рис. 6.22. Епюри напружень на поверхнях диска IV ступеня і вздовж меридіану похилих оболонок

Таким чином, найбільш навантаженими є полотно диска і конічна зварена оболонка в місці їх сполучення на радіусі $r = 260$ мм. Це підтверджують і проведені випробування даного ротора в полі відцентрових сил при приведеному розподілі температур. Руйнування конструкції відбулося в цих місцях.

Оскільки ободи дисків мають складний меридіональний перетин, то їхні розрахунки проводилися МКЕ із завданням відповідних граничних умов, взятих із розрахунків за теорією оболонок.

Для розрахунку МКЕ використовувалися фрагменти дисків III і IV. Ободна частина диска III відтиналась на $r = 279$ мм, а IV – на $r = 247$ мм для полотна і $r = 210$ мм для конічної фланцевої оболонки.

Фрагменти дисків поміщалися в таке ж температурне поле, що і при розрахунку за теорією оболонок. Розподілене лопаткове навантаження прикладалося по верхній похилій поверхні паза. Фрагменти дисків III і IV розбивалися відповідно на 250 і 400 кінцевих елементів. При розв'язку задачі в пружній постановці отримана картина напружено-деформованого стану ободної частини дисків з урахуванням концентрації напружень. Цієї цілі не можна було б досягти при розрахунку за оболонковою теорією.

Розподіл окружних S_q , радіальних S_r та інтенсивностей напружень для диска III показані на рис. 6.23–6.24.*

Розрахунок МКЕ підтверджує отримані розрахунком за оболонковою теорією дані за максимальним напруженням IV ступеня ротора КВТ у зоні сполучення полотна диска з конічною фланцевою оболонкою вище звареного шва.

* Автор висловлює щирю подяку за допомогу в розрахунках доц. Гонтаровському В.П., доц. Гонтаровській Т.М., с.н.с. Тростенюку Ю.І. та н.с. Кришевському М.Б.

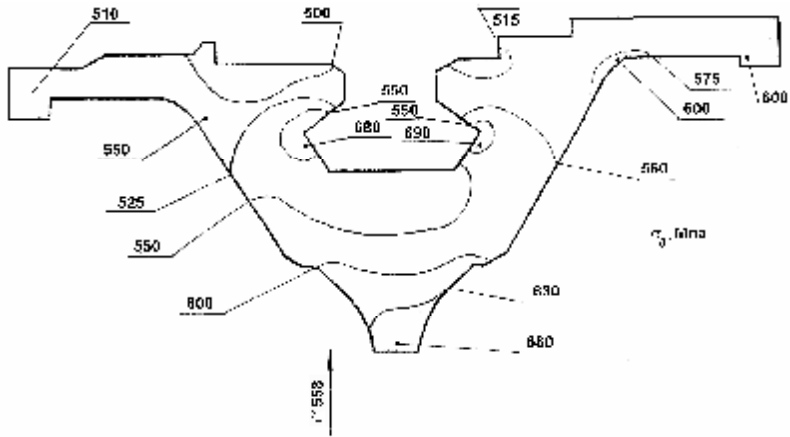


Рис. 6.23. Епюра колових напружень на ободі диска III ступеня

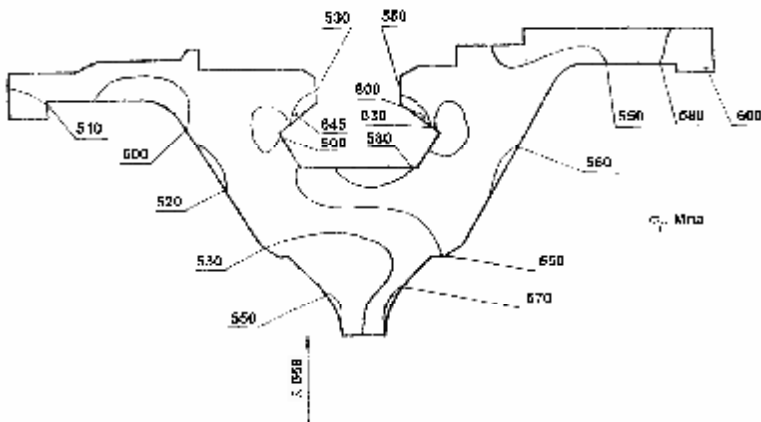


Рис. 6.24. Епюра інтенсивності напружень на ободі III ступеня

6.5.2.2. Реконструкція кінетики росту втомної тріщини в зоні сполучення конічної оболонки з полотном диска IV ступеня виробу 20

Для реконструкції втомної тріщини при натурних випробуваннях титанової секції III-IV ступенів виробу 20 в програмі випробувань були передбачені маркерні цикли.

В даному експерименті в якості таких маркерних циклів були введені охолодження випробуваної секції від 600 до 150 °С через кожні 12 циклів (рис. 6.25).

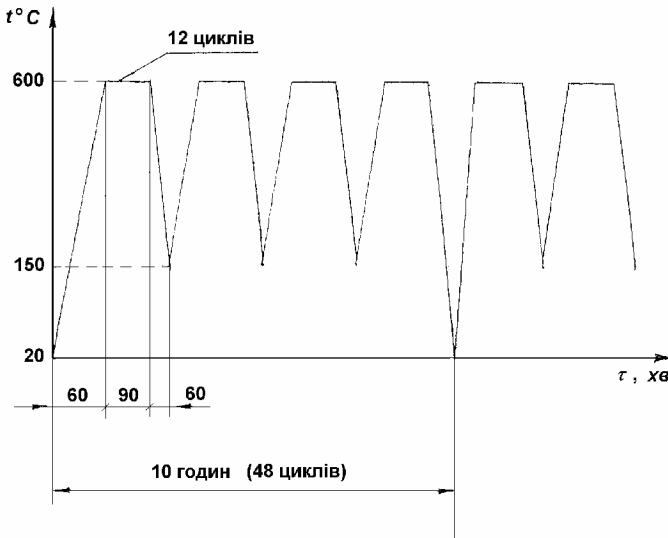


Рис. 6.25. Теплозміни при циклічних випробуваннях секції III-IV ступенів виробу 20

Це дозволяє відтінити новоутворену поверхню на зламі у світлі й темні смуги, зафіксувати фронт росту тріщини і реконструювати кінетику РТВ.

На рис. 6.26–6.28 приведено розташування осередку зародження втомної тріщини і смугова структура на зламі в останніх 4-х блоках навантаження.

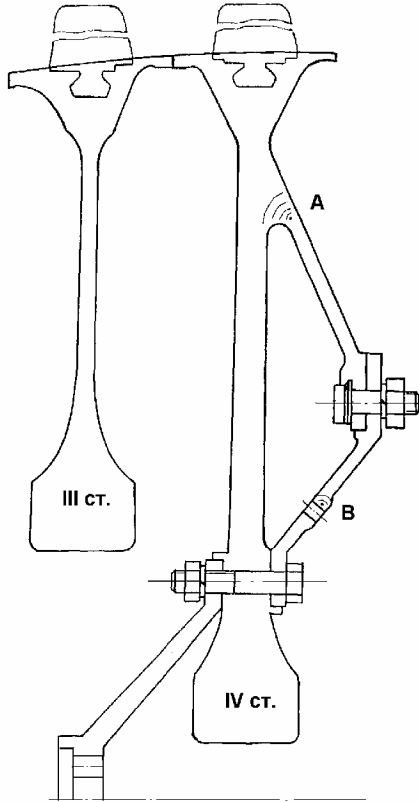


Рис. 6.26. Секція III-IV ступенів в зборі з перехідниковою оболонкою та схема розвитку втомних тріщин (A і B)

В таблиці 6.9 наведені результати виміру підростання тріщини до лінії ОХ (рис. 6.28).

Для реконструкції кінетики РТВ за стандартними методиками, наприклад, за допомогою рівняння Періса:

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (6.22)$$

необхідно знати рівень руйнуючих напружень.

Проте в деяких випадках цього вдається уникнути.



Рис. 6.27. Ріст втомної тріщини в зоні А диска IV ступеня (x_4). Одна світла і одна темна смуги відповідає 12 циклам навантажень

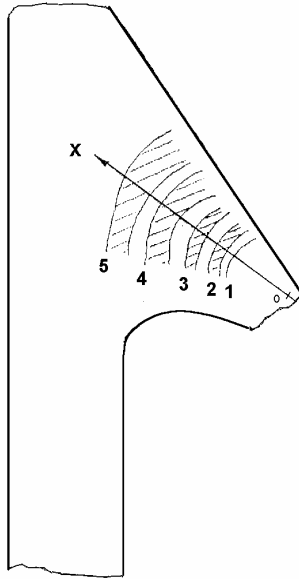


Рис. 6.28. Схема рис. 6.27.

На рис. 6.29 наведена залежність швидкості росту тріщини від її довжини, побудованої за результатами таблиці 6.9.

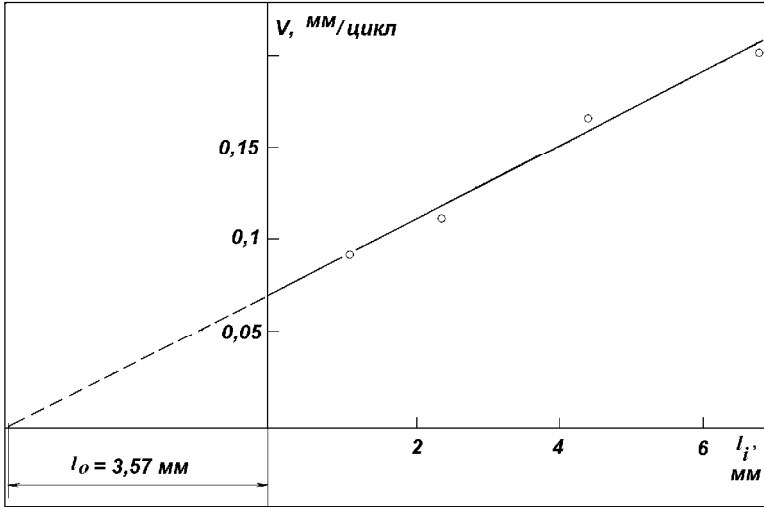


Рис. 6.29. Залежність швидкості РТВ від довжини тріщини в зоні А диска IV ступеня вздовж напрямку ОХ (рис.6.28–6.29)

Кореляційний аналіз показує, що

$$\frac{dl}{dN} = 0,0699 + 0,196 \cdot l, \quad r_{1/1} = 0,983. \quad (6.23)$$

Високе значення коефіцієнта лінійної кореляції дозволяє заключити, що з високим ступенем достовірності в даному випадку показник у рівнянні Періса $m \cong 2$,

$$\frac{dl}{dN} = C [f(l) s_F \sqrt{pl}]^2. \quad (6.24)$$

Тоді

$$Cf^2 s^2 pl_0 = 0,0699; \quad Cf^2 s^2 p = 0,0196. \quad (6.25)$$

Це дозволяє екстраполяцією визначити значення l_0 за (рис. 6.30):

$$L_0 = 3,57 \text{ мм} . \quad (6.26)$$

З урахуванням цього можна перейти від відносних до абсолютних координат (рис. 6.30–6.31):

$$\frac{dl}{dN} = 0,0196L = A \cdot L , \quad (6.27)$$

де $L \in [0...10,45]$ мм.

Інтегрування (6.27) дає:

$$N = A^{-1} \ln \frac{L}{L_0} . \quad (6.28)$$

Елемент невизначеності вносить постійна інтегрування. В нашому випадку прийmemo:

$$l_0 \cong l_{\min}^i / 2 \quad (6.29)$$

Таблиця 6.9

Кінетика тріщини в зоні з'єднання конічної ноги і полотна диска IV ступеня (останні 48 циклів)

Ізолінія N_0 п/п	L , мм	N , цикл	V_{mp} , мм/цикл	Примітка
1	2	3	4	5
0	-	-	-	
1.	1,125	12	0,094	
2.	2,50	24	0,11	
3.	4,50	36	0,17	
4.	6,88	48	0,20	

Прогноз гарантованого ресурсу виробу 20 (за VI ступенем диска КВТ) при зниженні температури в КВТ

Режими	Температура ободу VI-го ступеня, К	Прогноз гарантованого ресурсу, год.	
		При $t_2=100$ год.	При $t_2=1000$ год.
1	2	3	4
A	908	256	2696
B	888	685	7602
C	868	1917	22421
D	848	5631	69973
E	828	17421	230075

Із таблиці 6.9 витікає, що $l_{\min}^i = 1,125$ мм. Тоді число циклів повного розвитку тріщини буде

$$N_p = 0,0196^{-1} \ln \frac{10,45}{0,55} = 150 \text{ циклів.} \quad (6.30)$$

Число циклів N можна визначити також чисельно

$$N_p = \sum_{i=1}^k \frac{Dl}{A(Dli)}, \quad (6.31)$$

де $k = l / \Delta l$

При кроці розбивки траєкторії $\Delta l \in (0,5...1)$ це дає:

$$N_p \in (149...183) \text{ циклів.} \quad (6.32)$$

Відповідно до теорії самоподібного росту втомної тріщини:

$$\frac{l_{\min}}{l_{\max}} = \Delta^2 \quad (6.33)$$

Для T_i і його сплаву $\Delta = 0,12$. Тоді

$$N_p = 0,0196^{-1} \ln 0,12^{-2} \cong 2,16 \text{ циклів.} \quad (6.34)$$

На рис. 6.30 наведена реконструйована діаграма РТВ (пунктир).

Як було показано в [19], до руйнування диск витримав 1000 циклів на режимі I ($T_{max} = 500 \text{ }^\circ\text{C}$) і 175 циклів на режимі II ($T_{max} = 600 \text{ }^\circ\text{C}$).

Як показують оцінки (6.32)-(6.34), N_p (150...216) циклів.

Це дозволяє зробити висновок, що втомна тріщина почала розвиватися при переході до режиму II.

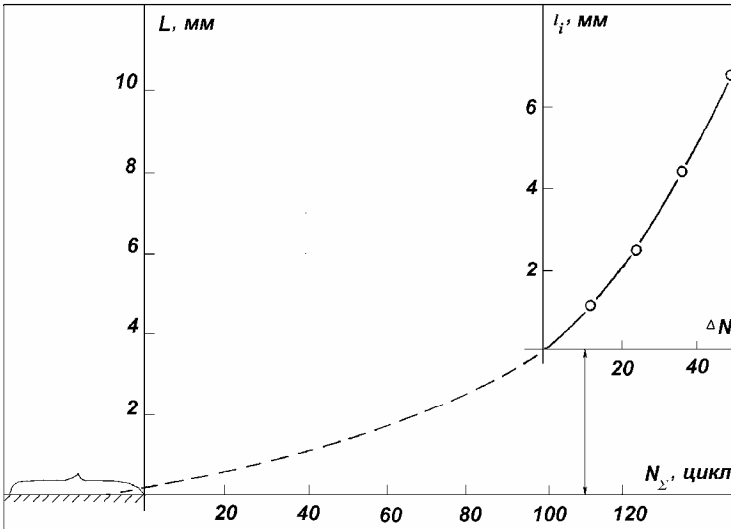


Рис. 6.30. Реконструкція кінетики РТВ вздовж напрямку ОХ (рис. 6.29–6.30)

Оцінимо можливі значення порогового коефіцієнта інтенсивності напружень:

а) за меридіональними напруженнями

$$K_{IS}^{\max} = 52,8 \sqrt{p(6,9 \dots 10,45)} \cong (247 \dots 302) \text{кГ} / \text{мм}^{3/2}; \quad (6.35)$$

б) за інтенсивністю напружень

$$K_{IS}^{\max} = 65 \sqrt{p(6,9 \dots 10,45)} \cong (304 \dots 372) \text{кГ} / \text{мм}^{3/2}; \quad (6.36)$$

в) за кільцевим наближенням

$$s_q \cong rR^2w^2. \quad (6.37)$$

Для $R = 0,257$ м, $r = 4,51 \cdot 10^3$ кг/м, $n = 13260$ об/хв. Це дає:

$$K_{IS}^{\max} = 57,4 \sqrt{p(6.9 \dots 10.45)} \cong (269 \dots 329) \text{кГ} / \text{мм}^{3/2}. \quad (6.38)$$

Згідно з теорією подібності росту втомної тріщини [20] для сплаву IV ступеня

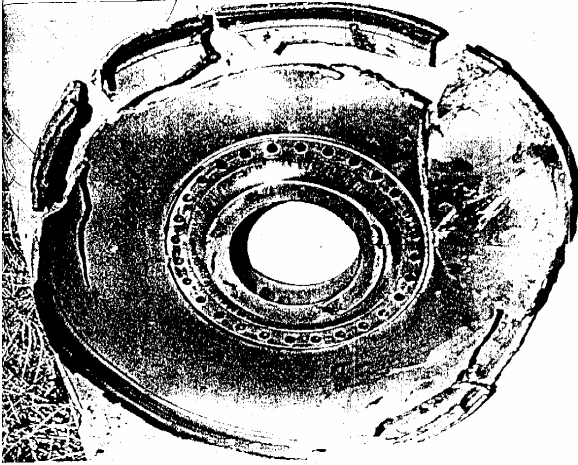
$$K_{IS}^{\max} = 280 \text{кГ} / \text{мм}^{3/2}. \quad (6.39)$$

Значення $L' = 6,9$ мм отримано безпосередньо із замірів на зломі.

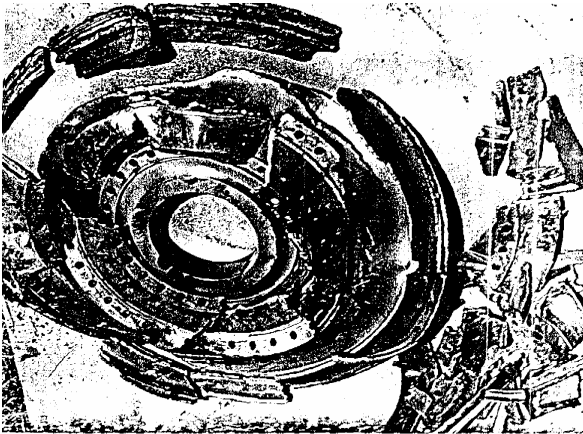
Значення $L'' = 10,45$ мм отримано з урахуванням інтерполяції за лінійною теорією.

Таким чином, наближення (6.46)...(6.48), засновані на результатах чисельного моделювання НДС і за кільцевим наближенням, дають порогове значення коефіцієнта інтенсивності напружень, достатньо близькі до теоретичної оцінки (6.39).

На рис. 6.31 наведений диск IV ступеня після катастрофічного руйнування на стенді, а на рис. 6.32 – загальний вид камери стенда після даного руйнування.



а)



б)

Рис. 6.31. Диск IV ступеня після циклічного руйнування на стенді:

а) зі сторони III ступеня

б) зі сторони V ступеня

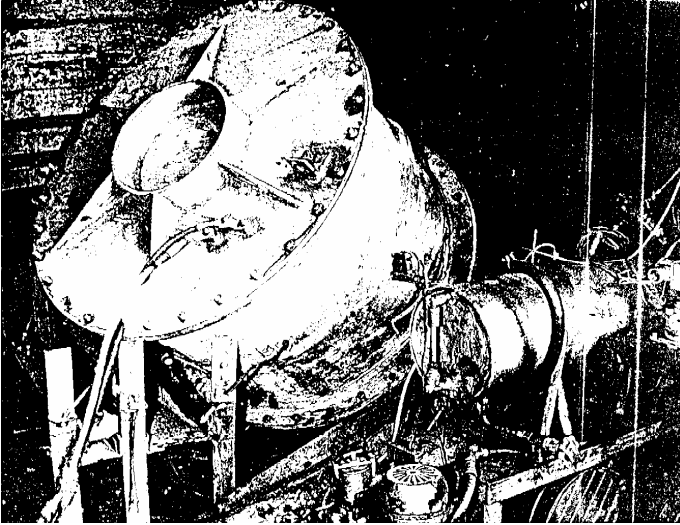


Рис. 6.32. Пластичне деформування та руйнування захисної оболонки камери стенду після руйнування диска IV ступеня

6.5.3. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування диска VI ступеня

Режими натурних випробувань диска VI ступеня наведені в таблиці 6.6, на рис. 6.33–6.36 представлені результати випробувань диска.

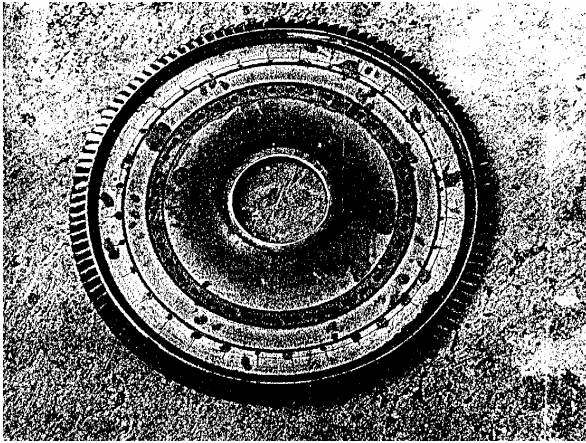


Рис. 6.33. Диск VI ступеня після циклічного руйнування на стенді

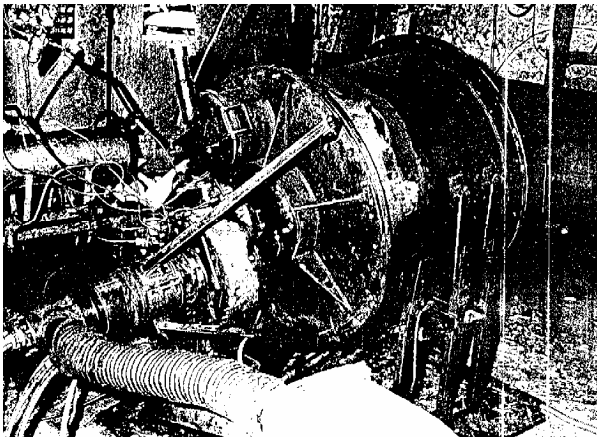


Рис. 6.34. Руйнування захисної оболонки камери стенда після руйнування диска VI ступеня виробу 20



Рис. 6.35. Фрагмент рис.6.34

Диск зруйнувався при розгонних випробуваннях на режимі 3 при виході на площадку $n = 16250$ об/хв. Пластична деформація диска перед розгоном 3 складала 0.4...0.8 мм на діаметр.

Проведені розгонно-циклічні випробування підтвердили правильність стратегії прискорених випробувань, запропонованої вище. Дана стратегія застосовувалася також при прискореній оцінці гарантованого ресурсу виробу "99".

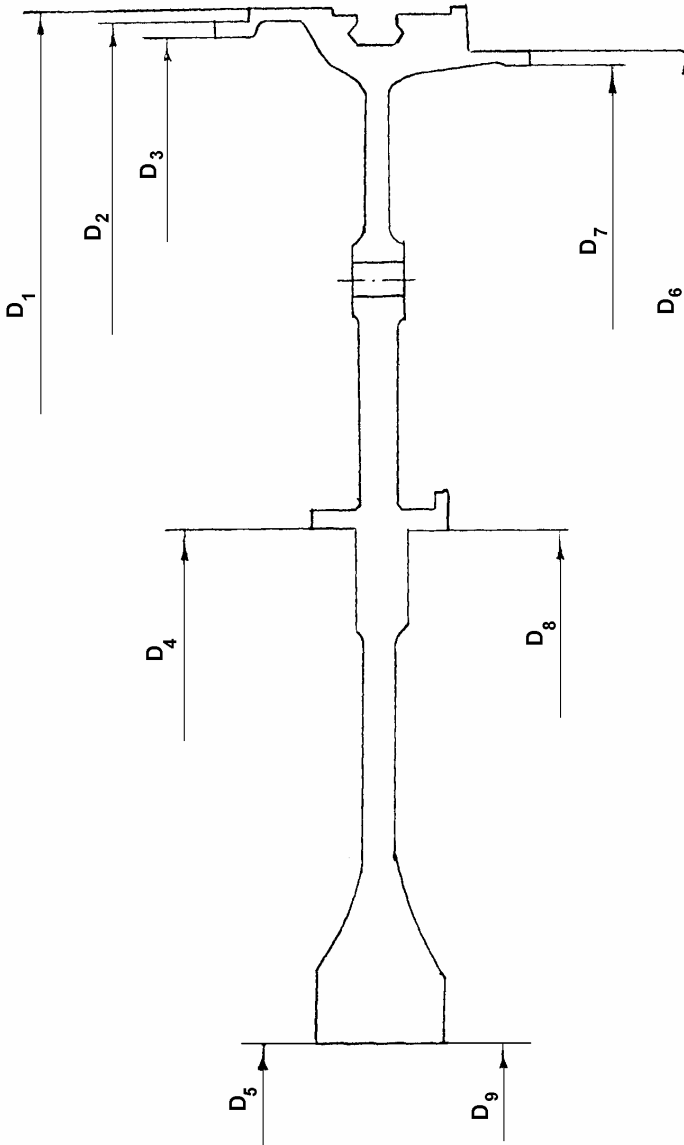


Рис. 6.36. Схема замірів і в процесі випробувань диска VI ступеня ротора КВТ виробу 20.

Таблиця 6.11.

**Результати замірів в процесі випробувань
диска VI ступеня виробу 20**

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆	D ₇	D ₈	D ₉
До випробувань	614,8	606,9	603,9	422,0	150,0	592,0	587,0	422,0	150,0
N ₁ = 1200 цикл		607,1							
N ₂ = 3400 цикл		607,18							
I роз- гін 14300 об/хв	614,9	607,18	604,2	422,1	150,05	592,10	587,05	422,1	150,1
II роз- гін 15600 об/хв	615,3	607,60	604,70	422,40	150,40	592,70	587,80	422,50	150,40
III роз- гін	Руйнування (n = 16250 об/хв.)								

6.6. Єдина природа термоактиваційних процесів короткочасної і тривалої міцності в задачах прискореного прогнозування ресурсу натурних конструкцій

Розробці методології прискореного прогнозування ресурсу натурних конструкцій авіаційної і ракетно-космічної техніки присвячені численні публікації вітчизняних і закордонних дослідників. У Лабораторії стендових досліджень і сертифікації Житомирського інженерно-технологічного інституту розроблено ряд оригінальних методик і стендів для

прискореного прогнозування ресурсу натурних конструкцій дисків і роторів силових установок авіаційної і ракетно-космічної техніки в умовах тривалого, малоциклового і термоциклічного навантаження в полі відцентрових сил. Наші дослідження показали, що істотного прогресу в рішенні задачі прискореного прогнозування ресурсу натурних конструкцій можна досягти, використовуючи термоактиваційні уявлення [1–8]. Так, і при стаціонарному (тривала міцність), і при нестаціонарному (короткочасна міцність) навантаженні руйнування можна розглядати як твердофазну реакцію арреніусовського типу. У першому випадку гранична поверхня в просторі “навантаження – температура – час до руйнування” (s - T - t_{DP}) описується відомим стаціонарним рівнянням Журкова [1, 4]. Раніше [9–11] нами на основі синергетичної моделі руйнування отримано ряд аналітичних співвідношень для визначення головного термоактиваційного параметра в рівнянні Журкова – енергії активації U_0 , що для ОЦК і ГЦК металів і їхніх сплавів можна записати у вигляді:

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{[1]}{t_0}, \quad (6.40)$$

де [1] – розмірна одиниця часу;
 T_s – температура плавлення, К;
 $t_0 \cong 10^{-13}$ с – період теплових коливань атомів;
 k – постійна Больцмана.

У наближенні Ейнштейна (1) перетвориться до виду:

$$U_0 = kT_s \ln \left(\frac{[1]}{2pa_0} \sqrt{\frac{rE}{r}} \right), \quad (6.41)$$

а в наближенні Дебая:

$$U_0 = kT_s \ln \left(\frac{kq_d [1]}{h} \right), \quad (6.42)$$

де a – постійна ґратки;
 E – модуль пружності;
 r – густина;
 r – число атомів в елементарній ґратці ($r = 2$ для ОЦК і

$r = 4$ для ГЦК кристалів);

q_D – температура Дебая;

h – постійна Планка.

Співвідношення (6.40)–(6.42), по-перше, не містять підгінних параметрів, що є великою рідкістю для співвідношень фізики і механіки руйнування. По-друге, з похибкою не гірше $\pm 5\%$ дозволяють оцінити значення енергії активації для широкого класу ОЦК і ГЦК металів і їхніх сплавів з використанням тільки фізичних констант, що характерно тільки для фундаментальних співвідношень. Фундаментальна природа (6.40)–(6.42) проявилася й у тім, що з їхньою допомогою відкрилася можливість поставити і вирішити ряд нових задач:

- 1) термоактиваційного аналізу ряду нестационарних задач;
- 2) термоактиваційного аналізу в умовах плоскої задачі;
- 3) побудувати теорію накопичення втомлених пошкоджень;
- 4) побудувати теорію прискореного визначення ресурсу натурних конструкцій;
- 5) розкрити природу унікальної стійкості енергії активації до зміни стану металу і ряд інших.

Так, для випробувань на короткочасну міцність нами отримана замкнута інтегроалгебраїчна система рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_p = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_s}{kT}, \\ S_s = S_s (1 + d)r, \\ d = \int_0^{t_p} \dot{e} dt, \\ r = b^{-1} \int_0^1 \exp[bf(\bar{t})] d\bar{t}, \\ b = \frac{gS_s}{kT}, \\ U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}, \end{array} \right. \quad (6.43)$$

де t – час до руйнування;
 d – пластична деформація в момент руйнування зразка;
 r_e – еквівалентний множник;
 S_e – еквівалентна стаціонарна напруга;
 $f(t)$ – функція зміцнення;
 T_S – температура плавлення матеріалу;
 g – активаційний об'єм;
 \dot{e} – швидкість деформування;
 S_B – границя міцності матеріалу;
 $\bar{t} = \frac{t}{t_P}$ – приведений час.

Числово-аналітичний аналіз (6.43) показує, що для параболічного наближення

$$\frac{S}{S_B} = \left(\frac{t}{t_P} \right)^m \quad (6.44)$$

для практично важливого діапазону значень $b \in [5 \dots 100]$ з похибкою не гірше 0,2% маємо:

$$r_e \cong 1 - b^{-1} \ln(mb), \quad (6.45)$$

де S, t – поточна напруга і час кривої деформування.

У свою чергу, (6.45) відкриває шлях до постановки і розв'язку задачі про існування єдиної граничної поверхні короточасної і тривалої міцності у відносних (безрозмірних) координатах, єдиної (!) для всіх ОЦК і ГЦК металів і їхніх сплавів.

Наприклад, для навантаження зразка з постійною швидкістю ($\dot{e} = const$) з врахуванням (6.43)–(6.45) маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_P \cong \frac{d}{\dot{e}}, \\ t_P = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_B [1 - b^{-1} \ln(mb)]}{kT}, \end{array} \right. \quad (6.46)$$

звідки

$$S_B = \frac{U_0 - kT \ln \frac{d}{e t_0}}{g[1 - b^{-1} \ln(mb)]}. \quad (6.47)$$

Зі стаціонарного рівняння Журкова для тривалої міцності

$$S_{DP} = \frac{U_0 - kT \ln \frac{t_{DP}}{t_0}}{g}. \quad (6.48)$$

Спільний розв'язок (6.46)–(6.48) дає:

$$\varphi = \frac{30 - z \ln \frac{t_{DP}}{t_0}}{30 - z \ln \frac{d}{e t_0}} [1 - b^{-1} \ln(mb)] \quad (6.49)$$

де $z = \frac{T}{T_s}$ – відносна (безрозмірна) температура.

(6.49) дозволяє за результатами короткочасних випробувань (\dot{e}, S_B, d, m) всього одного зразка визначити для заданих z і t_{DP} рівень експлуатаційних напруг S_{DP} .

На рис. 6.37–6.39 побудовані залежності $j(z)$ для варіацій параметрів t_{DP}, \dot{e}, d .

На рис. 6.40 показано узгодження теоретичної (6.49) залежності $\varphi(z)$ з експериментальними значеннями одночасно для сплавів Al ($T_s = 933$ К), Ni ($T_s = 1726$ К), Fe ($T_s = 1808$ К).

Універсальність (6.49) і рис. 6.37–6.40 може бути корисна конструкторам на стадії орієнтованого розрахунку й ескізного проектування конструкції, тому що істотно спрощує розрахунок тривалої міцності, переводячи його в лінійні безрозмірні універсальні координати.

Причому, даний підхід застосуємо також для визначення тривалої міцності натурних елементів, що містять

концентратори напруги. При цьому замість напруг задача зводиться до визначення граничного навантаження (сили, моменту, тиску)

$$P_{dp} = j' \cdot P_{разр}, \quad \mathbf{6.50}$$

де $P_{разр}$ – руйнівне навантаження при короткочасному (статичному) навантаженні, визначене в натурному експерименті або числовим методом, ϕ' – визначено з (6.49).

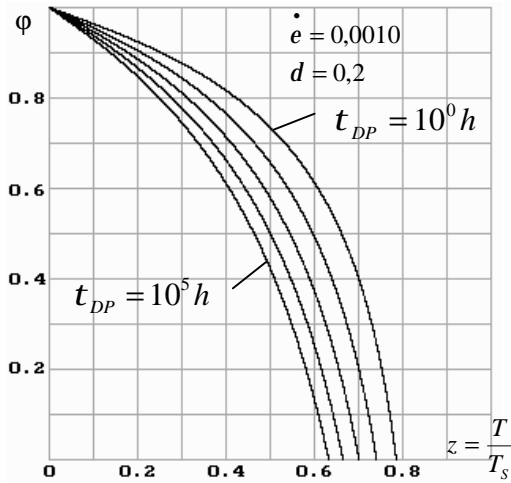


Рис. 6.37. $t_{DP} \in [10^0 \dots 10^5]$ годин

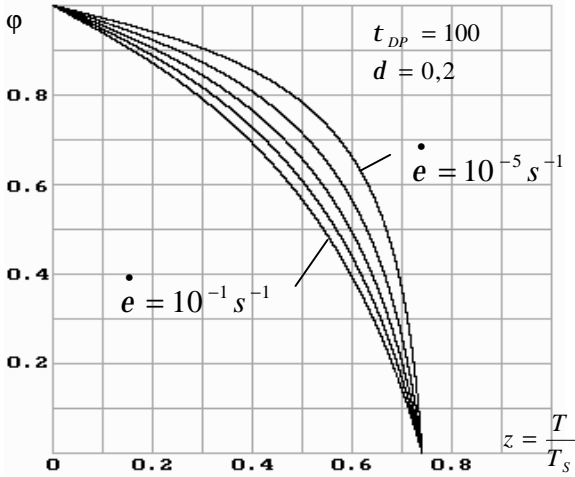


Рис. 6.38. $\dot{e} \in [10^{-1} \dots 10^{-5}] c^{-1}$

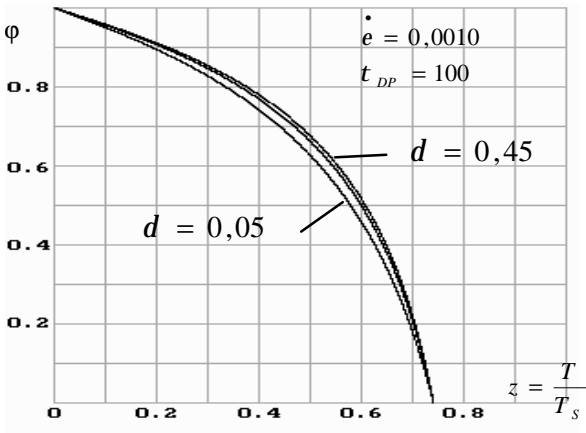


Рис. 6.39. $d \in [0,05 \dots 0,45]$

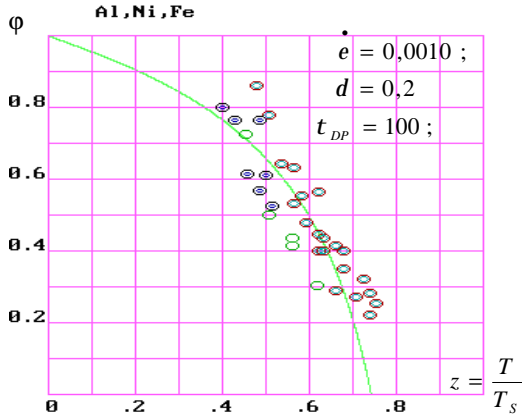


Рис. 6.40.

РЕЗЮМЕ РОЗДІЛУ 6

1. На основі уявлень синергетики і термоактиваційного аналізу отримані умови автомодельності рівнянь тривалої міцності для жароміцних сплавів на основі заліза і нікелю. Розроблена методологія експрес-аналізу жароміцності за мінімальною базою даних (в перспективі – по одній кривій деформування).

2. Розроблена експериментально-теоретична методологія прискореної оцінки ресурсу конструкцій за тривалою міцністю в умовах складного напруженого стану. На прикладі конструкцій, що обертаються (диски роторів ГТД, НМЕ, силових установок РКТ, електричних машин великої потужності), отримані робочі формули оцінки тривалої міцності за результатами короточасних випробувань.

3. Розроблено методологію експериментально-теоретичного визначення ресурсу елементів роторів ГТД прискореними методами. Основні положення методології підтверджені при оцінці ресурсу роторів нових виробів ракетно-космічної техніки.

РОЗДІЛ 7. ТЕРМОАКТИВАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕТИКИ ТРІЩИН

7.1. Термоактиваційна модель росту тріщини в нескінченній пластині. Перше наближення

Допущення моделі:

1. Будемо вважати, що пластична зона r_{nl} – однорідна, в межах якої $S_y = S_{0,2} = const$.
2. Характеристика жорсткості стискування пластичної деформації в вершині тріщини $M \in (2...6)$ і залишається постійною.

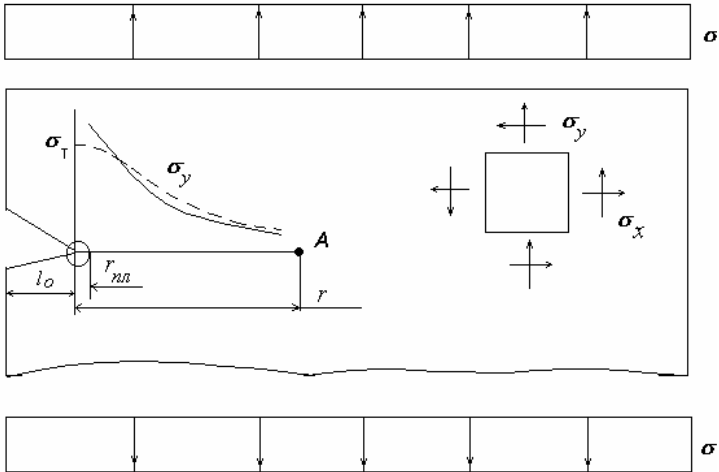


Рис. 7.1.

Для точок А:

$$K_I = s \sqrt{p l}; \quad (7.1)$$

$$S_y = \frac{K_I}{\sqrt{2pr}} = \frac{s \sqrt{p l}}{\sqrt{2pr}}; \quad (7.2)$$

$$r_{nl} = \frac{1}{Mp} \left(\frac{s \sqrt{pl}}{s_{0,2}} \right), \quad (7.3)$$

де $M = (2...6)$, характеристика жорсткості стискування пластичної деформації в вершині тріщини.

Для ПНС $M = 2$, для ПДС $M = 6$.

s – діючі напруги від зовнішнього навантаження.

Задача 7.1.

Знайти рівняння термоактиваційного росту тріщини в першому наближенні, якщо:

$$s_y = \begin{cases} s_{0,2} & \text{для } r \leq r_{nl} \\ 0, & \text{для } r > r_{nl} \end{cases} \quad (7.4)$$

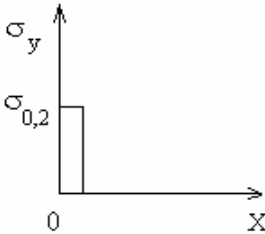


Рис. 8.2.

Розв'язок

1. Час руйнування пластичної зони $t_1 = t_0 \exp \frac{v_0 - g s_{0,2}}{kT}$.

Підростання тріщини за цей час $\Delta l_1 = r_{nl1}$.

В свою чергу $r_{nl1} = \frac{1}{Mp} \left(\frac{s \sqrt{pl_0}}{s_{0,2}} \right)^2 = D l_0$,

де $D = \frac{1}{M} \left(\frac{s}{s_{0,2}} \right)^2$.

Після підростання довжина тріщини стане $l_1 = l_0 + D l_0 = l_0 (1 + D)$. Вважаємо, що після проходження

тріщини пластичної зони r_{nl1} за час t_1 у вершині тріщини утворилась пластична зона r_{nl2} .

2. Час руйнування пластичної зони r_{nl2} становитиме:

$$t_2 = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{012}}{KT}.$$

Підростання тріщини за цей час

$$\Delta l_2 = r_{nl2}.$$

В свою чергу

$$r_{nl2} = \frac{1}{p} \left(\frac{s}{s_{02}} \right)^2 \cdot p(\mathbf{l}_0 + r_{nl1}) = D(\mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0) = D\mathbf{l}_0(1 + D).$$

Довжина тріщини стане

$$\mathbf{l}_0 = \mathbf{l}_1 + \Delta \mathbf{l}_2 = \mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0(1 + D) = \mathbf{l}_0(1 + D)^2.$$

Після проходження тріщиною пластичної зони r_{nl2} за час t_2 в вершині тріщини утворюється пластична зона r_{nl3} .

3. Час руйнування пластичної зони r_{nl3} становить:

$$t_3 = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{0,2}}{KT}$$

Підростання тріщини за цей час становить:

$$\Delta \mathbf{l}_3 = r_{nl3},$$

$$r_{nl3} = \frac{1}{Mp} \left(\frac{s}{s_{0,2}} \right)^2 p(\mathbf{l}_0 + r_{nl1} + r_{nl2}) =$$

$$D[\mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0(1 + D)] = D\mathbf{l}_0(1 + D)^2.$$

Довжина тріщини стане:

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_3 = \mathbf{l}_0 + r_{nl1} + r_{nl2} + r_{nl3} &= \mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0 + D\mathbf{l}_0(1 + D) + \\ &+ D\mathbf{l}_0(1 + D)^2 = \mathbf{l}_0(1 + D)^3 \end{aligned}$$

.....

Модель першого наближення дозволяє записати в загальному вигляді:

$$\begin{cases} t_i = t_1 = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{0,2}}{KT} = Dt, \\ D\mathbf{l}_i = r_{ni} = D\mathbf{l}_0 (1+D)^{i-1}, \\ \mathbf{l}_i = \mathbf{l}_0 (1+D)^i, \\ t_i = Dt \cdot i. \end{cases} \quad (7.5)$$

Із (7.5) маємо:

$$\frac{\Delta \mathbf{l}_i}{\mathbf{l}_i} = \frac{D}{1+D} = const. \quad (7.6)$$

Тобто приріст довжини тріщини пропорційний довжині тріщини.

Для $\Delta t = const$ це дає:

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = a\mathbf{l}. \quad (7.7)$$

Диференціальне рівняння (7.7) має експоненційний розв'язок

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}_0 \cdot e^{at}. \quad (7.8)$$

Легко бачити, що (7.6)–(7.8) відповідають рівнянню Періса для нескінченної пластинки:

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = c \left(s \sqrt{p\mathbf{l}} \right)^m, \quad (7.9)$$

якщо $m = 2$.

Таким чином, перше наближення (з врахуванням тільки напруг в пластичній зоні та утворенням нової пластичної зони після проходження тріщиною попередньої) дає експоненційний ріст тріщини, що відповідає $m = 2$ в рівнянні Періса.

7.2. Лінійна модель накопичення пошкоджень. Друге наближення

В другому наближенні моделі термоактиваційного росту тріщини спробуємо врахувати, на відміну від (7.4), вплив передісторії на час руйнування об'ємів II, III, ... (рис. 7.3).

Цей вплив можна наближено врахувати введенням середньої напруги $S_{21}, S_{31}, \dots, S_{32}, \dots$ і т.д. (рис. 7.3).

Це дозволяє записати:

Руйнування зони I

Час руйнування зони I

$$t_{11} = t_{11} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{02}}{KT}.$$

Підростання тріщини:

$$\Delta \mathbf{l}_1 = r_{II} = D \mathbf{l}_0.$$

Сумарна довжина тріщини:

$$\mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_0 + \Delta \mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_0 (1 + D).$$

Руйнування зони II

Час руйнування зони II t_{22} може бути знайденим з лінійної моделі:

$$\frac{t_{21}}{t_{21}} + \frac{t_{22}}{t_{22}} = 1. \quad (7.10)$$

де $t_{21} = t_{11} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{0,2}}{KT}$ – доля часу t_{21} , за який руйнувався I об'єм;

$t_{21} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{21}}{KT}$ – повний час, за який би зруйнувався II об'єм під дією S_{21} ;

t_{22} – повний час, за який би зруйнувався II об'єм під дією $S_{22} = S_{02}$;

$$t_{22} = t_{11} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{0,2}}{KT}.$$

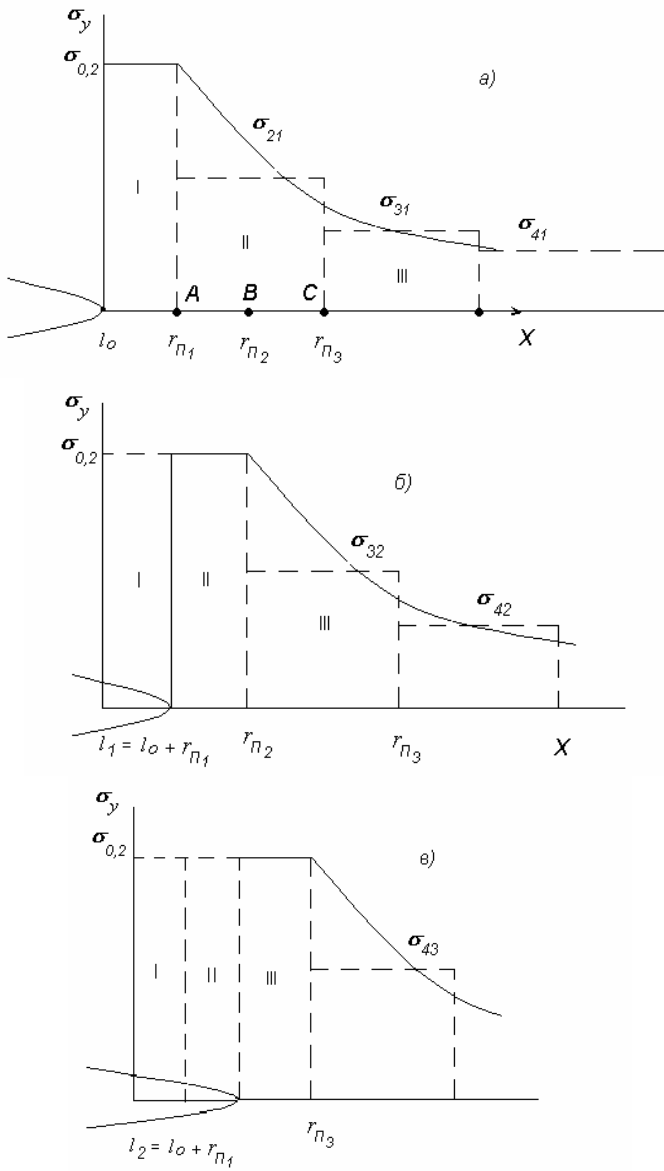


Рис. 7.3.

Для знаходження t_{22} в (7.10) необхідно визначити s_{21} – напруги, що діяли в II об’ємі, поки руйнувався об’єм I.

Доки тріщина проходить зону I, напружений стан в зоні II в точках A , B , C буде описуватись гіперболічною залежністю (7.2). Різниця s_y в точках A , B , C буде суттєвою (рис. 7.3, a): найбільше $s_y = s_{0,2}$ – в точці A і найменше – в точці C . Нехай $s_{21} = s_{yc}$. Тоді

$$\begin{aligned} s_{21} &= \frac{K_I}{\sqrt{2p(r_{II1} + r_{II2})}} = \frac{s\sqrt{pl_0}}{\sqrt{2p[Dl_0 + Dl_0(1+D)]}} = \\ &= \frac{s}{\sqrt{2[D + D(1+D)]}} = \frac{s}{\sqrt{2[(1+D)^2 - 1]}}. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Звідки

$$t_{22} = t_{22} \left(1 - \frac{t_{21}}{t_{21}}\right) = t_{11} \left(1 - \frac{t_{11}}{t_{21}}\right) < t_{11}. \quad (7.12)$$

Підростання тріщини за цей час на величину буде

$$Dl_2 > r_{II2} = Dl_0(1+D). \quad (7.13)$$

Сумарна довжина тріщини становитиме:

$$\begin{aligned} l_2 &= l_0 + Dl_1 + Dl_2 = l_0 + Dl_0 + Dl_0(1+D) = \\ &= l_0(1+D)^2. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Таким чином, (7.10)–(7.14) дозволяє знайти поправку в кінетиці руйнування II зони з врахуванням передісторії (від руйнування I зони).

Руйнування i -ої зони.

З врахуванням передісторії час руйнування i -ої зони може бути визначений з лінійної моделі:

$$\frac{t_{i1}}{t_{i1}} + \frac{t_{i2}}{t_{i2}} \dots + \frac{t_{ij}}{t_{ij}} + \dots + \frac{t_{ii}}{t_{ii}} = 1 \quad (7.15)$$

або:

$$\sum_{j=1}^i \frac{t_{ij}}{t_{ij}} = 1, \quad (7.16)$$

де

$$t_{ij} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{ij}}{KT}. \quad (7.17)$$

В рамках даної моделі

$$S_{ij} = \frac{S}{\sqrt{2} [(1+D)^{i-j+1} - 1]}. \quad (7.18)$$

Наприклад, для $i = 3$ маємо:

$$\frac{t_{31}}{t_{31}} + \frac{t_{32}}{t_{32}} + \frac{t_{33}}{t_{33}} = 1$$

де

$$t_{31} = t_{11}; t_{32} = t_{22} = t_{11} \left(1 - \frac{t_{11}}{t_{21}} \right);$$

$$t_{31} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{31}}{KT}; t_{32} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{32}}{KT};$$

$$t_{33} = t_{11} = t_0 \exp \frac{U_0 - gS_{0,2}}{KT};$$

$$S_{31} = \frac{S}{\sqrt{2} [(1+D)^3 - 1]}; S_{32} = \frac{S}{\sqrt{2} [(1+D)^2 - 1]};$$

$$S_{33} = \frac{S}{\sqrt{2} [(1+D) - 1]} = \frac{S}{\sqrt{2D}}.$$

Тоді:

$$\begin{aligned}
 t_{33} &= t_{33} \left[1 - \frac{t_{31}}{t_{31}} - \frac{t_{32}}{t_{32}} \right] = t_{11} \left[1 - \frac{t_{11}}{t_{31}} - \frac{t_{22}}{t_{32}} \right] = \\
 &= t_{11} \left[1 - \frac{t_{11}}{t_{31}} - \frac{t_{22} \left(1 - \frac{t_{11}}{t_{21}} \right)}{t_{32}} \right] < t_{22}.
 \end{aligned} \tag{7.19}$$

Для $i = 4$ маємо:

$$\frac{t_{41}}{t_{41}} + \frac{t_{42}}{t_{42}} + \frac{t_{43}}{t_{43}} + \frac{t_{44}}{t_{44}} = 1,$$

де

$$s_{41} = \frac{S}{\sqrt{2[(1+D)^4 - 1]}}; \quad s_{42} = \frac{S}{\sqrt{2[(1+D)^3 - 1]}} = s_{31};$$

$$s_{43} = \frac{S}{\sqrt{2[(1+D)^2 - 1]}} = s_{32} = s_{21}.$$

Тоді

$$t_{42} = t_{31}; \quad t_{43} = t_{32} = t_{21}.$$

Це дозволяє отримати:

$$\begin{aligned}
 t_{44} &= t_{44} \left[1 - \frac{t_{11}}{t_{41}} - \frac{t_{22}}{t_{42}} - \frac{t_{33}}{t_{43}} \right] = \\
 &= t_{11} \left[1 - \frac{t_{11}}{t_{41}} - \frac{t_{11} \left(1 - \frac{t_{11}}{t_{21}} \right)}{t_{31}} - \frac{t_{11} \left[1 - \frac{t_{11}}{t_{31}} - \frac{t_{22} \left(1 - \frac{t_{11}}{t_{21}} \right)}{t_{21}} \right]}{t_{21}} \right]
 \end{aligned} \tag{7.20}$$

Як слідує із (7.18),

$$S_{ij} = S_{i\pm k, j\pm k}, \quad (7.21)$$

що дозволяє записати

$$t_{ij} = t_{i\pm k, j\pm k}. \quad (7.22)$$

Співвідношення (7.15)–(7.22) легко алгоритмуються, що дає змогу досить легко побудувати алгоритм обчислення t_{ii} (*i*). Вихідними даними для побудови такого алгоритму є:

- T – температура випробовувань;
- T_s – температура плавлення матеріалу;
- $t_0 \cong 10^{-13}$ – період теплових коливань атомів;

$$a = \frac{S}{S_{0,2}},$$

де

- $S_{0,2}$ – границя пружності;
- S – діючі напруги від зовнішнього навантаження;
- l_0 – початкова довжина тріщини;
- M – характеристика жорсткості стискування пластичної деформації в вершині тріщини.

Коли розрахунок напруг вести по середині пластичної зони (точка *B*, рис. 7.3), то в загальному вигляді це дозволяє отримати:

$$S_{ij} = \frac{S}{\sqrt{2 \left[(1+D)^{i-j+1} - 1 \right] - D}}, \quad (7.23)$$

що відрізняється від (7.18) тільки на постійну D в знаменнику.

Різні реалізації співвідношень (7.15)–(7.22) наведені в таблицях 7.1–7.6.

Таблиця 7.1

Моделювання росту тріщини в сплавах алюмінію: $T_s = 930 \text{ K}$, $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\text{кДж}} \cdot \frac{\text{МПа}}{\text{Моль}}$				lnC	m	$r_{0/1}$
1	2	3	4	6	7	8	9	10
0,3	450	0,2	0,001	0,027	32,001	- 33,606	2,767	0,999
	500				25,819	- 26,806	2,853	0,999
	550				20,759	- 21,060	2,922	0,999
	600				16,541	- 16,063	2,981	0,999
	650				12,971	- 11,582	3,033	0,999
0,6	450	0,2	0,001	290,424	32,059	- 36,035	2,655	1,000
	500				25,862	- 29,387	2,727	0,999
	550				20,791	- 23,771	2,788	0,999
	600				16,565	- 18,899	2,842	0,999
	650				12,989	- 14,517	2,888	0,999
0,9	450	0,2	0,001	167263040,000	32,066	- 37,296	2,549	1,000
	500				25,866	- 30,746	2,626	1,000
	550				20,794	- 25,215	2,694	1,000
	600				16,566	- 20,409	2,756	0,999
	650				12,989	- 16,104	2,813	0,999

Таблиця 7.2

Моделювання росту тріщини в сплавах алюмінію: $T_s = 930 \text{ K}$; $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\text{Моль} \cdot \text{МПа}}$				$\ln C$	m	$r_{1/2}$
1	2	3	4	5	6	7	9	10
0,3	450	0,5	0,001	0,027	31,749	- 34,469	2,143	0,994
	500				25,665	- 27,825	2,350	0,996
	550				20,661	- 22,156	2,526	0,998
	600				16,479	- 17,193	2,673	0,999
	650				12,930	- 12,722	2,796	0,999
0,6	450	0,5	0,001	290,424	31,914	- 35,854	2,246	0,999
	500				25,799	- 29,557	2,361	0,999
	550				20,764	- 24,199	2,474	0,999
	600				16,553	- 19,506	2,580	1,000
	650				12,983	- 15,269	2,678	1,000
0,9	450	0,5	0,001	167263040,000	31,989	- 36,691	2,186	1,000
	500				25,844	- 30,484	2,276	1,000
	550				20,788	- 25,272	2,374	1,000
	600				16,565	- 20,723	2,474	1,000
	650				12,989	- 16,623	2,574	1,000

Таблиця 7.3

Моделювання росту тріщини в сплавах алюмінію: $T_s = 930 \text{ K}$; $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\kappa Дж}$ <i>Моль · МПа</i>				lnC	m	$r_{1/1}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	450	0,8	0,001	0,027	31,141	– 34,310	1,666	0,985
	500				25,325	– 28,071	1,896	0,989
	550				20,472	– 22,640	2,136	0,993
	600				16,370	– 17,797	2,361	0,996
	650				12,869	– 13,375	2,561	0,998
0,6	450	0,8	0,001	290,424	31,314	– 34,887	2,032	0,999
	500				25,509	– 29,010	2,127	0,999
	550				20,637	– 23,982	2,242	0,999
	600				16,502	– 19,548	2,369	0,999
	650				12,964	– 15,501	2,498	0,999
0,9	450	0,8	0,001	167263040,000	31,429	– 35,440	2,044	0,999
	500				25,615	– 29,669	2,103	0,999
	550				20,713	– 24,783	2,1844	1,000
	600				16,546	– 20,509	2,283	1,000
	650				12,985	– 16,639	2,396	1,000

Таблиця 7.4

Моделювання росту тріщини в сплавах заліза: $T_s = 1800$ К, $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\text{Моль} \cdot \text{МПа}}$				lnC	m	$r_{0/1}$
1	2	3	4	6	7	8	9	10
0,3	850	0,2	0,001	0,027	33,567	- 34,541	2,959	0,999
	900				30,041	- 30,707	2,985	0,999
	950				26,887	- 27,230	3,009	0,999
	1000				24,047	- 24,052	3,030	0,998
	1050				21,478	- 21,125	3,050	0,998
0,6	850	0,2	0,001	290,424	33,594	- 37,270	2,822	0,999
	900				30,065	- 33,484	2,845	0,999
	950				26,908	- 30,052	2,867	0,999
	1000				24,066	- 26,917	2,886	0,999
	1050				21,494	- 24,031	2,905	0,999
0,9	850	0,2	0,001	167263040,000	33,728	- 38,728	2,733	0,999
	900				30,066	- 34,974	2,760	0,999
	950				26,908	- 31,573	2,786	0,999
	1000				24,066	- 28,467	2,809	0,999
	1050				21,495	- 25,607	2,831	0,999

Таблиця 7.5

Моделювання росту тріщини в сплавах заліза: $T_s = 1800$ К, $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\text{кДж}} \frac{\text{Моль} \cdot \text{МПа}}{\text{МПа}}$				lnC	m	$r_{0/1}$
1	2	3	4	6	7	8	9	10
0,3	850	0,5	0,001	0,027	33,492	- 35,531	2,618	0,999
	900				29,980	- 31,716	2,681	0,999
	950				26,836	- 28,254	2,737	0,999
	1000				24,005	- 25,086	2,788	0,999
	1050				21,443	- 22,167	2,833	0,999
0,6	850	0,5	0,001	290,424	33,577	- 37,711	2,539	1,000
	900				30,054	- 34,007	2,587	1,000
	950				26,900	- 30,644	2,631	1,000
	1000				24,060	- 27,567	2,672	1,000
	1050				21,490	- 24,731	2,710	1,000
0,9	850	0,5	0,001	167263040,000	33,593	- 38,832	2,434	1,000
	900				30,065	- 35,190	2,480	1,000
	950				26,908	- 31,886	2,524	1,000
	1000				24,066	- 28,865	2,567	1,000
	1050				21,495	- 26,082	2,608	1,000

Таблиця 7.6

Моделювання росту тріщини в сплавах заліза: $T_s = 1800$ К, $M = 2$

Змінні параметри			l_0	l_κ	Int_κ	Параметри Періса		
$a = \frac{s}{s_{02}}$	$T^0 K$	$\frac{g}{\text{кДж}} \frac{\text{Моль} \cdot \text{МПа}}{\text{Моль} \cdot \text{МПа}}$				lnC	m	$r_{0/1}$
1	2	3	4	6	7	8	9	10
0,3	850	0,8	0,001	0,027	33,358	- 35,967	2,275	0,995
	900				29,876	- 32,203	2,375	0,996
	950				26,755	- 28,776	2,465	0,997
	1000				23,941	- 25,633	2,547	0,998
	1050				21,392	- 22,729	2,621	0,999
0,6	850	0,8	0,001	290,424	33,504	- 37,577	2,318	0,999
	900				30,006	- 33,979	2,377	0,999
	950				26,868	- 30,707	2,434	0,999
	1000				24,039	- 27,708	2,489	0,999
	1050				21,477	- 24,938	2,542	1,000
0,9	850	0,8	0,001	167263040,000	33,559	- 38,442	2,242	1,000
	900				30,047	- 34,916	2,289	1,000
	950				26,899	- 31,716	2,338	1,000
	1000				24,062	- 28,788	2,387	1,000
	1050				21,493	- 26,088	2,437	1,000

Як показує аналіз даних таблиць, значення параметра Періса n сягає діапазону 2...3, що трохи менше експериментальних даних. Навіть теоретичні оцінки самоподібного росту тріщини втоми, як показано вище, повинні давати значення 2...4. На нашу думку, це пов'язано з тим, що модель будувалась для нескінченно тонкої пластини і не враховувала:

- звивистість фронту тріщини за товщиною пластини;
- тунельні ефекти та ротаційні моди [1–2];
- зміну параметрів стискування пластичної деформації вздовж довжини тріщини;
- нелінійний характер накопичення втомних пошкоджень та ін.

В подальших уточненнях моделі, очевидно, є необхідність врахувати вказані спрощення запропонованої моделі.

РОЗДІЛ 8. САМОПОДІБНІСТЬ І ФРАГМЕНТАЦІЯ РУЙНУВАННЯ

8.1. Технологічні аспекти фрагментації руйнування

В багатьох технологічних процесах вихідна сировина в процесі переробки піддається подрібненню і руйнуванню. В одних технологіях це є самоціллю (здрібнювання призводить до збільшення площі поверхні й істотно прискорює кінетику реакцій), в інших – об'єктивною необхідністю (як, наприклад, при видобутку природного каменю, де основна ціль – одержання великих блоків).

З подрібненням сировини пов'язані технології виробництв борошна, круп, рослинної олії, графіту, щебеню, цукру, деревинних плит, паперу, металів, цементу, вапна і багатьох інших. Актуальна ця проблема і в технологіях обробки ґрунтів і добування та збагачення руд.

В усьому різноманітті виробництв, пов'язаних із здрібнюванням (або відділенням частин від цілого – як в каменедобуванні) використовуються такі технологічні прийоми подрібнення:

- удар;
- вибух;
- статичний тиск;
- гідростатичний тиск;
- ротаційно-трансляційний вплив;
- ротаційно-фрикційний вплив;
- термоудар
- термоциклювання та ін.

Для реалізації цих прийомів використовується різноманітне устаткування – від ручних молотів, клинів, пресів і млинів до електроімпульсних ударників, ультразвукових гідроімпульсних і плазмових різаків та ін.. І проте, при такому різноманітті технологій здрібнювання, важливо виділити їхні загальні риси.

По-перше, перераховані технологічні прийоми подрібнення вихідної сировини характеризуються інтенсивними потоками енергії, спрямованими від робочих органів до оброблюваної

сировини, у зв'язку з чим стан останньої істотно нерівновісний.

По-друге, фрагментація, подрібнення, руйнування практично усіх твердих тіл відбувається за точкою А (рис. 8.1) (точка А розділяє лінійну і нелінійну поведінку матеріалу). А це означає, що є всі підстави говорити про нелінійну поведінку сировини в фазі передруйнування та руйнування.

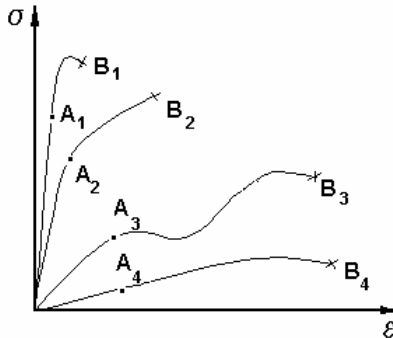


Рис. 8.1

По-третє, практично у всіх технологічних операціях подрібнення сировини має місце взаємодія робочого органу одночасно з великим числом фрагментів, а також взаємодія фрагментів між собою. А це означає стохастичність динаміки фрагментів.

По-четверте, при такій взаємодії виконавчого органу з фрагментами сировини дуже ймовірна істотна неоднорідність енергетичних потоків як через різноманітні фрагменти, так і через різні зони одного фрагмента.

По-п'яте, система "робочий орган – сировина, що оброблюється" є термодинамічно відкритою, тобто може обмінюватися з навколишнім середовищем масою, енергією і (чи) ентропією. Відомо, що I...V – типові ознаки синергетичних систем [1].

Як було показано раніше [1, 2], синергетичним системам властиві самоорганізація, елементи скейлінгу та фрактальність. Спробуємо з цих позицій підійти до побудови фрагментарної діаграми при тому або іншому технологічному впливові на вихідну сировину з метою подрібнення або руйнування

останньої.

Під фрагментарними діаграмами будемо розуміти залежності кількості часток заданого розміру $N_j(V_i; d_i; \log V_i; \log d_i)$ або $V_j(V_i; d_i; \log V_i; \log d_i)$, де V_i , d_i – об'єм і приведений діаметр частки j -ої фракції, N_j , V_j – кількість часток і сумарний об'єм даної фракції.

Такими діаграмами користуються достатньо давно в різноманітних технологіях здрібнювання: соломи, макаронів ($\approx R^1$), скла, тканин, листових матеріалів ($\approx R^2$), каменю, зерна, буряків, руд та ін. ($\approx R^3$), а також у технологіях вирощування кристалів, гранул, зерен і плодів харчових і технічних культур та ін.

В доступній нам літературі показано, що гістограми N_j і V_j близькі до нормального чи нормально-логіфічного розподілу, що зв'язується з виконанням центральної граничної теореми. Спроб побудови теоретичної діаграми $N_j(V_i; d_i)$ чи $V_j(V_i; d_i)$ з інших позицій нами не виявлено.

За альтернативу пропонується підхід, заснований на синергетичній моделі руйнування.

8.2. Самоподібне розбиття D -простору декартовим D -рядом площин. Простір R^3

Нехай довільний простір R^D (D приймає як цілі, так і нецілі значення) розбивається рядом m паралельних площин у кожному напрямку, причому розбиття нехай буде декартовим, тобто ряд площин із різних напрямків взаємоортогональні. Для виконання умов самоподібності (скейлінгу) потрібно, щоб відстані між паралельними площинами задовольняли ряду:

$$a; aG; aG^2; aG^3; \dots \quad (8.1)$$

де G – масштабний множник ($G < 1$).

На рис. 8.2 наведені окремі випадки самоподібного розбиття простору $D = 1$, $D = 2$ і $D = 3$.

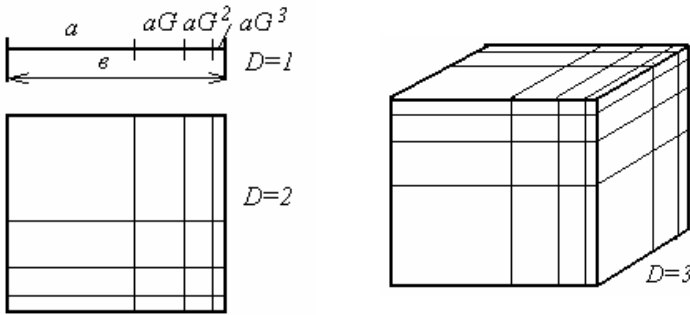


Рис. 8.2

В таблиці 8.1 наведені результати декартового розбиття підпростору R^3 трьома сімействами взаємоперпендикулярних площин при $m = 2$; $G = 0,5$; $a = 4$.

В таблиці 8.2 результати таблиці 8.1 впорядковані. На рис. 8.4 наведені результати таблиці 8.2. Графік $N_j \left(\log_{\frac{1}{G}} V_i \right)$ являє собою симетричний розподіл, що дуже нагадує нормальний.

Таблиця 8.1

Розбиття простору R^3 при $m = 2$; $a = 4$; $G = 0,5$

Розмір фрагменту	Об'єм фрагменту відносних одиниць
1	2
4*4*4	64
4*4*2	32
4*4*1	16
4*2*4	32
4*2*2	16
4*2*1	8
4*1*4	16
4*1*2	8
4*1*1	4

Закінчення таблиці 8.1

1	2
2*4*4	32
2*4*2	16
2*4*1	8
2*2*4	16
2*2*2	8
2*2*1	4
2*1*4	8
2*1*2	4
2*1*1	2
1*4*4	16
1*4*2	8
1*4*1	4
1*2*4	8
1*2*2	4
1*2*1	2
1*1*4	4
1*1*2	2
1*1*1	1

Таблиця 8.2

Розбиття простору R^3 при $m = 2$; $a = 4$; $G = 0,5$

Об'єм фрагменту V_i	$\log_{\frac{1}{G}} V_i$	Число фрагментів даного об'єму n_i	$V_i \cdot n_i$
1	2	3	4
1	0	1	1
2	1	3	6
4	2	6	24
8	3	7	56
16	4	6	64
32	5	3	96
64	6	1	64

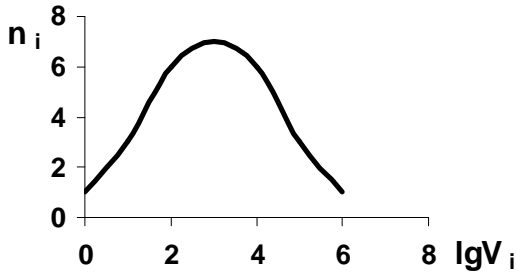
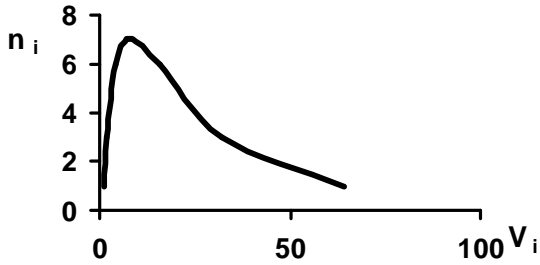


Рис. 8.3 (за таблицею 8.2)

Аналогічні результати при ортогональному самоподібному розбитті простору R^3 рядом трьох площин ($m = 3$, $a = 8$, $G = 0,5$) наведені в таблиці 8.3.

Таблиця 8.3

Розбиття простору R^3 при $m = 3$; $a = 8$; $G = 0,5$

Об'єм фрагменту V_i	$\log_{\frac{1}{G}} V_i$	Число фрагментів даного об'єму n_i	$V_i \cdot n_i$
1	2	3	4
1	0	1	1
2	1	3	6
4	2	6	24
8	3	10	80
16	4	12	192

Закінчення таблиці 8.3

1	2	3	4
32	5	12	384
64	6	10	640
128	7	6	768
256	8	3	768
512	9	1	512

Таблиця 8.4

**Число фрагментів при самоподібному розбитті простору R^3
сімейства m площин**

m	$N_z = (m+1)^D$	
0	1	1
1	8	1 3 3 1
2	27	1 3 6 7 6 3 1
3	64	1 3 6 10 12 12 10 6 3 1
4	125	1 3 6 10 15 18 19 18 15 10 6 3 1
5	216	1 3 6 10 15 21 25 27 27 25 21 15 10 6 3 1
6	343	1 3 6 10 15 21 28 33 36 37 36 33 28 21 15 10 6 3 1
кіль-ть площин	кіль-ть фраг- ментів	
		$j=0 \quad j=1 \quad j=2 \quad j=3 \dots$

У випадку довільного цілого позитивного $m \in \mathbb{N}$ число фрагментів самоподібного розбиття R^3 виражається відповідним рядком таблиці 8.4, що має ряд цікавих властивостей:

- 1) симетрія елементів рядків щодо вертикальної осі таблиці;
- 2) таблиця розпадається на 3 зони, причому I і III – збігаються між собою і складаються з однакових рядків і похилих стовпчиків, для котрих справедливо рекурентне співвідношення:

$$n_{i+1} = 2n_i - n_{i-1} + 1. \quad (8.2)$$

3) при заданому m , де m – кількість січних площин, елементи m -го рядка таблиці 8.4, описуються трьома параболами (відповідно для I, II і III зон):

$$N_j^I = \frac{j^2}{2} + \frac{3}{2}j + 1; \quad \text{для } j \leq m$$

$$N_j^{II} = -j^2 + 3mj - \frac{3}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 1; \quad m \leq j \leq 2m \quad (8.3)$$

$$N_j^{III} = \frac{j^2}{2} - 3mj - \frac{3}{2}j + \frac{9}{2}m^2 + \frac{9}{2}m + 1; \quad j \geq 2m$$

При цьому характерно, що параболи I і II, а також II і III зшиваються в точках $j = m$ і $j = m - 1$ для першої пари $j = 2m$ і $j = 2m + 1$ для другої пари, причому співпадають і їх похідні.

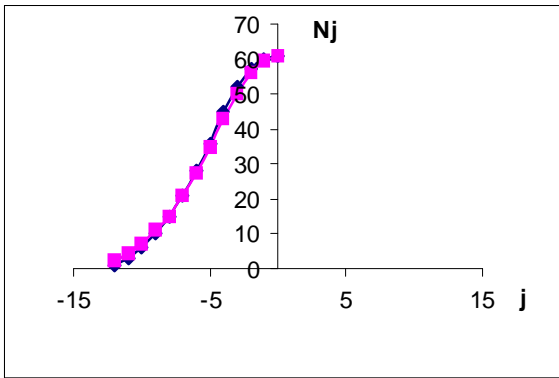


Рис. 8.4

На рис. 8.4 показано, що фрагментарна діаграма самоподібного розбиття простору R^3 : $N_j \left(\log_{\frac{1}{G}} V_i \right)$ дуже близько

збігається з нормальним законом розподілу $N_j = Al^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{j-\bar{j}}{s} \right)^2$,

що після підстановки дає:

$$N_{(j,m)} = \left(\frac{3}{4} m^2 + \frac{3}{2} m + 1 \right) \cdot \mathbf{1}^{-\frac{1}{2} \left(\frac{j-1,5m}{0,6m} \right)^2}. \quad (8.4)$$

Характерно, що апроксимація рис. 8.4 за допомогою класичного методу найменших квадратів із попередньою лінеаризацією дає набагато гірше наближення.

8.3. Самоподібне D -розбиття при довільному D

Як показує аналіз 8.2, самоподібне розбиття простору R^3 дозволяє побудувати таблицю 8.4, елементи якої знаходяться в тісному спорідненні з біноміальними коефіцієнтами:

$$C_m^r = \frac{m!}{(m-r)!r!}, \quad (8.5)$$

які породжують відомий трикутник Паскаля. В даному випадку, зони I і III таблиці 4 можуть бути побудовані за допомогою ряду:

$$1; 3; 6; 10; 15; 21; \dots \quad (8.6)$$

(8.6) є ніщо інше, як C_m^r при $r = 2$. Такий підхід є дуже привабливим, тому що дозволяє звести задачу про самоподібне розбиття простору R^D до відомих рішень.

У загальному випадку в просторі R^D нехай є "куб" зі стороною \mathbf{v} , і нехай цей "куб" розбивається в кожному із D напрямку системою m паралельних площин, віддалених одна від одної на відстані (8.1). Прирівнюючи об'єми "куба" до і після розбиття, маємо:

$$\mathbf{v}^D = \left(a + aG + aG^2 + aG^3 + \dots + aG^m \right)^D. \quad (8.7)$$

Або:

$$\mathbf{v}^D = a^D \left(1 + G + G^2 + \dots + G^m \right)^D. \quad (8.8)$$

Із (8.8) очевидно, що при заданих m і D фрагментарна діаграма $N_j = \left(\log_{\frac{1}{G}} V_i \right)$ буде визначатися залежністю:

$$N_j = f \left[\left(1 + G + G^2 + \dots + G^m \right)^D \right]. \quad (8.9)$$

Так, для $D = 1$ маємо (табл. 8.5):

Таблиця 8.5

Фрагментарна діаграма при самоподібному розбитті R^1

($D = 1$):

	m	$N_{\Sigma} = (m+1)^D$
1	0	1
1 1	1	2
1 1 1 1	3	3
1 1 1 1 1	3	4
.....		

Аналогічно, для $D = 2$:

Таблиця 8.6

Фрагментарна діаграма при самоподібному розбитті R^2

($D = 2$):

	m	$N_{\Sigma} = (m+1)^D$
1	0	1
1 2 1	1	4
1 2 3 2 1	2	9
1 2 3 4 3 2 1	3	16
1 2 3 4 5 4 3 2 1	4	25

Відповідно при $D = 3$ одержуємо із (8.9) фрагментарну діаграму у вигляді отриманої раніше таблиці 8.4.

Аналіз результатів таблиць 8.4–8.6 показує, що при самоподібному руйнуванні одномірних тіл (стрижнів)

фрагментарна діаграма має вид рівномірного розподілу, двомірних тіл (пластин) – гістограма має вид рівнобедреного трикутника з прямим кутом у вершині, а тримірних тіл (масивів) – гістограма описується трьома квадратичними параболою і має достатньо гарне наближення до нормального закону. Для точного опису фрагментарної діаграми нормальним розподілом розмірність простору R^D повинна бути дещо більше трьох, можливо, $D \Rightarrow p$.

У загальному випадку, як витікає з цілочислових D , фрагментарна діаграма $N_j = f(j^{D-1})$ описується поліномом із розмірністю, меншим розмірності простору D на одиницю, що характерно для диференційних розподілів. Так, якщо $N_\Sigma = j(j^D)$, то $N_j = \frac{\partial N_\Sigma}{\partial j} = f(j^{D-1})$. Проте в загальному випадку, навіть для цілочислових D , це ще потрібно довести. При довільному як цілому, так і нецілому D , фрагментарна діаграма $N_j(\log_G V_i)$ може бути отримана при розкладанні по цілих ступенях G^j функції:

$$y = (1 + G + G^2 + \dots + G^m)^D. \quad (8.10)$$

Скористаємося розкладанням (8.10) в ряд Тейлора:

$$y(G) = y(0) + G \cdot y'(0) + \frac{G^2}{2!} y''(0) + \frac{G^3}{3!} y'''(0) \dots \quad (8.11)$$

Очевидно, коефіцієнти розкладання в (8.11)

$$y(G); y'(0); \frac{y''(0)}{2!}; \frac{y'''(0)}{3!}; \dots \quad (8.12)$$

і будуть утворювати фрагментарну діаграму $N_j(\log_G V_i)$ яка характеризує розподіл блоків за розмірами при самоподібному розбитті простору R^D m -кої паралельних площин, які мають відстань один від одного (8.1) в кожному із напрямків. Причому в даному випадку співвідношення (8.12) придатні як для цілочислових D (метричних просторів), так і для дробних

(фрактальних, або нещільних просторів).

Очевидно, (8.12) легше визначити для $m \rightarrow \infty$. Тоді, при $G < 1$, із (8.10) витікає:

$$y = \frac{1}{(1-G)^D} = (1-G)^{-D}, \quad (8.13)$$

що дозволяє відразу розкласти по цілих ступенях G :

$$y(G) = 1 + D \cdot G + \frac{D(D+1)}{2!} G^2 + \frac{D(D+1)(D+2)}{3!} G^3 + \dots \quad (8.14)$$

У випадку кінцевого m перші m членів (8.12) збігаються з (8.14).

В таблиці 8.7 наведені значення коефіцієнтів (8.12) для різних розмірностей простору D .

При будь-якому цілому позитивному D відповідний рядок таблиці 8.7 збігається з одним із похилих стовпчиків у трикутнику Паскаля, як показано в таблиці 8.8.

Таблиця 8.7

Значення $N_j(\log_G V_i)$ при самоподібному розбитті

R^D m -рядом площин ($m \in \mathbb{N}$)

$\frac{N_j}{R^D}$	N_0	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	...
R^1	1	1	1	1	1	1	...
R^2	1	2	3	4	5	6	...
R^3	1	3	6	10	15	21	...
R^4	1	4	10	20	35	56	...
R^p	1	3,14	6,505	11,149	17,119	24,451	...
$R^{0,5}$	1	0,5	0,375	0,3125	0,273	0,246	...
$R^{1,5}$	1	1,5	1,875	2,1875	2,461	2,707	...

**Породження фрагментарних діаграм
самоподібного розбиття R^D при цілих D і $m \in \mathbb{N}$
коефіцієнтами бінома $(1+x)^m$**

$m=0$								1					
$m=1$							1	1					
$m=2$						1	2	1					
$m=3$				1	3	3	1						
$m=4$			1	4	6	4	1						
$m=5$		1	5	10	10	5	1						
..
		D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
		1	2	3	4	5							

8.4. Диференційні та інтегральні діаграми. Розподіли фракцій за об'ємами

Отже, при будь-якій розмірності простору D число блоків того або іншого об'єму при самоподібному розбитті R^D визначається рядом (8.12).

Являє практичний інтерес побудова фрагментарних діаграм розподілу "об'єму" v^D за фракціями у диференційному й інтегральному видах.

Сумарний об'єм "кубу" v^D , що розбивається

$$V = \left(\frac{1-G^m}{1-G} \right)^D \cdot a^D = b^D. \quad (8.15)$$

З іншого боку, із (7.14):

$$V = a^D \left[1 + D \cdot G + \frac{D(D+1)}{2!} G^2 + \frac{D(D+1)(D+2)}{3!} G^3 + \dots \right] \quad (8.16)$$

(8.15) і (8.16) дозволяють знайти розподіл v^D за фракціями:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= b^D (1-G)^D; \\
 V_1 &= b^D (1-G)^D \cdot DG; \\
 V_2 &= b^D (1-G)^D \frac{D(D+1)}{2!} G^2; \\
 &\dots\dots\dots \\
 V_n &= b^D (1-G)^D \frac{(D+n-1)!}{n!(D-1)!} G^n.
 \end{aligned}
 \tag{8.17}$$

Тоді, побудувавши (8.17) у вигляді залежності

$$V_n = V_n(n), \tag{8.18}$$

будемо мати диференційну фрагментарну діаграму.

Оскільки в (8.18) $n \approx \ln V_i \approx D \ln d_i$ де V_i і D_i – відповідно характерний об'єм і характерний розмір фрагментів фракції, то можна вважати $V_n(n)$ діаграмами розподілу об'єму за логарифмом розміру фрагментів, причому великим n відповідають менші розміри фракції.

Інтегральні криві розподілу об'єму можна отримати із співвідношень:

$$\begin{aligned}
 V_{\Sigma 0} &= V_0; \\
 V_{\Sigma 1} &= V_0 + V_1; \\
 V_{\Sigma 2} &= V_0 + V_1 + V_2; \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{8.19}$$

$$V_{\Sigma n} = \sum_{i=1}^n V_i,$$

для яких більшим значенням n відповідають менші розміри фракцій.

Як було показано в (8.17), член ряду (8.12) підпорядковується залежності

$$a_n = \frac{(D+n-1)!}{(D-1)!n!}. \quad (8.21)$$

Для $D = 2$ це дає

$$a_n(1, n) = 1. \quad (8.22)$$

Для $D = 2$:

$$a_n(2, n) = n + 1. \quad (8.23)$$

Для $D = 3$:

$$a_n(3, n) = \frac{(n+1)(n+2)}{2!} \quad (8.24)$$

і т.д., тобто з (8.21) у загальному виді витікає, що для цілих D кількість фрагментів даного об'єму N_j підпорядковується $N_j = f(j^{D-1})$, тобто описується поліномом, старший степінь якого на одиницю менше розмірності простору D , що було показано раніше в окремих випадках.

8.5. Інші випадки самоподібного розбиття простору R^D

Розглянемо випадок, коли кількість січних площин у кожному напрямку неоднакова, а скейлінговий множник – той же.

Наприклад, в просторі R^3 паралелепіпед розбивається трьома площинами перпендикулярно осі OX , двома площинами перпендикулярно осі OY та одною площиною перпендикулярно осі OZ . Тоді:

$$\begin{aligned} f(n, G) &= (1+G+G^2+G^3)(1+G+G^2)(1+G) = \\ &= 1+3G+5G^2+6G^3+5G^4+3G^5+G^6. \end{aligned} \quad (8.25)$$

Як видно з (8.25), і в цьому випадку фрагментарна діаграма $N_j(\log_G V_i)$ має властивості симетрії, аналогічно таблиці 8.4, і у випадку $m \rightarrow \infty$ відповідає таблиці 8.4.

Випадки, коли $Gx \neq Gy \neq Gz$ є менш цікавими з погляду побудови фрагментарних діаграм, та є більш громіздкими.

8.6. Фрагментація руйнування та утворення вільних поверхонь

Енергія, яка підводиться до деформованого твердого тіла, витрачається на:

- а) зниження висоти потенційного бар'єра;
- б) підвищення температури осциляторів.

І перше, і друге призводить до збільшення можливості активованих стрибків, що в остаточному підсумку і призводить до утворення нової вільної поверхні, тобто руйнування.

При короткочасному навантаженні, скориставшись параболічним наближенням кривої деформування:

$$s = s_B \left(\frac{e}{d} \right)^m, \quad (8.26)$$

де $m \in [0...1]$. Для $m = 0$ – ідеальна пластичність, для $m = 1$ – ідеальна пружність. Як показано раніше, частіше за все для ОЦК і ГЦК металів $m \cong 0,5$.

Тоді питома енергія деформації дорівнює роботі зовнішніх сил:

$$\bar{A}_p = \int_0^d s_B \left(\frac{e}{d} \right)^m de = \frac{s_B \cdot d}{m+1}. \quad (8.27)$$

У перерахунку на один моль це дає:

$$\bar{A}_{p, \text{моль}} = \frac{d_B \cdot d \cdot N_A \cdot a_0^3}{10^3 \cdot (m+1) \cdot r}, \quad (8.28)$$

де $r = 2$ для ОЦК і $r = 4$ для ГЦК ґратки.

Якби вся підведена енергія пішла на підогрів тіла, то прирівнявши (8.28) до $R \cdot \Delta T$, можна отримати в адіабатичному наближенні

$$\Delta T = \frac{s_B \cdot d \cdot N_A \cdot a_0^3}{10^3 \cdot (m+1) \cdot r \cdot R}, \quad (8.29)$$

де $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро;

a_0 – постійна ґратки;
 R – універсальна газова постійна.

Приклад

Для алюмінієвого сплаву Д16 $s_B = 440$ Мпа; $d = 0,18$;
 $a_0 = 4,05 \cdot 10^{-10}$; $r = 4$ (ГЦК).

Тоді:

$$DT = \frac{440 \cdot 10^6 \cdot 0,18 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot (4,05 \cdot 10^{-10})^3}{10^3(0,5+1) \cdot 4 \cdot 8,31 \cdot 10^{-3}} = 63,5 \text{ К.}$$

Це – верхня оцінка.

При підводі до кожного осцилятора енергії $\approx kTs$ утвориться N частинок (фрагментів) із вільною поверхнею

$$N \cdot 2a_0^2 \leq S \leq N \cdot 6a_0^2, \quad (8.30)$$

де
$$N = \frac{V \cdot r}{a_0^3};$$

V – об'єм тіла.

Для стандартних зразків $l = 5d$. Тоді

$$V = \frac{pd^2}{4} \cdot l = N_A \cdot \frac{a_0^3}{r}. \quad (8.31)$$

Звідки

$$d = a_0 \sqrt[3]{\frac{4}{5p} \cdot \frac{N_A}{r}}. \quad (8.32)$$

При руйнуванні зразка на 2 частини маємо граничні оцінки (в адіабатичному наближенні):

$$DS_2 = 2 \cdot \frac{pd^2}{4} = \frac{pd^2}{2}; \quad (8.33)$$

$$T_2 = T_0 + DT = T_0 + \frac{s_B \cdot d \cdot N_A \cdot a_0^3}{10^3(m+1)r \cdot R}.$$

При руйнуванні зразка об'ємом 1 моль на N_A частинок маємо:

$$DS_N = 12a_0^2 \frac{N_A}{r}. \quad (8.34)$$

Це дозволяє одержати співвідношення для проміжних станів:

$$\frac{T_i}{T_s} = \left(\frac{DS_i}{DS_N} \right)^{\ln(T_2/T_s)/\ln(Ds_2/DS_N)}. \quad (8.35)$$

(8.35) дозволяє оцінити температуру T_i при утворенні нової вільної поверхні DS_i за результатами короткочасних випробувань при температурі T_0 .

При механічних технологіях здрібнювання на фрагменти з характерним розміром ϱ (8.35) істотно спрощується:

$$\frac{T_i}{T_s} \approx \left(\frac{a_0}{\varrho} \right)^{21} \frac{\ln \frac{T_s}{T_0 + \frac{S_B \cdot d \cdot a_0^3}{(m+1)r \cdot K_5}}}{1}. \quad (8.36)$$

де $k_5 = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постійна Больцмана. Співвідношення (8.36) дозволяє в адіабатичному наближенні оцінити температуру T_i після здрібнювання на фракції з характерним розміром ϱ матеріалу, що при випробуваннях при температурі мав характеристики S_B (Мпа) і $d \left(\frac{\%}{100} \right)$.

(8.36) зручно використовувати для ОЦК ($r = 2$) і ГЦК ($r = 4$) структур. У зворотному випадку необхідно брати $r = 1$ і a_0^3 – об'єм, який приходить на один атом.

В таблицях 8.9–8.14 наведена динаміка зміни температури фрагментів T_i , отримана із (8.36). Легко побачити, що в цікавих, із точки зору технологій здрібнювання, діапазонах температура T_i практично лінійно залежить від логарифма

розміру фрагментів $\ln \left(\frac{1}{\varrho} \right)$ – і також лінійно залежить від S_B .

При підвищенні температури плавлення T_s температура

фрагментації T_i також підвищується – приблизно за лінійним законом.

Таблиця 8.9

Температура T_i при фрагментації матеріалу Д16

($S_B = 440$ Мпа; $d = 0,18$; $a_0 = 4,05 \cdot 10^{-10}$ м; $T_S = 930$ К;

$T_0 = 293$ К; $r = 4$)

Розмір фрагмен- тів, м	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
T_i / T_S	0,413	0,459	0,510	0,567	0,630	0,700
$T_i, ^\circ C$	111	154	201	254	313	378

Таблиця 8.10

Температура T_i як функція S_B (Д16, $v=10^{-3}$ м)

S_B , Мпа	100	200	300	400	500
T_i / T_S	0,460	0,475	0,490	0,505	0,519
$T_i, ^\circ C$	155	169	183	197	210

Таблиця 8.11

Температура T_i як функція розміру фрагментів

(сталь 40Х; $S_B = 800$ Мпа; $d = 0,13$; $T_0 = 293$ К;

$T_S = 1800$ К, $r = 2$; $a_0 = 2,87 \cdot 10^{-10}$ м)

Розмір фрагмен- тів, м	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
T_i / T_S	0,217	0,259	0,310	0,371	0,443	0,530
$T_i, ^\circ C$	118	194	286	395	526	682

Таблиця 8.12

Температура T_i як функція S_B (сталь 40X, $\epsilon = 10^{-3}$ м)

S_B , Мпа	300	400	500	600	700	800	900	1000
T_i / T_s	0, 286	0, 291	0, 296	0, 300	0, 306	0, 310	0, 315	0, 320
T_i , °C	242	252	260	269	277	286	294	302

Таблиця 8.13

Температура T_i як функція розміру фрагментів

низькоміцного матеріалу

($S_B = 10$ Мпа; $d = 0,1$; $T_0 = 293$ К;

$T_s = 500$ К; $a_0 = 5 \cdot 10^{-10}$ м)

Розмір фрагмен- тів, м	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
T_i / T_s	0,620	0,657	0,696	0,737	0,781	0,827
T_i , °C	37	56	75	96	118	141

Таблиця 8.14

Температура фрагментації T_i як функція температури

плавлення T_s ($S_B = 400$ Мпа; $d = 0,1$; $a_0 = 4 \cdot 10^{-10}$ м;

$\epsilon = 10^{-3}$ м; $T_0 = 293$ К)

T_s , К	400	600	800	1000	1200	1400	1600
T_i / T_s	0, 919	0, 691	0, 565	0, 483	0, 425	0, 382	0, 347
T_i , °C	95	142	179	211	238	262	283

8.7. Енергонасичення та дискретність руйнування

Як було показано вище, за основними змінними простору Журкова $\{S; t; T\}$ – за напругами, часом до руйнування і температури – існує макроквантування.

Аналогічні макродискретні явища виявлені і для похідних – довжин і швидкостей тріщин. Дані явища не описуються підходами як механіки суцільного середовища, так і квантової механіки.

Покажемо, що частково прояви макродискретності можуть бути змодельовані в рамках запропонованої синергетичної моделі руйнування.

Відомо, що практично будь-яка нелінійна динамічна система має притягувальну множину – аттрактор. Для заданого значення керуючих параметрів дана нелінійна система на заданому проміжку часу $[0; \infty]$ стягує щільну множину початкових умов $\mathbf{r}_0 \in [\mathbf{r}_0^{\min} \dots \mathbf{r}_0^{\max}]$ у набір топологічних підмножин меншої розмірності. Наприклад, одномірне нелінійне відображення Пуанкаре :

$$x_{i+1} = a - x_i^2 \quad (8.37)$$

для заданого значення керуючого параметра $a \in [0 \dots 1,40]$ при будь-якому

$$|x_0| < \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} \quad (8.38)$$

при $i \rightarrow \infty$ стягує щільну **множину** початкових умов (8.38) у кінцеве число дискретних **точок**: при $0 < a < 0,75$ – в одну **точку**, при $0,75 < a < 1 < 25$ – у дві **точки**, при $1,25 < a < 1,37$ – в чотири **точки** і т.д. Це дозволяє **стверджувати**, що якби при заданому $a = const$ кожний елемент стохастичної нелінійної системи з $N \rightarrow \infty$ елементів описувався (8.37), то при

безперервній множині X_{ON} , що задовольняє (8.38), після $i \rightarrow \infty$ ітерацій значення $X_{N\infty}$ належали б деякому наборові ізольованих дискретних підмножин!

Такий уявний експеримент дозволяє реалізувати макродискретність стану в стохастичній нелінійній системі, що складається з досить великого числа елементів по будь-якій із перерахованих змінних $\{s; t; T; l; V_i \dots\}$.

Раніше нами було показано, що цей же принцип може бути використаний не тільки в топологічних, але й у фізичних просторах для ряду інженерних задач.

Наприклад, у просторі R^2 була запропонована методологія побудови нелінійних універсальних орієнтаторів для роботизованих виробництв.

Стосовно до руйнування, як показано вище, це дозволило вивести співвідношення для оцінки енергії активації:

$$U_0 \cong kT_s \ln \frac{1}{t_0}, \quad (8.39)$$

яка підтвердила єдність U_0 , при руйнуванні окремого зв'язку і макросистеми. Дане співвідношення дозволило довести єдину природу процесів механічного руйнування (механічних технологій фрагментації) і плавлення, як активованих стрибків через потенційний бар'єр, передбачену раніше з інших позицій у роботах І.А. Одінга, В.С. Іванової, Убеллоде

Відрізняє плавлення і механічну фрагментацію тільки різна ймовірність активованих стрибків.

Так, при наближенні до температури плавлення твердого тіла вірогідність W активованого стрибка за кожний період теплових коливань осцилятора прямує до одиниці ($W \Rightarrow 1$). Це означає, що можна дати нове визначення плавлення конденсованого середовища як явища, при настанні якого кожний осцилятор за час $\approx t_0$ може змінити своє положення з ймовірністю, близькою до одиниці.

При механічному ж руйнуванні (механічних технологіях

фрагментації) конденсованих середовищ неможливо домогтися такої енергонасиченості, щоб стрибок кожним із осциляторів здійснювався за час $\approx t_0$. Принаймні, дотепер усі спроби домогтися руйнування за час порядку $10^{-12} \dots 10^{-13}$ с експериментально не увінчалися успіхом. Рівняння Журкова підтверджується експериментально аж до часів 10^{-6} с. При **подальшому** збільшенні інтенсивності навантаження процес руйнування здійснюється по динамічній гілці, тобто при як завгодно **великому** зовнішньому навантаженні час руйнування практично не змінюється і дорівнює $\approx 10^{-6}$ с. У чому причина? Чому не вдається в механічних технологіях фрагментації домогтися такої енергонасиченості, щоб $W \Rightarrow 1$ за час $\approx 10^{-13}$ с?

На нашу думку, причина полягає у принциповій **відмінності** векторів **підводу** енергії в цих двох процесах (рис. 8.5) – хаотично **спрямованих** у випадку теплового **підводу** енергії й упорядковано **спрямованих** при механічному навантаженні.

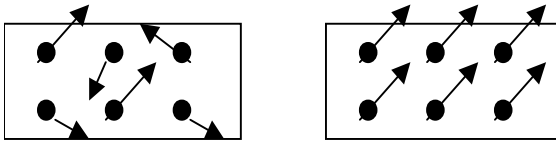


Рис. 8.5

На нашу думку, саме ця відмінність, незначна мала при великих термінах до руйнування, набуває істотного значення при наближенні до динамічної гілки: хаотичні вектори потоків підводу енергії в меншій мірі сприяють швидкості самоорганізації ангармонічних осциляторів. Це дає можливість запасти гігантську енергію в ґратці до втрати нею стійкості, $\approx kT_s$, на кожний зв'язок при тепловому підводі енергії.

У той же час упорядковано спрямовані вектори потоків енергії при механічному навантаженні істотно збільшують швидкість синхронізації ангармонічних осциляторів, що і призводить до втрати стійкості ґратки в зоні руйнування при значно меншій енергонасиченості кожного осцилятора, ніж у

випадку теплового навантаження.

8.8. Комп'ютерне моделювання макродискретних явищ

Руйнування, як фізичний процес, **розігрується** в тривимірному просторі $\{T; t; S\}$ – "температура – час – напруга". Це дозволяє розглядати даний фізичний процес як твердофазну реакцію арреніусовського типу і у випадку стаціонарних керуючих параметрів (температура і напруга) описувати граничну поверхню рівнянням Журкова

Була запропонована модель, що дозволила для системи осциляторів із періодом власних коливань $\approx t_0$ одержати аналітичну залежність висоти бар'єра U_0 від термодинамічних і фізичних параметрів макросистеми [21].

Таким чином, на користь синергетичної моделі руйнування говорять макродискретні явища, комп'ютерні експерименти на нелінійних системах, а також наведені вище порівняння термоактиваційних параметрів.

Проте дотепер у даному ланцюзі доказів відсутня, принаймні, одна ланка: безпосереднє спостереження у фізичному або комп'ютерному експерименті ефектів синергізму в руйнуванні конденсованих середовищ.

Всі відомі роботи, присвячені синергетиці руйнування [1–11], засновані на інтерпретації отриманих експериментальних даних за допомогою підходів і моделей синергетики. Це викликає неоднозначність трактувань і може бути використане як "за", так і "проти" концепцій синергетичної моделі руйнування. Потрібні безпосередні докази, експерименти "in situ".

За такі докази могли б бути, наприклад, характеристики мессбауеровських спектрів у процесі навантаження на всьому проміжку – від початку навантаження до руйнування. Ідея таких експериментів інтенсивно обговорювалася В.П. Шестако-

вим (КазДУ), П.В. Фабричним (МДУ) і автором у 1990–1991 рр. Проте наступні політичні події, припинення фінансування по лінії ВПК не дозволили її реалізувати.

Паралельно автором із невеличкою групою аспірантів і здобувачів (М. Гречаник, С. Собкович, А. Громовий) розроблялася ідея комп'ютерного моделювання руйнування динамічних систем ангармонічних осциляторів.

На рис. 8.6 наведені результати такого моделювання за циклічним навантаженням ангармонічних ланцюжків.

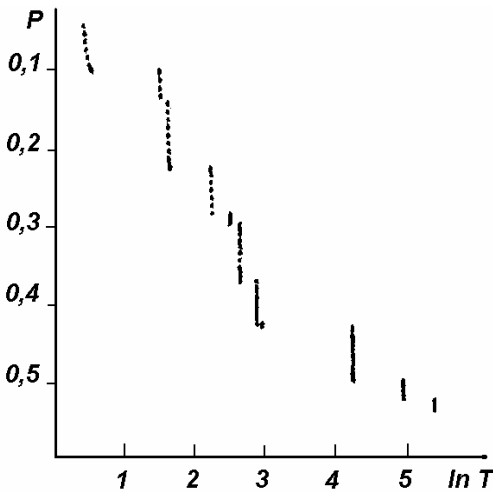


Рис. 8.6. Крива втоми ангармонічного ланцюжка

при $a^* = 0,27$, $\Delta t = 0,01$

За модельний об'єкт обрано ангармонічний ланцюжок, що складається із N осциляторів ($N \in 20 \dots 2000$). Взаємодія між сусідніми осциляторами визначалася із співвідношення:

$$F_i = C[(x_{i-1} - x_i) + (x_i - x_{i+1})] - D[(x_{i-1} - x_i) + (x_i - x_{i+1})]^3,$$

де C , D – лінійна і нелінійна пружність зв'язків між осциляторами. N -й осцилятор ланцюжка сполучений пружиною з нерухомою підставою, а перший осцилятор рухається по

заданому закону у випадку жорсткого навантаження ланцюжка або сприймає зовнішнє навантаження $P = P_0 + P_a \cdot \sin kt$ у випадку м'якого навантаження.

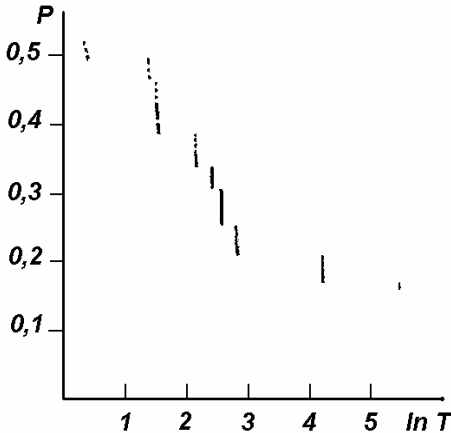


Рис. 8.7. Крива втомлення ангармонічного ланцюжка
при $a_* = 0,27$, $\Delta t = 0,001$

Початкове положення кожного із осциляторів задається вектором початкових умов за допомогою генератора випадкових чисел із заданого діапазону. Колосальною перевагою комп'ютерного моделювання є можливість багатократного повторення тих самих початкових умов!

"Руйнуванню" ланцюжка відповідав момент часу, у який відстань між будь-якими двома сусідніми осциляторами перевищувала заданий розмір: $|a_i| \geq a_*$, де a_* – критична деформація ділянки ланцюжка.

Система $2N$ нелінійних диференціальних зв'язаних рівнянь вирішувалася чисельно. Дисипація вводилася стиском швидкості i -го осцилятора після j -тої ітерації $V_{ij}' = k \cdot V_{ij}$, де $k < 1$.

Як видно з рис. 8.6, крива втоми має тенденцію до збільшення $\ln t$, де t – час до руйнування, при зниженні S , тобто якісно повторює закономірності фізичного експерименту. При цьому крива втоми розпадається на дискретні підмножини довговічностей при безперервній зміні навантаження в повній відповідності з даними [15, 16].

Вищевикладене дозволяє констатувати, що отримані результати комп'ютерного експерименту підтвердили фрактальну природу руйнування.

Що витікає з даних комп'ютерних експериментів? Чи отриманий нарешті той самий "шостий доказ"? Очевидно, на всі 100 % говорити про це рано, тому що поки досліджено тільки ідеальний об'єкт – ангармонічний ланцюжок малої довжини.

Проте отримані результати, на нашу думку, підтверджують слушність шляху пояснення феномена макродискретних явищ у механіці руйнування і допомагають розкрити й осмислити природу такого непростого явища, як руйнування.

ЛІТЕРАТУРА ДО РОЗДІЛУ І

1. *Хакен Г.* Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах - М.: Мир, 1985 -411 с.
2. *Иванова В.С.* Механика разрушения и конструкционная прочность с позиций синергетики.- Вестник машиностроения,1989, N 12, С.8-12.
3. *Пригожин И.* От существующего к возникающему - М.: Наука, 1985. - 327 с.
4. *Иванова В.С., Терентьев В.Ф.* Природа усталости металлов. - М.: Металлургия, 1975 - 455 с.
5. *Иванова В.С.* Синергетика разрушения.- В кн.: Ресурс и прочность оборудования нефтеперерабатывающих заводов - Уфа, УНИ, 1989 С.3 -28.
6. *Иванова В.С.* Синергетическая модель разрушения металлов и сплавов по механизму отрыва (Тип 1) // ФХММ, 1988, т.24, С.51-56.
7. *Иванова В.С.* Разрушение металлов - М. Металлургия. 1979.- 167 с.
8. *Ivanova V.S* Mechanics and synergetics of the selfsimilar growth of a fafique Chark. - Enqineering Fracture Mech., 1987, Vol.28, No 5/6, pp. 733 - 739.
9. *Шанявский А.А., Сасов А.Ю.* Фурье-фрактографический автоматизированный РЭМ-анализ переодической структуры усталостных бороздок.ФХММ, 1990, N 1, С. 65 - 70.
10. *Шанявский А.А.* Самоорганизация кинетики усталостных трещин. - В кн. Синергетика и усталостные разрушения металлов - М.: Наука, 1989С.57 - 76.
11. *Шанявский А.А.* Теория дискретного РУТ в металлах // Изв. АН СССР, Металлы. 1984. N 3. С.159 -163.
12. *Шанявский А.А., Куравин С.А.* Механизм и диаграммы дискретного РУТ в алюминиевых сплавах // Там же - 1984. N2. С.24 -27.
13. *Иванова В.С., Шанявский А.А.* Количественная фрактография. Усталостное разрушение. - Челябинск: Металлургия. 1988.400 с.

14. *Борисенко В.А.* Температурная зависимость прочности молибдена. Проблемы прочности, 1976, N 12, С. 36-44.
15. *Борисенко В.А.* Прочность и внутреннее трение молибдена.- Там же.1976, N 6, С. 77-82.
16. Механические характеристики сплава АМг6М в широких диапазонах температур и скоростей деформирования // Кращенко В.П., Рудницкий Н.П., Двоглазов Г.А., Ермолаев Г.В.-Там же.-1985,N 6, С. 38-44.
17. *Кращенко В.П., Стаценко В.Е.* Влияние температуры и скорости деформирования на основные процессы, контролирующие прочность меди. - Там же.- 1984, N 4, С.78-83.
18. *Борисенко В.А., Кращенко В.П., Стаценко В.Е., Грабар И.Г.* Явление упорядоченной дискретности на температурных зависимостях прочностных характеристик технической меди. // Прочность материалов и конструкций при низких температурах: Тез. докл. II Всесоюзн. конф. - Киев. ИПП АН УССР. - 1986. С.16.
19. *Трефилов В.И., Мильман Ю.В., Фирстов С.А.* Физические основы прочности тугоплавких металлов. - Киев: Наук. думка, 1975. - 316 с.
20. Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов / Под ред. Трефилова В.И. - Киев: Наук. думка, 1987. - 247с.
21. *Печковский Э.П.* Физическая природа многостадийного деформационного упрочнения поликристаллических ОЦК-металлов.- Автореф. дисс.... докт. физ.-мат. наук. - Киев. 1989. - 32с.
22. *Горная И.Д., Моисеев В.Ф., Печковский Э.П.* Пять стадий деформационного упрочнения поликристаллических ОЦК-металлов // Тез. докл. V Всесоюзн. конф. "Физика прочности и пластичности металлов". Куйбышев, 1983. - С.12-13.
23. *Мышляев М.М.* Закономерности эволюции дислокационной структуры и пластической деформации при ползучести однофазных кристаллических тел. - Автореф. дисс....докт. ф-м наук. - Черноголовка, ИФТТ, 1982. - 35с.
24. Связь структурного состояния меди и серебра с закономерностями их ползучести // Мышляев М.М.,

- Олевский С.С., Аристова И.М. и др. - ФММ, 1974, т.37, N 5. С.1013 -1019.
25. Исследование методом АЭ деструкции стали при пластическом деформировании // Рыбакова Л.М., Кузнецов Н.С., Липяanko И.А. и др. - МиТОМ, 1985, N 6, С.31-34.
 26. *Рыбакова Л.М.* Деструкция металла при объемном и поверхностном пластическом деформировании,- МиТОМ, 1980, N 8, С.17-22.
 27. *Рыбакова Л.М.* Исследование структурных нарушений - деструкции пластически деформированного металла - Автореф. дисс. ... докт. техн. наук. - М.: 1976.
 28. *Радченко А.И.* Дискретно-вероятностная модель выработки ресурса деталей и элементов конструкций. - В кн. Вопросы эксплуатационной долговечности и живучести конструкций Л.А. -Киев: КИИГА. 1982. - С. 3-12.
 29. *Кришина А., Абдель Х.А., Радченко А.И.* Особенности процессов разрушения поликристаллических материалов при циклическом и статическом нагружении. - ПП, 1985, N 6, С.22 -24.
 30. *Баланкин А.С., Любомудров А.А., Севрюков И.Т.* Кинетическая теория кумулятивного бронепробивания. -М.: МО СССР. 1989. - 269с.
 31. *Баланкин А.С.* Кинетическая (флуктуационная) природа гидродинамического режима высокоскоростной деформации твердых тел. Письма в ЖТФ, 1988, т.14, N 13.
 32. *Баланкин А.С.* Самоорганизация и диссипативные структуры в деформируемом теле. Письма в ЖТФ, 1989, т.15, N 19.
 33. *Баланкин А.С.* Синергетика и механика деформируемого тела. ЖТФ, 1989, т.59, N 12.
 34. *Бартенев Г.М.* Сверхпрочные и высокопрочные неорганические стекла. -М.: Стройиздат, 1974. 240с.
 35. Уровни прочности и релаксационные явления в полимерах // Цой Б., Каримов С.Н., Князев В.К. и др. - ВМС, 1985, т.27, N 3. - С.132-176.
 36. Дискретный спектр прочности полиимидных пленок // Старцев В.М., Чугунова Н.Ф., Бартенев Г.М. и др. -ФХММ, 1988, N 6, С.87-91.

37. *Бартенев Г.М.* Прочность и механизм разрушения полимеров. М.: Химия, 1984. -278с.
38. Спектр времен долговечности полимерных пленок // Бартенев Г.М., Каримов С.Н., Нарзуллаев Б.Н. и др.- ВМС, 1982, N 9, С.1981-1985.
39. *Конева Н.А.* Эволюция дислокационной структуры, стадийности деформации ... однофазных сплавов.-Автореф. дисс. докт. физ.-мат. наук. - Томск: 1987.
40. Структурные уровни и пластичность деформированной стали // Теплякова Л.А., Игнатенко Л.Н., Козлов Э.В. и др. - В кн.: Дефекты и физико-механические свойства металлов и сплавов.Барнаул, 1987. - С. 95-102.
41. *Конева Н.А., Козлов Э.В.* Физическая природа стадийности пластической деформации. - Изв. ВУЗов Физика. 1990. т.33, N 2, С. 89 -106.
42. Релаксационные волны при пластической деформации // Фролов К.Н., Панин В.Е., Зуев Л.Б. и др. - Там же, С. 19-35.
43. *Панин В.Е.* Волновая природа пластической деформации твердых тел. - Там же, С. 4 -18.
44. *Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В.* Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск.: Наука, 1985 -229с.
45. *Лихачев В.А., Панин В.Е., Засимчук Е.Э.* Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. - Киев.:Наук. думка, 1989. -350с.
46. *Олемской А.И.* Фрактальная кинетика ползучести твердого тела.ФТТ, 1988, т.30, N 11, С. 3384 - 3394.
47. *Панин В.Е.* Новая область физики твердого тела. -Изв. ВУЗов Физика. -1987, N 1, С. 3-8.
48. *Олемский А.И., Петрунин В.А.* Перестройка конденсированного состояния атомов в условиях интенсивного внешнего воздействия. - Там же, С. 82 -121.
49. *Арнольд В.И.* Теория катастроф // Природа. - 1979. - N 10, С.54-63.
50. *Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М.* Особенности дифференцируемых отображений.-М.: Наука, 1982 –304 с.
51. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. - М.: ВИНТИ. 1986. Т.5 - С.219-277.

52. *Basar E.* Biophysical and Physiological system Analysis. Addison-Wesley, Reading, MA, 1976.
53. *Bullock T.H., Orkand R., Grinnel A.* Introduction to Nervous Systems. - Freeman, San Francisco, 1977.
54. *Ebeling W., Feistel R.* Physik der Selbstorganisation und Evolution, Akademie - Verlag, Berlin, 1982.
55. *Hockney R.W., Jesshope C.R.* Parallel Computers, Hilger, Bristol, 1981.
56. *Fu K.S.* Syntactic Pattern Recognition Applications. - Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1976.
57. *Cap F.* Handbook on Plasma Instabilities. Vols. 1,2, Academic, New York, 1976.
58. *Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. В 2 Т.М.: Атомиздат, 1977.
59. *Вильгельмсон Х., Вейланд Л.* Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме.-М.: Энергоиздат, 1981.
60. *Поляченко В.Л., Фридман А.М.* Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. М.: Наука, 1976. – 447 с.
61. *Горькавый Н.Н., Фридман А.М.* Физика планетных колец - УФН, 1990, Т160, N 2, С.169-237.
62. *Троянский А.И.* Особенности температурных зависимостей характеристик упругости твердых тел. -Автореф. дисс. канд. техн. наук. - Киев: ИПП АН УССР, 1990 -18с.
63. *Жузе В.П., Шельх А.И.* Эффект Холла в закиси никеля. ФТТ, 1963, Т. 5, N 6, С.1756-1759.
64. *Москалев В.В., Петров М.П.* Исследование спектра ЯМР и времени спин - решетчатой релаксации d - камфоры. - ФТТ, 1963, Т. 5, N 5, С.1400-1402.
65. Обнаружение методом ЭПР релаксации флуктуаций квантовых переходов между структурными состояниями твердого тела // Муромцев В.И., Дудак И.А., Кучеренко С.А. и др. - В кн.: Системы особых температурных точек твердых тел. -М.: Наука, 1986 - С. 94-105.
66. Синергетика и усталостное разрушение металлов. // Под ред. В.С. Ивановой. - М.: Наука, 1989. – 246 с.
67. Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. //Под ред. А.В. Гапонова-Грехова - М.: Наука, 1987. – 400 с.
68. Фракталы в физике. -М.: Мир, 1988 -670с.

69. *Рабинович М.И., Суцук М.М.* Регулярная и хаотическая динамика структур в течениях жидкости. -УФН, 1990, т.160, N 1, С.3-64.
70. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности // Под ред. Х. Суинни, Дж. Голлаба - М.: Мир, 1984.
71. *Benard H.* Rev. Gen. Sci. Puser Appl., 1990, V. 11, p. 1261.
72. *Фейгенбаум М.* Универсальность в поведении нелинейных систем. - УФН, 1983, т. 141, N 2, С.343 -374.
73. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. Введение. - М.: Мир, 1988. -240 с.
74. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах.-М.: Наука, 1990. -312 с.
75. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. -М.: Мир, 1990.
76. *Мун Ф.* Хаотические колебания. -М.: Мир, 1990.
77. *Шанявский А.А.* Методология количественной фрактографии эксплуатационных усталостных разрушений деталей. - Автореф. дисс. докт. техн. наук. - М.: МАТИ, 1988.- 38 с.
78. *Айфромович В.С.* Качественная теория стохастических автоколебаний - Автореф. дисс. докт. физ.мат. наук. - Саратов: СГУ, 1990.
79. *Анищенко В.С.* Механизм развития и свойства хаотических колебаний в радиофизических системах с конечным числом степеней свободы. - Автореф. дисс. докт. физ.мат. наук.- Саратов:СГУ, 1986.
80. *Кузнецов С.П.* Нестационарные нелинейные процессы и стохастические колебания в распределенных системах радиофизики и электроники. - Автореф. дисс. ... докт. физ.мат. наук. - Саратов: СГУ, 1987.
81. *Федоров В.В.* Исследование и разработка научных основ прогнозирования повреждаемости и разрушения металлов.- Автореф. дисс. докт. техн. наук. - М.: ВНИИЖГ, 1980.
82. *Рыбин В.В.* Физические основы развитой пластической деформации и вязкого разрушения поликристаллов. - Автореф. дисс. докт. физ.мат. наук. - Киев: ИФМ АН УССР, 1979.

83. *Андронов А.А., Вит А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний.-М.: Наука, 1981. –568 с.
84. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика.-М.: Наука, 1988. – 736 с.
85. *Йосс Ж., Джозеф Д.* Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. - М.: Мир, 1983. –301 с.
86. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. -М.: Наука,1984. – 432 с.
87. *Вул Е.Б., Синай Я.Г., Ханкин К.М.* Универсальность Фейгенбаума и термодинамический формализм. - УМН, 1984, т.39, N 3, С.3-37.
88. О бифуркациях в трехмерной двухпараметрической автономной колебательной системе со странным аттрактором// Анищенко В.С., Астахов В.В., Летефорд Т.Е., Сафонова М.А. - Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1983, т. 36, N 2, С.169-176.
89. *Aizawa Y.* Synergetic Approach to the Phenomena of Mode – Locking in Nonleniar Systems. - Progress of Theoretical Physics. 1976, V . 56, N 3, p.703-716.
90. *Блехман И.И.* Синхронизация в природе и технике. -М.: Наука, 1981. – 352 с.
91. *Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г.* Автоволновые процессы. -М.: Наука,1987. –240 с.
92. *Монин А.С.* Гидродинамическая неустойчивость - УФН,1986, т.150, N 1, С.61-105.
93. *Вильсон К.Дж.* Ренормализационная группа и критические явления. - УФН,1983, т.141, N 2, С.194-220.
94. *Арнольд В.И.* Особенности, бифуркации и катастрофы.- УФН,1983, т.141, N 4, С.569-590.
95. *Арнольд В.И.* Лекции о бифуркациях и версальных семействах. - УМН, 1972, т.27, N 5, С.119-184.
96. *Анищенко В.С.* Взаимодействие странных аттракторов. Перемежаемость типа "хаос"- "хаос". - Письмо в ЖТФ. 1984, т.10, N 10, С.629-632.
97. *Штерн В.Н.* Динамика против термодинамики.- Новосибирск,1986, Препринт Института теплофизики СО АН СССР N 141 -86.

98. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Старобинец И.М., Рождение многомерного хаоса в активных решетках. -ДАН СССР, 1984, т.279, С.596-601.
99. Кузнецов С.П. Ренормгруппа, универсальность и скейлинг в динамических одномерных автоволновых средах.-Изв. ВУЗов Радиофизика.-1986, т.29, N 8, С.888-902.
100. Давыдов В.А., Михайлов А.С. Спиральные волны в распределенных активных средах.- В кн.: Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. -М.: Наука,1987. - С.261-279.
101. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature.- Freeman, San Francisco,1982. -468p.
102. Грабар И.Г. Исследование нелинейных явлений накопления усталостных повреждений в алюминиевом материале Д16АТВ. -Автореф. дисс. канд. техн. наук.-Киев: КИИГА, 1983.-18с.
103. Отблеск Б.Е. Исследование неупругих явлений при усталости металлов и сплавов с учетом эффекта среды.- Автореф. дисс. канд. техн. наук. - Киев: КИИГА, 1974.-22с.
104. Освенский В.Б., Мильвидский М.Г., Столяров О.Г. Влияние обработки поверхности на микротвердость арсенида галлия. - Зав. лаборатория, 1969, N 8, С.971-974.

ЛІТЕРАТУРАДО РОЗДІЛУ 2

1. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. М.: АН СССР, 1945. 422 с.
2. Журков С.Н. Проблема прочности твердых тел. Вестн. АН СССР, 1957, N11. 78 с.
3. Кобе П.П. Аморфные вещества. Л.: АН СССР, 1952. 423 с.
4. Федоров В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. Ташкент: ФАН. 1985. 168 с.
5. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. М.: Металлургия, 1975.
6. Мороз Л.С. Механика и физика деформаций и разрушения материалов. - Машиностроение, 1984. 224 с.
7. Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. М.: Металлургия. 1982. 584 с.

8. *Салганик Р.Л., Слущер А.И., Айдаров Х.* Квантовые особенности разрушения твердых тел // ДАН СССР. 1984. Т.274. N 6. С.1362.
9. *Панин В.Е., Гриняев Ю.В., Егорушкин В.Е.* и др. Спектр возбужденных состояний и вихревое механическое поле в деформируемом кристалле // Изв. вузов. Физика. 1987. Т.30. N 1. С.34.
10. *Хакен Г.* Синергетика: Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир. 1985.
11. *Глестон С., Лейдлер К., Эйринг Г.* Теория абсолютных скоростей реакций. М.: Изд-во иностр.лит., 1948.
12. *Журков С.Н.* К вопросу о физической основе прочности // ФТТ. 1980. Т.22. N 11. С.3344.
13. *Бетехтин В.И.* Долговечность и структура кристаллических тел // Проблемы прочности и пластичности твердых тел. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние. 1979. С.155.
14. *Петров А.И., Бетехтин В.И.* Временные закономерности разрушения металлов при растяжении в условиях гидростатического давления // Физика металлов и металловедение. 1972. Т.34. N 1. С.39.
15. *Горофало Ф.* Законы ползучести и длительной прочности металлов. М.: Металлургия. 1968. 304 с.
16. *Регель В.Р., Слущер А.И., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука. 1974. 512 с. 17.
17. *Журков С.Н.* Дилатонный механизм прочности твердых тел // Физика прочности и пластичности. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние. 1986. С.5.
18. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК и ГЦК металлов // Изв. АН СССР. Металлы. 1989. N 3. С.119.
19. *Убеллоде А.* Плавление и кристаллическая структура. М.: Мир. 1969. 419 с.
20. *Журков С.Н., Бетехтин В.И., Слущер А.И.* Временная зависимость прочности двухфазных сплавов на основе алюминия // Физика металлов и металловедение. 1964. Т.17. N 4. С.564.
21. *Регель В.Р., Слущер А.И.* Кинетическая природа прочности // Физика сегодня и завтра. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние. 1973. С.90 - 176.

22. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.:Наука. 1979. 638 с.
23. *Дьелесан Э., Руайе Д.* Упругие волны в твердых телах. М.: Наука. 424 с.
24. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов. М.: Мир. 1967.
25. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.: Гостехиздат. 1950.
26. *Грабар И.Г.* Исследование нелинейных явлений накопления усталостных повреждений в алюминиевом материале Д16АТВ. Автореф. дисс...канд.техн.наук. Киев: КИИГА. 1983. 18 с.
27. *Григорович В.К.* Металлическая связь и структура металлов. М.: Наука. 1988. 296 с.
28. *Ашкрофт А., Мерлин Н.* Физика твердого тела. М.: Наука. 1979. Т.1. 400 с., Т.2. 422 с.
29. *Белл Дж. Ф.* Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. М.: Наука. 1984. Т.1. 600 с.
30. *Веденеев В.И., Гурвич Л.В., Кондратьев В.Н.* и др. Энергия разрыва химических связей. Потенциалы ионизации и сродство к электрону. М.: АН СССР. 1962. 256 с.
31. *Цибрин А.Н., Семенюк Л.А., Цибрин В.А.* Физико-химические постоянные материалов и параметры процессов литья. Киев: Наук. думка. 1987. 270 с.
32. *Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А.* Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. Киев: Наук. думка. 1982. 286 с.
33. *Александров К.С., Рыжова Т.В.* Упругие свойства кристаллов и кристаллография. 1961. Т6. N2. с. 289-314.
34. *Бобылев А.В.* Механические и технологические свойства металлов. М: Металлургия. 1980. 296 с.
35. *Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наук. думка. 1975. 704 с.
36. *Писаренко Г.С., Можаровский Н.С., Антипов Е.А.* Пластичность и прочность материалов при нестационарных нагружениях. Киев: Наук. думка. 1984. 216 с.
37. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие // Под. ред. В.В. Панасюка. Киев: Наук. думка. 1988. Т.3. 436 с.

38. *Екобори Т.* Научные основы прочности и разрушения материалов. Киев: Наук. думка. 1978. 352 с.

ЛІТЕРАТУРАДО РОЗДІЛУ 3

1. *Регель В.Р., Лесковский А.М.* Временная зависимость прочности при статическом и циклическом нагружении. - ФТТ, 1962, Т.4, N 4, с.949-955.
2. *Куров И.Е., Скуридин А.М.* Исследование ползучести алюминия при статическом и циклическом нагружении. - ПП, 1977, N 11, с. 52-56.
3. *Куров И.Е., Степанов А.В.* Долговечность металлов при постоянных и переменных напряжениях. - ФММ, 1963, т.15, N 3, с. 419-427.
4. *Пинес Б.Я., Сиренко А.Ф.* Зависимость долговечности под нагрузкой от приложенного напряжения для металлокерамических образцов железа. - ДАН СССР, 1959, т.129, N 2, с. 310-313.
5. *Федоров В.В.* Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. - Ташкент. ФАН, 1985, -168 с.
6. Одолговечности органического стекла при циклических нагружениях. -Бартенев Г.М., Паншин Б.И., Разумовская И.В., Финогенов Б.Н.- Изв. АН СССР, ОТН, Механика машиностроение, 1960, N 6, с. 176-179.
7. *Паншин Б.И., Бартенев Г.М., Финогенов Г.Н.* Прочность пластмасс при повторных нагрузках. -Пластические массы, 1960, N 11, с. 47-54.
8. *Регель В.Р., Лесковский А.М.* Изучение циклической усталости полимеров на основе представлений кинетической концепции разрушения.- Механика полимеров, 1969, N 1, с. 70-96.
9. *Федоров В.В., Бершадский С.М.* Определение коэффициента концентрации внутренней энергии в материале при циклическом деформировании. -Докл АН УзССР, 1969, N 3, с. 16-17.
10. *Чена П.А., Андрияшин В.А.* Эксплуатационные свойства упрочненных деталей.- Минск: Наука и техника, 1988,- 192 с.

11. *Чена П.А.* Технологические основы упрочнения деталей поверхностным деформированием. - Минск: Наука и техника, 1981.
12. *Кудрявцев И.В.* Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении. М: 1951.
13. *Школьник Л.М., Шахов В.И.* Технология и приспособления для упрочнения и отделки деталей накатыванием. М: 1964.
14. *Сулима А.М., Евстигнеев М.М.* Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. М: 1974.
15. *Жасимов М.М.* Управление качеством деталей при поверхностном пластическом деформировании.- Алма-Ата, 1986.
16. *Баринов В.В.* Влияние технологических факторов на уровень повреждаемости поверхностного слоя деталей при обкатывании: Автореф. дисс... канд. техн. наук: М, 1984.
17. *Андрияшин В.А.* Исследование усталостной прочности деталей, обработанных различными методами и инструментами ПДД: Автореф. дисс... канд. техн. наук. - Минск, 1978.
18. *Розенберг А.М., Розенберг О.А., Мальнев В.И.* Влияние метода обработки отверстий на сопротивление усталостному разрушению материалов авиационных конструкций. - ПП, 1974, N 2, с. 109-111.
19. *Кузьменко В.А., Гришанов С.В.* О влиянии высокой частоты нагружения на выносливость ряда конструкционных сплавов при низкой (-196 С) и комнатной температурах. - ПП, 1974, N 10, с. 31-36.
20. *Кульбашиный П.Ф., Писаренко Г.Г.* Характеристики выносливости листового сплава АМг6БМ с концентрацией напряжений в диапазоне 600- 7500 Гц. -ПП, 1974, N 11, с. 42-44.
21. *Самгин В.а., Махотнюк Л.Е.* Влияние термической обработки на выносливость сплава Д16АМО. -ПП, 1971, N 7, с. 121-123.
22. *Шабалина В.Н.* Влияние степени асимметрии цикла напряжений на выносливость и форму кривой усталости алюминиевых сплавов. -ПП, 1975, N 9, с. 81-84.

23. *Стрижало В.А., Зинченко А.И.* Влияние низкой температуры на циклическую ползучесть и долговечность алюминиевых сплавов при малоциклового усталости. -ПП, 1975, N 4, с. 28-32.
24. *Писаренко Г.Г.* Влияние частоты циклического растяжения-сжатия на выносливость сплава Д16Т. -ПП, 1972, N 12, с.20-23.
25. *Трапезон А.Г.* К методике испытаний на усталость тонколистовых материалов при плоском изгибе на высоких частотах нагружения. -ПП, 1977, N 3, с. 38-41.
26. *Стефанов В.И.* Выносливость тонколистовых алюминиевых сплавов Д16АТ и АМ-6М при линейном и плоском напряженном состоянии в условиях высокочастотного нагружения.- ПП, 1977, N 9, с. 55-57.
27. *Масол В.А., Белкин М.Я., Тарасов В.Н.* Сопротивление усталости крупных валов из углеродистой стали в связи с технологией обработки.- ПП, 1971, N 5, с. 101-106.
28. *Гребенник В.М., Гордиенко А.В., Цалко В.К.* Влияние уровней и длительности предварительного нагружения на механические характеристики сталей. -ПП, 1974, N 6, с. 52-54.
29. *Гришанов С.В.* Исследование выносливости нержавеющей сталей X18H9OT и 000X20H16AГ6 при высокочастотном нагружении в условиях низкой (-196 С) и комнатной температур.- ПП, 1974, N 10, с.113-116.
30. *Иванова В.С., Ботвина Л.Р., Маслов Л.И. и др.* Фрактографический метод колич. анализа усталостных изломов с использованием критериев подобия локального разрушения.-ПП, 1974, N 12, с. 21-25.
31. *Яценко В.К., Корнеевский Е.Я., Ищенко Л.И.* Повышение выносливости стали ДИ1 в условиях прессовых соединений и коррозионной среды.- ПП, 1974, N 12, с. 96-98.
32. *Троценко В.Т., Афонин А.И., Хамаза Л.А.* Исследование энергетических критериев усталостного разрушения некоторых металлов на низкой и высокой частотах нагружения.- Проблемы прочности, 1979, N 6, с. 3-7.
33. *Покровский В.В.* Исследование влияния чистоты и способа обработки поверхности на выносливость сталей X18H10T, X16H6 и сплава АМг6 при нормальной и низкой температурах.- ПП, 1972, N 4, с. 102-104.

34. *Гришаков С.В.* К вопросу о высокочастотных усталостных испытаниях в условиях низких температур.-ПП, 1973, N 6, с. 64-66. 1,3 -с надрезом (6, надрез 145 - кольцо выточка = 0,15), 2 -глад., 4 образец.
35. *Наумченков Н.Е., Михалева В.Г., Михайлов Д.А.* Сопротивление усталости стали 16ГНМ в зависимости от режима термообработки ПП, 1970, N 3, с. 75-77.
36. *Андреев Л.П., Новиков Н.В.* Зависимость выносливости хромоникелевых сталей от температуры охлаждения (до - 269).-ПП, 1971, N 9, с. 56-62.
37. *Троценко В.Т., Стрижало В.А., Рубель А.П.* Исследование влияния низких температур на закономерности формирования и разрушения стали 15Г2АФД пс при малоцикловом растяжении.-ПП, 1975, N 1, с. 3-7.
38. *Григоркин В.И., Коротушенко Г.В., Кузнецова А.М.* Усталостная прочность аустенитных марганцевых сталей.- ПП, 1975, N 1, с.8-10.
39. *Петрик В.М.* Влияние термической обработки и концентрации напряжений на характер кривой малоциклового усталости.-ПП, 1975, N 8, с. 39-40.
40. *Горбач В.Г., Аветисян Ю.А. Козлов Р.М.* Изменение структуры железа во время циклической деформации при напряжениях выше предела текучести.-ПП, 1975, N 7, с. 61-65.
41. *Рыбин В.В., Пацюрных А.И., Полиэтов Э.И.* Особенности разрушения высокопрочных литейных сталей при малоциклового усталости.-ПП, 1975, N 6, с. 32-38.
42. *Гудков А.А., Зотеев В.С.* Влияние частоты приложения нагрузки на скорость распространения усталостной трещины.-ПП, 1975, N 6, с. 44-47.
43. *Уманский Э.С., Афонин Н.И., Борисов Ю.С., Вяльцев А.М.* Влияние плазменного покрытия на выносливость сталей 1 х 18Н10Т.ПП, 1977, N 10, с. 112-113.
44. *Яценко В.К., Корневский Е.Я., Иващенко А.И.* Влияние термической обработки и качества поверхности на выносливость стали ЭИ 961.-ПП. 1973, N 8, с. 65-70.
45. *Ситнинский Н.А., Васинюк И.М., Шевчук А.Д.* К вопросу о прогнозировании усталостной прочности в широком диапазоне частот.ПП, 1976, N 2, с.932-95.

46. *Кузьменко В.А., Троян И.А., Цимбалыстый Я.И.* Влияние асимметрии высокочастотного нагружения на усталость и рассеяние энергии жаропрочных сплавов.-ПП, 1975, N 8, с. 35-38.
47. *Афонин А.И., Кузьменко В.А., Шевчук А.Д.* К вопросу о влиянии частоты нагружения на усталостную прочность металлов.-ПП, 1972, N 4, с. 62-67.
48. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК и ГЦК металлов и концепция взаимосвязи параметров кривой усталости. ПП,1989, N 11, с.
49. *Грабар И.Г.* Разрушение ОЦК и ГЦК металлов, как неравновесный фазовый переход.-В кн. Научные труды НЭТИ. -Новосибирск, НЭТИ, 1989, с.
50. *Голуб В.П.* Циклическая ползучесть жаропрочных никелевых сплавов.-Киев: Науковадумка, 1983, - 224 с.
51. *Голуб В.П., Пантелеев Е.А., Романов А.В.* Приближенный метод расчета и прогнозирования долговечности стержней в условиях вибрации.- В кн.: Тезисы докладов XXII Всесоюзного совещания по проблемам прочности двигателей.- Москва, 1987, с. 87-70.
52. Квантовая механика. М. Наука, 1989, 768 с.
53. *Галицкий Г.М., Карнаков Б.М., Коган В.И.* Задачи по квантовой механике.- М. Наука, 1981, с. 648.
54. *Салганик Р.Л., Слуцкер А.И., Айдаров Х.* Квантовые особенности кинетики разрушения твердых тел.- ДАН СССР, 1984, т. 274, N 6, с. 1352-1366.
55. *Салганик Р.Л.* О температурной зависимости долговечности твердых тел.- ДАН СССР, 1969, т. 185, N 1, с. 76-78.
56. *Тулинов Б.М., Тулинова В.В.* Кинетика хрупкого разрушения материалов.- ФХММ, 1979, N 3, с. 116-118.
57. *Гольданский В.И.* Роль туннельного эффекта в кинетике химических реакций при низких температурах.- ДАН СССР, 1959, т. 124, N 6, с. 1261-1264.
58. *Гольданский В.И.* туннельные переходы между системами, описываемыми потенциальными кривыми Морзе.- ДАН СССР. 1959, т. 127, N 5, с. 1037-1040.

59. *Журков С.Н.* Дилатонный механизм прочности твердых тел. В кн.: Физика прочности и пластичности.- Л. Наука, 1986, с. 5-11.
60. *Кусов А.А.* Фононная модель разрушения нагруженной атомной цепочки.- ФТТ, 1979, т. 21, N 10, с. 3095-3099.
61. *Кусов А.А., Веттегрень В.И.* Расчет долговечности нагруженной цепочки атомов в агрономическом приближении.- ФТТ, 1980, т. 22, N 11, с. 3350-3357.
62. *Кьюэлл А.* Солитоны в математике и физике.- М., Мир, 1989, -324 с.
63. *Панин В.Е.* Волновая природа пластической деформации твердых тел.- Изв. ВУЗов, Физика, т. 33, N 2, 1990, с. 4-18.
64. Физические и экспериментальные исследования дисклинаций. Под ред. В.И. Владимирова, Л. ФТИ, 1986, -224 с.
65. *Труханова Л.Н., Новиков Н.П., Зуев Б.К.* и др. Специфика физических процессов механического разрушения.- ФХММ, 1988, N 3, с. 77-81.
66. Некоторые особенности физических процессов механического разрушения. // Михайлов Г.В., Зуев Б.К., Новиков Н.П. и др. ДАН СССР, 1987, т. 295, N 6, с. 1324-1330.
67. *Грабар И.Г., Овандер Л.Н.* Об одной точке бифуркации при возбуждении кристалла циклической нагрузкой.- В кн.: Сильновозбужденные состояния в кристаллах. Тезисы докладов 1 Всесоюзной конференции по СВ-состоянию, Томск, ИФПИ, 1988, с.7-8.
68. *Голуб В.П., Пантелеев Е.А., Романов А.В.* Расчет выносливости стержней при растяжении-сжатии.- В кн.: Динамика технического состояния конструкций воздушных судов Г. А.-Киев: КИИГА, 1987, с. 70-77.
69. *Чадек И.* Ползучесть металлических материалов.- М.: Мир, 1987, -304 с.
70. *Дорн Дж.* Спектр энергий активации ползучести.- В кн.: Ползучесть и возврат.- М.: Металлургия, 1961, с. 291- 325.
71. *Степнов В.А., Гиацинтов Е.В.* Усталость легких конструкционных сплавов.- М.: Машиностроение, 1973, - 318 с.
72. Циклические деформации и усталость металлов. В 2-х томах / Под ред. В.Т. Трощенко- Киев: Науковадумка, 1985, т. 1, -216 с.

73. *Бега Н.Д.* Механизм и ориентационная зависимость усталости кристаллов молибдена: Автореф. дис... канд. техн. наук.- Киев, 1979, -23 с.
74. *Трощенко В.Т. Сосновский Л.А.* Сопротивление усталости металлов и сплавов. Справочник, ч. 1,2. -Киев: Наукова думка, 1987, - 1304 с.

ЛІТЕРАТУРА ДО РОЗДІЛУ 4

1. Степнов М.Н., Гиацинтов Е.В. Усталость легких конструкционных сплавов. - М.; Машиностроение, 1973- 320 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. - М.:Наука, 1973, т.1, 2.
3. *Иванова В.С., Терентьев В.Ф.* Природа усталости металлов. М.:Металлургия,1975.- 454с.
4. *Борисенко В.А.* Зависимость прочности вольфрама и молибдена от температуры - ДАН УССР, сер.А,1976, No 6, с. 546-550.
5. *Стаценко В.Е.* Прочность и пластичность тугоплавких металлов и сплавов при различных скоростях деформирования в широком интервале температур. - Автореф. диссертации канд. техн. наук. - Киев:ИПП АН УССР,1980.-23с.
6. *Борисенко В.А., Краценко В.П., Стаценко В.Е., Грабар И.Г.* Явление упорядоченной дискретности на температурных зависимостях прочностных характеристик технической меди.-В кн.: Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по низкотемпературной прочности. - Киев: ИПП АН УССР,1986.-с.16.
7. Обнаружение методом ЭПР релаксации флуктуационных квантовых переходов между структурными состояниями твердого тела // Муромцев В.И., Дудак И.А., Кучеренко С.А. и др. - В кн.: Системы особых температурных точек твердых тел. - М.:Наука,1986.- с.94-105.
8. *Глестон С., Лейдлер К., Эйринг Г.* Теория абсолютных скоростей реакций. - М.: ИЛ,1948
9. *Жузе В.П., Шельх А.И.* Эффект Холла в закиси никеля. - ФТТ, 1963,т.5, No 6, с. 1756-1759.

10. *Тот Л., Ромвари П.* Применение концепции удельной работы для оценки циклической трещиностойкости стали. - Проблемы прочности, 1986, № 1, с.11-17.
11. *Ярема С.Я.* О корреляции параметров уравнения Пэриса и характеристиках циклической трещиностойкости материалов.- Проблемы прочности, 1981, № 9, с.20-28.
12. *Ярема С.Я.* О закономерностях в математических моделях РУТ. В кн.: Механическая усталость металлов. - Киев: Наукова думка, 1983 с. 214-224.
13. *Троценко В.Т., Сосновский В.А.* Сопротивление усталости металлов и сплавов. Справочник. ч.1,2. - Киев: Наукова думка, 1987.-1304 с.
14. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК- и ГЦКметаллов. - Известия АН СССР.Металлы.-1989, N 3, с.119-122.
15. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК- и ГЦК металлов и концепция взаимосвязи параметров кривой усталости. Проблемы прочности, 1989, N 11.
16. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. - М.:Наука, 1968, 720 с.

ЛІТЕРАТУРА ДО РОЗДІЛУ 5

1. *Журков С.Н., Нарзуллаев Б.Н.* Временная зависимость прочности твердых тел.//ЖТФ, 1053. т.23. N 10. с.1677-1689.
2. *Журков С.Н.* Проблема прочности твердых тел. Вестник АН СССР, 1957, N 11, с.78
3. *Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел.-М., Наука.199974.
4. *Баженов В.Г., Грабар И.Г., Райков Ю.В.* Автомодельность и прогнозирование ДП элементов ГТД при высоких температурах. -В кн. XXIII Всесоюзное научное совещание по проблемам прочности двигателей.Тезисы докладов.- М.:ИПМ АН СССР,1990. -с.14-15.
5. *Салганик Р.Л., Слуцкер А.И., Айдаров Х.* Квантовые особенности разрушения твердых тел.// ДАН СССР, 1990.- с.14-15.

6. *Салганик Р.Л., Гуляев А.П.* К вопросу о механических свойствах конструкционных сталей.-МиТОМ, 1989, N 7, с.2-6.
7. *Чадек Й.* Ползучесть металлических материалов. -М.: Мир, 1987.- 304с.
8. *Томашевский Э.Е., Слуцкер А.И.* Устройство для поддержания постоянного напряжения в одноосном растягивающемся образце. -Заводская лаборатория, 1963, N 8, с.994.
9. Испытательная техника.Справочник.-М.: Машиностроение, 1982-т.2, с.33-39.
10. *Грабар И.Г., Шанявский А.А.* Способ испытаний на ползучесть при постоянном напряжении. - Заявка на изобретение.
11. *Рыбакова Л.М.* Деструкция металла при объемном и поверхностном пластическом деформировании.-МиТОМ, 1980, N 2, с.17-22.
12. *Рыбакова Л.М., Блатнер М.Е., Прусаков Б.А.* К вопросу о деструкции металлов при пластическом деформировании. - В кн.: Тезисы X ВК по физике прочности и пластичности.-Куйбышев, 1983, с.320-321.
13. *Треориков В.И., Мильман Ю.В., Фирстов С.А.* Физические основы прочности тугоплавких металлов. -К. Наукова думка, 1975.-315 с.
14. *Грабар И.Г., Шумляковский В.П.* ТА разрушения пластичных материалов. Параболическое приближение.- В кн.: Тезисы докладов III Всесоюзного симпозиума по механике разрушения.-Житомир, 1990.
15. *Иванова В.С., Грабар И.Г.* Фрактальная механика разрушения.В кн. Тезисы III Всесоюзного симпозиума по механике разрушения. Житомир, 1990.
16. *Геминев В.Н., Иванова В.С., Овчинский И.С., Гусев Ю.С.* ТА структурной стабильности жаропрочных материалов. – Известия АН СССР. Металлы, 1982, N 5, с. 110-116.
17. *Геминев В.Н., Иванова В.С., Фридман З.Г.* Экспресс-прогнозирование жаропрочности на основе принципов ТА и оценки остаточного ресурса деталей после МТО и наработки.-ПП, 1985, N 12, с. 53-59.

18. *Геминев В.Н.*, Ползучесть металлов и сплавов.- М.:ВИНИТИ, 1984.-154 с.
19. *Грабар И.Г.* ТА разрушения ОЦК- и ГЦК- металлов.- Известия АН СССР. Металлы.-1989, N 3, с.119-122.
20. *Борисенко В.А.* Зависимость прочности вольфрама и молибдена от температуры // ДАН УССР, сер.А.1976, N 6, с.546-550.
21. *Кращенко В.П., Рудницкий Н.П., Двоглазов Г.А., Ермолаев Г.В.* Механические характеристики сплава АМ-6М в широком диапазоне температур и скоростей деформирования.-ПП, 1985, N 6, с.38-44.
22. *Кращенко В.П., Стаценко В.Е.* Влияние температуры и скорости деформирования на прочность тантала.-ПП, 1981, N 2, с.76-80.
23. *Борисенко В.А.* Общие закономерности изменения механических Сообщ.1.-ПП, 1975, N 8, с.58-63.
24. *Стаценко В.Е.* Прочность и пластичность тугоплавких металлов и сплавов при различных скоростях деформирования в широком интервале температур. Автореферат дисс. к.т.н. Киев, 1980,-23 с.
25. *Борисенко В.А.* Прочность и внутреннее трение молибдена. - ПП, 1976 N 6, с.77-82.
26. *Борисенко В.А.* Температурная зависимость прочности молибдена. -ПП, 1976, N 12, с.36-44.
27. *Кращенко В.П.* Исследование связей между характеристиками твердости и прочности при высоких температурах (0,1-0,9·Тпл.) - Киев: ИПП АН УССР, 1976.-26с.
28. *Хакен Г.* Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985, 423 с.
29. *Борисенко В.А., Кращенко В.П., Стаценко В.Е., Грабар И.Г.* Явление упорядоченной дискретности на температурных зависимостях прочностных характеристик технической меди. // Прочность металлов и конструкций при низких температурах. Тезисы докладов II Всесоюзной конференции. Киев:ИПП АН УССР, 1986, с.16.
30. *Борисенко В.А., Иванова В.С.,Грабар И.Г.,Троянский А.И.* О фрактальной кинетике упругих и прочностных характеристик

металлических моно- и поликристаллов кубической сингонии.- Тезисы XIII Всесоюзной конференции по монокристаллам.

31. *Иванова В.С., Грабар И.Г.* К теории МФП в задачах механики разрушения.-Тезисы конференции по синергетике-Тернополь, 1990.
32. *Ivanova V.S., Grabar I.G.* Dissipative structures reorganization periodicity at cyclic and static loading of BCC and FCC metals.
33. Труды XI Международного коллоквиума "Механическая усталость металлов" -Киев, 1991.

ЛІТЕРАТУРА ДО РОЗДІЛУ 6

1. *Геминев В.Н.* Ползучесть металлов и сплавов. - Итоги науки и техники. Т. 18 - М.: ВИНТИ, 1984 - с.57-97.
2. *Геминев В.Н., Иванова В.С., Фридман З.Г.* Экспресс-прогнозирование жаропрочности на основе принципов ТА и оценки остаточного ресурса деталей после МТО и наработки. - ПП, 1985, N12, с.53-59.
3. *Геминев В.Н.* Методология экспресс-прогнозирования ДП с использованием термоактивационных параметров - В кн.: Ползучесть и длительная прочность конструкций. - Куйбышев, КПИ, 1986- с.65-71.
4. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов - М. Мир, 1967 386 с.
5. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979 - 640 с.
6. *Грабар И.Г.* Способ ускоренного подтверждения ресурса вращающихся конструкций. Заявка на изобретение.
7. *Баженов В.Г., Грабар И.Г., Райков Ю.В.* Автомодельность и прогнозирование ДП элементов ГТД при высоких температурах - 23-е Всесоюзное научное совещание по проблемам прочности двигателей. Тезисы докладов - М.: ЦИАМ, 1990 - С.14-15.
8. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК и ГЦК металлов и концепция взаимосвязи параметров кривой усталости. - ПП, 1989, N11, с.61-65.
9. *Грабар И.Г.* Разрушение ОЦК и ГЦК металлов, как неравновесный ФП. - Труды Новосибирского электротехнического института. - Новосибирск. НЭТИ, 1989.

10. *Грабар И.Г., Овандер Л.Н.* Об одной точке бифуркации при возбуждении кристалла циклической нагрузкой. - в кн. СВС в кристаллах. Тезисы докладов - Томск, 1988.
11. *Баженов В.Г., Горноста́й В.И., Грабар И.Г., Коднер М.Я., Райков Ю.В.* Устройство для усталостных испытаний в поле ЦБС // Положительное решение на заявку 448898/25 от 30.08.89.
12. *Грабар И.Г.* Синергетическая модель разрушения твердых тел. - В кн. Проблемы синергетики. - Уфа: УНИ, 1989.
13. Малоцикловые натурные испытания вращающихся конструкций в условиях больших угловых ускорений // *Баженов В.Г., Грабар И.Г., Горноста́й В.И., Гонтаровский В.П.* - В кн.: Тезисы докладов 5 Всесоюзного симпозиума по малоцикловой усталости. - Волгоград, 1987. - с.91-93.
14. Исследование НДС, усталостной прочности и предельной несущей способности крыльчатки маслонасоса изделий "14" и "22" // *Баженов В.Г., Грабар И.Г., Гонтаровский В.П., Горноста́й В.И., Коднер М.Я., Райков Ю.В.* - В кн.: Труды НПО "Сатурн" им. А.М. Люлька. Вып. 3. -М.: 1989, С.240-252.
15. *Грабар И.Г.* Розробка методик розрахунку та експериментальна перевірка довготривалої міцності конструкцій космічних апаратів. Техн.звіт ЖІТІ.- Житомир.- ЖІТІ.-1994. - 28 с.
16. *Журков С.Н.* Кинетическая концепция прочности твердых тел. - Вестник АН СССР. - 1968. - № 3, с. 46-52.
17. *Иванова В.С.* Синергетика. Прочность и разрушение металлических материалов. - М.: Наука. - 1992. - 160 с.
18. *Иванова В.С., Шанявский А.А.* Количественная фрактография. Усталостное разрушение - Челябинск: Металлургия. - 1988. - 400 с.
19. *Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. - Л.: Наука. - 1974. - 560 с.
20. *Dorn J.E.* Creep and fracture of metals at high temperature. - London: H.M.S.O. - 1956. - 89 p.
21. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. - М.: АН СССР.- 1945. - 233 с.
22. *Кеннеди А.Д.* Ползучесть и усталость в металлах. - М.: Металлургия. - 1965. - 312 с.

23. *Иванова В.С.* Разрушение металлов. - М.: Металлургия. - 1979. - 168 с.
24. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ и точки бифуркации пластического деформирования и разрушения ОЦК и ГЦК металлов. Автореф. дисс. Докт. техн. Наук. - Киев: Киевский политехнический институт. -1993. - 39 с.
25. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК и ГЦК металлов. Известия АН СССР. Металлы. - 1989. - с. 119-122.
26. *Грабар І.Г.* Основи надійності машин. - Київ: 1999. - 298 с.

ЛІТЕРАТУРАДО РОЗДІЛУ 7

1. *Шанявский А.А.* Ротационная неустойчивость деформирования и разрушения металлов при распространении усталостных трещин на мезоскопическом масштабном уровне. – Физическая мезомеханика – Т.4., №1, 2001.- С.73-80.
2. Синергетика. Труды семинара МГУ. Т.4.- М.: МГУ.- 2001. – 360 с.

ЛІТЕРАТУРАДО РОЗДІЛУ 8

1. *Иванова В.С., Терентьев В.Ф.* Природа усталости металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 455 с.
2. *Иванова В.С.* Разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1979. – 167 с.
3. *Шанявский А.А.* Теория дискретного РУТ у металлах // Изв. СССР, Металлы. – 1984. N 3, с. 159-163.
4. *Иванова В.С., Шанявский А.А.* Количественная фрактография. Усталостное разрушение. – Челябинск: Металлургия. 1988. – 400 с.
5. *Борисенко В.А.* Температурная зависимость прочности молибдена – Проблемы прочности, 1976, N 12. с. 36-44.
6. *Борисенко В.А., Кращенко В.П., Стаценко В.Е., Грабар И.Г.* Явление упорядоченной дискретности на температурных зависимостях прочностных характеристик технической меди // Прочность материалов и конструкций при низких температурах: Тез. докл. II Всесоюзн. конф. – Киев. ИПП АН УССР. – 1986. с.16.

7. *Трефилов В.И., Мильман Ю.В., Фирстов С.А.* Физические основы прочности тугоплавких металлов. – Киев: Наук.думка, 1975. 316 с.
8. *Печковский Э.П.* Физическая природа многостадийного деформационного упрочнения поликристаллических ОЦК-металлов. Автореф. дисс. докт. физ.-мат. наук. – Киев. 1989. – 32 с.
9. *Мышляев М.М.* Закономерности эволюции дислокационной структуры и пластической деформации при ползучести однофазных кристаллических тел. - Автореф. дисс. докт. ф.-м. наук. Черноголовка ИФТТ, 1982. – 35 с.
10. *Рыбакова Л.М.* Исследование структурных нарушений – деструкции пластически деформированного металла. – Автореф.дисс. докт. техн. наук. - М.: 1976.
11. *Радченко А.И.* Дискретно-вероятностная модель выработки ресурса деталей и элементов конструкций. – В кн. Вопросы эксплуатационной долговечности и живучести конструкций ЛА. – Киев: КИИГА. 1982. – С. 3-12.
12. *Баланкин А.С., Любомудров А.А., Севрюков И.Т.* Кинетическая теория кумулятивного бронепробивания. – М.: МО СССР, 1989. – 269 с.
13. *Баланкин А.С.* Синергетика и механика деформируемого тела. – ЖТФ. 1989, т. 59, N 12.
14. Дискретный спектр прочности полиимидных пленок // Старцев В.М., Чугунова Н.Ф., Бартенев Г.М. и др. - ФХММ, 1988, N 6, с. 87-91.
15. *Бартенев Г.М.* Прочность и механизм разрушения полимеров. - М.: Химия, 1984. – 278 с.
16. Спектр времен долговечности полимерных пленок // Бартенев Г.М., Каримов С.Н., Нарзуллаев Б.Н. и др. – ВМС, 1982, N 9, с. 1981-1985.
17. *Конева Н.А., Козлов Э.В.* Физическая природа стадийности пластической деформации. – Изв. ВУЗов Физика. 1990. Т. 33, N 2, с. 89-106.
18. *Панин В.Е., Лихачов В.А., Гриняев Ю.В.* Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. – 229 с.

19. *Лихачев В.А., Панин В.Е., Засимчук Е.Э.* Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. – Киев: Наук. думка, 1989. – 350 с.
20. *Олемский А.И.* Фрактальная кинетика ползучести твердого тела. – ФТТ, 1988, т. 30, N 11, с. 3384-3394.
21. *Грабар И.Г.* Термоактивационный анализ разрушения ОЦК и ГЦК металлов // Изв. АН СССР. Металлы. 1989. N 3, с. 119-123.

ЛІТЕРАТУРА ДОДАТКОВА

1. *Аббасов А.Ф. Оглы.* Сложность. Время. Синергетика: общетеоретический анализ проблем сложности и развития сложных систем / Абульгасан Аббасов; АН Азербайджана, Азерб. инж.-строит. ин-т. - Баку : Элм, 1991. - 212 с.
2. *Берже П.* Порядок в хаосе. О детерминист. подходе к турбулентности / П. Берже, И. Помо, К. Видаль; Перевод с фр. Ю. А. Данилова. - М.: Мир, 1991. – 366.
3. *Беркович С. Я.* Клеточные автоматы как модель реальности: поиски новых представлений физических и информационных процессов : [Пер. с англ.] / С. Я. Беркович; [Авт. предисл. В. И. Аршинов, Г. М. Лапир]. - М.: Изд-во МГУ, 1993. - 109 с.
4. *Бунин Г. Г.* Синергетика: порядок и хаос в обществе / Григорий Бунин. - Махачкала : Б. и., 1996. - с.
5. *Добронравова И. С.* Синергетика: становление нелинейного мышления / И. С. Добронравова. - Киев : Лебедь, 1990. - 147 с.
6. *Драган О. П., Драган Я. П.* Синергетика и ритмика выделения компонентов при радиоллизе кристаллов / Драган О. П., Драган Я. П.. - Львов : ФМИ, 1982. - 55 с.
7. *Евин И. А.* Синергетика искусства / И. А. Евин. - М.: Б. и., 1993. - 171 с.
8. *Ермолаев Ю. Л., Санин А. Л.* Электронная синергетика / Ю. Л. Ермолаев, А. Л. Санин; Ленингр. политехн. ин-т им. М. И. Калинина. - Л. : Изд-во ЛГУ, 1989. - 244, с.
9. *Иванова В. С.* Синергетика. Прочность и разрушение металлических материалов / В. С. Иванова; Рос. акад. наук, Ин-т металлургии им. А. А. Байкова. - М.: Наука, 1992. - 158, с.

10. *Иванов В. Г.* Синергетическая природа социальных модернизаций / В. Г. Иванов; Твер. гос. техн. ун-т. - Тверь : Изд-во Твер. гос. техн. ун-та, 1995. - 67 с.
11. *Изоткина Л. Г., Литвинский Ю. Л.* Синергетический подход к управлению промышленным предприятием : (Информ. аспект) / Л. Г. Изоткина, Ю. Л. Литвинский. - Рига: ЛатНИИНТИ, 1989. - 40 с.
12. *Карери Д.* Порядок и беспорядок в структуре материи / Дж. Карери; Пер. с ит. Б. О. Кербикова; Под ред. И. М. Халатникова. - М.: Мир, 1985. - 228 с.
13. *Климонтович Н. Ю.* Без формул о синергетике / Н. Ю. Климонтович. - Минск: Высш. шк., 1986. - 223 с.
14. *Князева Е. Н., Курдюмов С. П.* Законы эволюции и самоорганизации сложных систем / Е. Н. Князева, С. П. Курдюмов; Рос. АН. - М.: Наука, 1994. - 229, [7] с.
15. *Князева Е. Н.* Одиссея научного разума. Синергетическое видение научного прогресса / Е. Н. Князева; Рос. АН, Ин-т философии. - М.: ИФР АН, 1995. - 223, с.
16. *Князев А. А.* Восемь лекций по синергетике : Электив курс : Учеб. пособие для студентов всех специальностей / А. А. Князев; Саратов. гос. техн. ун-т. - Саратов: СГТУ, 1996. - 90, [2] с.
17. *Крылов В. Ю.* Психология и синергетика / В. Ю. Крылов, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий. - М.: ИПМ, 1990. - 32 с.
18. *Курдюмов С. П.* Законы эволюции и самоорганизации сложных систем / С. П. Курдюмов - М.: ИПМ, 1990. - 45 с.
19. *Курдюмов С. П.* Синергетика - новые направления / Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.. - М.: Знание, 1989. - 48 с.
20. *Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г.* Синергетика - теория самоорганизации : Идеи, методы, перспективы / С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий. - М.: Знание, 1983. - 64 с.
21. *Летников Ф. А.* Синергетика геологических систем / Ф. А. Летников; Отв. ред. И. К. Карпов; Рос. акад. наук, Сиб. отдние, Ин-т земной коры. - Новосибирск: Наука, 1992. - 227, [2] с.
22. *Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С.* Введение в синергетику / А. Ю. Лоскутов, А. С. Михайлов. - М.: Наука, 1990. - 269, [1] с.

23. *Малафеев О. А., Муравьев А. И.* Синергетика технологического прогресса и этика конкуренции / О. А. Малафеев, А. И. Муравьев; С.-Петерб. ун-т экономики и финансов. - СПб. : Изд-во С.-Петерб. ун-та экономики и финансов, 1996. - 75 с.
24. *Малинецкий Г. Г.* Проект "Информхаос" / Г. Г. Малинецкий; Рос. открытый ун-т, Фак. прикл. математики. - М.: РОУ, 1992. - 39, [1] с.
25. *Маслов В. П.* Математическое моделирование процессов тепломассопереноса: Эволюция диссипативных структур / В. П. Маслов, В. Г. Данилов, К. А. Волосов; С доб. Н. А. Колобова - М.: Наука, 1987. - 351, [1] с.
26. *Мелик-Гайказян И. В.* Информация и самоорганизация: (Методол анализ) / И. В. Мелик-Гайказян; Том. политехн. ун-т. - Томск: Изд.-полигр. фирма ТПУ, 1995. - 179 с.
27. *Назаретян А. П.* Агрессия, мораль и кризисы в развитии мировой культуры : (Синергетика ист. прогресса) : Курс лекций / А. П. Назаретян. - 2-е изд., дораб. и доп. - М.: Специализир. изд.-торговое предприятие "Наследие", 1996. - 183 с.
28. *Наумкин А. П.* Синергетика : Введ. в каллагию / А. Наумкин. - М.: ЛМА, 1996. - 301, [1] с.
29. *Николис Д. С.* Динамика иерархических систем : Эволюц. представление / Дж. Николис; Перевод с англ. Ю. А. Данилова. - М.: Мир, 1989. - 486 с.
30. *Поплавский А. Н.* Специфика процессов самоорганизации природных объектов / А. Н. Поплавский; Высокогорн. геофиз. ин-т. - Нальчик: Эльбрус, 1988. - 128 с.
31. *Режабек Е. Я.* Становление понятия организации: Очерки развития филос. и естеств.-науч. представлений / Е. Я. Режабек. - Ростов н/Д : Изд-во Рост. ун-та, 1991. - 130, [1] с.
32. *Сеидов Д. Г.* Синергетика океанских процессов / Д. Г. Сеидов. - Л. : Гидрометеоиздат, 1989. - 286, [1] с.
33. *Скупченко В. В.* Мозг, движение, синергетика / В. В. Скупченко. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1989. - 218, [1] с.
34. *Скупченко В. В.* Нейромоторные нарушения и синергетика / В. В. Скупченко; АН СССР, Дальневост. отд-ние, Отд.

- физиологии и фармакологии, Хабаров. гос. мед. ин-т. - Владивосток: ДВО АН СССР, 1988. - 87, [1] с.
35. *Хакен Г.* Синергетика / Перевод с англ. В. И. Емельянова; Под ред.; (и с предисл.) Ю. Л. Климонтовича, С. М. Осовца. - М.: Мир, 1980. - 404 с.
 36. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация : Макроскопич. подход к слож. системам / Г. Хакен; Перевод с англ. Ю. А. Данилова; [Предисл. Ю. Л. Климонтовича]. - М.: Мир, 1991. - 240 с.
 37. *Хакен Г.* Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен; Перевод с англ. Ю. А. Данилова; Под ред. [и с предисл.] Ю. Л. Климонтовича. - М.: Мир, 1985. - 419 с.
 38. *Цымбал Л. А.* Синергетика информационных процессов : Закон информативности и его следствия / Л. А. Цымбал; Рос. АН, Ин-т океанологии им. П. П. Ширшова. - М.: Наука, 1995. - 116, [2] с.
 39. *Цытович В. Н.* Турбулентность и структуры / В. Н. Цытович, В. И. Кринский, М. В. Незлин; ...Отд. физики плазмы. - М.: Б. и., 1987. - 48 с.
 40. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация / Д. С. Чернавский. - М.: Знание, 1990. - 45, [1] с.
 41. *Щербаков А. С.* Самоорганизация материи в неживой природе : Филос. аспекты синергетики / А. С. Щербаков. - М.: Изд-во МГУ, 1990. - 109, [2] с.
 42. В поисках скрытого порядка: (Методол. проблемы изучения региона): [Материалы симп., Биробиджан, 1992 / Отв. ред. В. А. Дубко, В. В. Юшманов]. - Владивосток: ИКАРП, 1995. - 119 с.
 43. Вопросы синергетики / В. А. Журавлев, С. С. Савинский, П. К. Галенко, А. Г. Попов; Удм гос. ун-т, НИИ мат. моделирования. - Ижевск : Изд-во Удм ун-та, 1992. - 75, [3] с.
 44. Всесоюзное совещание по самоорганизации в физических, химических и биологических системах "Синергетика-86" (26-27 мая 1986 г.), г. Кишинев. - Кишинев : Штиинца, 1986. - 167, [1] с.
 45. Геологическая синергетика: (Тез. докл. семинара, 21-23 окт. 1991 г., Алма-Ата) / [Редкол: В. А. Нарсеев, В. Л. Лось (отв. редакторы) и др.]. - Алма-Ата : КазИМС, 1991. - 93 с.

46. Динамика сложных систем: Сб. науч. тр. / Рос. АН, Ин-т физ.-техн. пробл., [МНТК "Прогресс"]; Под ред. Лупичева Л. Н.. - М.: ИФТП, 1993. - 154, [2] с.
47. Информация и самоорганизация: Сб. ст. / Рос. акад. гос. службы при Президенте Рос. Федерации; [Отв. ред. К. Х. Делюков]. - М.: Изд-во Рос. акад. гос. службы, 1996. - 292 с.
48. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент : Введ. в информатику с позиций мат. моделирования : [Сб. ст.] / АН СССР; [Редкол: И. М. Макаров (пред.) и др.; Предисл. А. А. Самарского]. - М.: Наука, 1988. - 169, [3] с.
49. Концепция самоорганизации в исторической ретроспективе : [Сб. ст.] / Рос. АН, Ин-т истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова; [Отв. ред. А. А. Печенкин]. - М.: Наука, 1994. - 236, [2] с.
50. Международный симпозиум Синергетика и кооперативные явления в твердых телах и макромолекулах : Тез. докл. - Таллин : АН ЭССР, 1982. - [1], 56 с.
51. Моделирование внешнего воздействия на распределенную диссипативную систему / Н. М. Березецкая, В. А. Каневский, И. В. Нежинский и др.. - Киев : ИТФ, 1989. - 28 с.
52. Наука, технология, вычислительный эксперимент : [Сб. ст.] / Рос. АН; [Редкол: И. М. Макаров (пред.) и др.]. - М.: Наука, 1993. - 146, [5] с.
53. Нелинейные волны : Физика и астрофизика : Сб. науч. тр. / Рос. АН, Ин-т прикл. физики; [Отв. ред. А. В. Гапонов-Грехов М. И. Рабинович]. - М.: Наука, 1993. - 356, [1] с.
54. Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур: [Сб. ст.] / Рос. акад. наук; [Отв. ред. И. М. Макаров]. - М.: Наука, 1996. - 261, [2] с.
55. Проблемы синергетики: Тез. докл. науч.-техн. конф./ [Редкол: Кузеев И. Р. (отв. ред.) и др.]. - Уфа : УНИ, 1989. - 120 с. : ил.; 20 см.
56. Самоорганизация в природе и обществе: Филос.-методол. очерки / [В. Н. Михайловский, В. А. Кайдалов, А. И. Уемов и др.; Редкол: В. Н. Михайловский (отв. ред.) и др.]; Рос. АН, Санкт-Петербург. каф. философии. - СПб. : Наука, 1994. - 127, [2] с.

57. Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления : [Сб. ст.] / Рос. АН, Ин-т философии; [Отв. ред. И. А. Акчурина, В. И. Аршинов]. - М.: Фирма "АРГО", 1994. - 349 с.
58. Самоорганизация, организация, управление: [Сб. ст.] / Рос. акад. гос. службы при Президенте Рос. Федерации; [Редкол: Бессонов Б. Н. и др.]. - М.: РАГС, 1995. - 272 с.
59. Самоорганизующиеся и фрактальные структуры : Межвуз. науч.-темат. сб. / Уфим. нефт. ин-т; [Редкол: Кузеев И. Р. (отв. ред.) и др.]. - Уфа : УНИ, 1990. - 156 с.
60. Синергетика и усталостное разрушение металлов: Сб. науч. тр. / АН СССР, Ин-т металлургии им. А. А. Байкова; Отв. ред. В. С. Иванова. - М.: Наука, 1989. - 244, [2] с.
61. Синергетика и фракталы в материаловедении / В. С. Иванова, А. С. Баланкин, И. Ж. Бунин, А. А. Оксогоев; [Отв. ред. Н. П. Лякишев]; Рос. АН, Ин-т металлургии им. А. А. Байкова. - М.: Наука, 1994. - 382, [1] с.
62. Синергетика: Материалы междунар. симпоз. Синергетика и кооп. явления в твердых телах и макромолекулах, Таллин, 27 сент.-1 окт. 1982 г. - Таллин : Валгус, 1983. - 240 с.
63. Социосинергетика и информатика: Сб. тез. респ. науч.-практ. семинара (Таллинн, 17 февр. 1989 г.) / Под ред. В. Вольт. - Таллинн: Б. и., 1989. - 195, [1] с. : ил.; 20 см.
64. *Бойко В. Г.* Метастабильные состояния: флуктуации, термодинамика, фракталы / В. Г. Бойко, В. М. Сысоев, А. В. Чалый. - Киев : ИТФ, 1989. - 37 с.
65. *Зосимов В.В.* Нелинейные волны и фракталы в диагностике сред: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук / Акустич. ин-т им. Н.Н. Андреева. - М., 1995. - 33 с.
66. *Поликарпов М. И.* Фракталы в решеточных калибровочных теориях / М. И. Поликарпов. - М.: ИТЭФ, 1990. - 19, [1] с.
67. *Федер Енс.* Фракталы / Е. Федер; Перевод с англ. Ю. А. Данилова, А. Шукурова. - М.: Мир, 1991. - 260 с.
68. Нелинейные явления в сложных системах : Фракталы, хаос, аттракторы, бифуркация, фазовые переходы, самоорганизация : Докл. 2-го ежегод. семинара, 15-17 февр. 1993, Полоцк, Беларусь / Ред. В. И. Кувшинов, Д. В. Серов. - СПб. : Б. и., 1993. - 507 с.

69. Синергетика и фракталы в материаловедении / В. С. Иванова, А. С. Баланкин, И. Ж. Бунин, А. А. Оксогоев; [Отв. ред. Н. П. Лякишев]; Рос. АН, Ин-т металлургии им. А. А. Байкова. - М.: Наука, 1994. - 382, [1] с.
70. Фракталы в прикладной физике: [Сб. науч. тр.] / Рос. федерал. ядер. центр-ВНИИЭФ; Под общ. ред. А. Е. Дубинова. - Арзамас: Рос. федерал. ядер. центр-ВНИИЭФ, 1995. - 215, [2] с.
71. Фракталы в физике: Тр. VI Междунар. симпоз. по фракталам в физике (МЦТФ, Триест, Италия, 9-12 июля 1985) / Под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти; Пер. с англ. под ред. Я. Г. Синая, И. М. Халатникова. - М.: Мир, 1988. - 670 с.
72. *Арабаджи В. В.* Локальное управление граничными условиями в задаче активного волногашения / В. В. Арабаджи. - Нижний Новгород: ИПФ, 1991. - 12, [1] с.
73. *Безуглый А. И., Шкловский В. А.* Нелинейные эффекты в вязком течении вихрей в сверхпроводниках - роль конечной скорости теплоотода / А. И. Безуглый, В. А. Шкловский. - Харьков: ХФТИ, 1991. - 4, [1] с.
74. *Богданова Х. Г.* Магнитоакустические нелинейные явления и ЯМР в легкоплоскостных антиферромагнетиках : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.11) / АН СССР, Казан. науч. центр, Казан. физ.-техн. ин-т им. Е.К. Завойского. - Казань, 1991. - 34 с.
75. *Быченков В. Ю., Тихончук В. Т.* Поглощение лазерной энергии и нелинейные явления в плазме / В. Ю. Быченков, В. Т. Тихончук; Сектор теории плазм. явлений. - М.: ФИАН, 1990. - 71 с.
76. *Вьюн В.А.* Нелинейные акустоэлектронные явления в слоистых структурах пьезоэлектрик-полупроводник Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.10) / [Ин-т физики полупроводников СО РАН]. - Новосибирск, 1996. - 32 с.
77. *Ганиев Р. Ф., Ковальчук П. С.* Динамика систем твердых и упругих тел: (Резонанс. явления при нелинейн. колебаниях) / Р. Ф. Ганиев, П. С. Ковальчук - М.: Машиностроение, 1980. - 208 с.

78. *Горев В. В.* Нелинейные явления и динамика мощных пучков заряженных частиц в плазме : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.08) / Харьк. гос. ун-т им. А.М. Горького. - М., 1992. - 17, [1] с.
79. *Давыдов А. С.* Нелинейные явления в молекулярных системах, переносящих электроны / А. С. Давыдов. - Киев: ИТФ, 1986. - 25 с.
80. *Дарманыч С. А.* Нелинейные и стохастические явления в оптических волноводах и ограниченных средах: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.02) / АН России, Ин-т спектроскопии. - Троицк (Моск. обл.), 1992. - 32 с.
81. *Журавлев А. Ф.* Нелинейные электродинамические эффекты, обусловленные наличием переходных слоев в кристаллах / А. Ф. Журавлев, В. З. Лозовский, Б. И. Худик - Киев : ИТФ, 1988. - 20 с.
82. *Зуев В. Е.* Нелинейные оптические эффекты в аэрозолях / В. Е. Зуев, Ю. Д. Копытин, А. В. Кузиковский, Отв. ред. В. Е. Зуев,. - Новосибирск: Наука, 1980. - 184 с.
83. *Кадушкин В. И.* Нелинейные фотогальваномагнитные явления выржденных электронов полупроводниковых соединений АЗВ5 в квантующем магнитном поле: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.07) / Моск. гос. инж.-физ. ин-т (Техн. ун-т). - М., 1994. - 34 с.
84. *Маймистов А. И.* Фотоника. Нелинейные оптические явления в планарных световодах [Учеб. пособие] / А. И. Маймистов; Моск. инж.-физ. ин-т, [Фак. эксперим. и теорет. физики]. - М.: МИФИ, 1987. - 61, [2] с.
85. *Мартынов Б. А., Молотков В. И.* Резонансные явления в электрических цепях с нелинейными элементами: Учеб. пособие / Б. А. Мартынов, В. И. Молотков - Л.: ЛПИ, 1981. - 68 с.
86. *Масалов А. В.* Нелинейные явления в некогерентном поле и проблема измерений / А. В. Масалов. - М.: ФИАН, 1983. - 19 с.
87. *Миргородский В. И.* Нелинейные и нестационарные акстоэлектронные явления в монокристаллическом сульфиде кадмия : Автореф. дис. на соиск. учен. степ.

- доктора наук (01.04.10) / Рос. акад. наук, Ин-т радиотехники и электрон.. - М., 1993. - 31 с.
88. *Михалаке Д.* Р-поляризованные нелинейные поверхностные волны в симметричных слоистых структурах / Д. Михалаке, Р. Г. Назмитдинов, В. К. Федянин. - Дубна : ОИЯИ, 1983. - 14 с.
 89. *Порубов А. В.* Нелинейные волны на свободной поверхности тонкого слоя вязкой жидкости / А. В. Порубов - Л. : ФТИ, 1991. - 28 с.
 90. *Порубов А. В. Самсонов А. М.* Стоячие цилиндрические кноидальные волны на поверхности слоя жидкости переменной глубины / А. В. Порубов, А. М. Самсонов. - Л. : ФТИ, 1989. - 27 с.
 91. *Саркисян Э. С.* Нелинейные явления в германии, обусловленные разогревом дырок ИК излучением : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. кандидата наук (01.04.10) / Ин-т радиофизики и электрон. АН Респ. Армении.. - Аштарак, 1991. - 14 с.
 92. *Севериков В. Н.* Нелинейные поляризационные явления в газовых лазерах: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.21) / Ин-т физики им. Б.И. Степанова АН Беларуси.. - Минск, 1992. - 29 с.
 93. *Тептин Г. М.* Нелинейные явления в долгопериодных колебаниях атмосферы / Г. М. Тептин. - Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1986. - 108, [2] с.
 94. *Шараевский Ю. П.* Нелинейные, многоволновые и шумовые явления в распределенных линиях передачи с гиротропными средами: ферромагнитный слой, поток носителей заряда в скрещенных электрическом и магнитном полях : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.03) / [Сарат. гос. ун-т им. Н.Г. Чернышевского, Дис. совет Д. 063.74.01]. - Саратов, 1995. - 34 с.
 95. *Шумейко В. С.* Динамика электронной системы с недиагональным дальним порядком и резонансные нелинейные явления в сверхпроводниках : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. доктора наук (01.04.02) / АН УССР, Физ.-техн. ин-т низких температур. - Харьков, 1990. - 31 с.
 96. Всесоюзная конференция "Нелинейные явления" : Тез. докл. - М.: ИПМ, 1989. - 52 с.; 21 см.

97. Динамические системы и нелинейные явления : Сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т математики; [Редкол: А. Н. Шарковский (отв. ред.) и др.]. - Киев : ИМ, 1990. - 73 с.
98. Компьютеры и нелинейные явления. Информатика и современное естествознание : [Сб. ст.] / АН СССР; [Ред.-сост. А. А. Самарский]. - М.: Наука, 1988. - 190, [2] с.
99. Нелинейные и квантовые оптические явления в неравновесных средах / Отв. ред. В. А. Щеглов. - М.: Наука, 1991. - 216, [1] с.
100. Нелинейные оптические эффекты в атмосфере / Е. Б. Беляев, В. В. Воробьев, А. А. Землянов и др.; [Отв. ред. В. Е. Зуев]; АН СССР, Сиб. отд-ние, Том. фил.. - Томск : ТФ СО АН СССР, 1987. - 223 с.
101. Нелинейные электромагнитные явления в веществе: [Сб. ст.] / Моск. инж.-физ. ин-т; Под ред. Ю. А. Вдовина, В. П. Яковлева. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 144 с.
102. Нелинейные явления в открытых системах : Сб. науч. тр. / Рос. акад. наук, Гос. ин-т физ.-техн. проблем, [МНТК "Прогресс"]; Под ред. Лупичева Л. Н. - М.: Гос. ИФТП, 1995. - 157, [2] с.
103. Нелинейные явления в распределенных системах: Сб. науч. тр. / Рос. АН, Гос. ин-т физ.-техн. пробл., [МНТК "Прогресс"]; Под ред. Лупичева Л. Н. - М.: Гос. ИФТП, 1994.- 172, [2] с.
104. Нелинейные явления в сложных системах : Фракталы, хаос, аттракторы, бифуркация, фазовые переходы, самоорганизация : Докл. 2-го ежегод. семинара, 15-17 февр. 1993, Полоцк, Беларусь / Ред. В. И. Кувшинов, Д. В. Серов.- СПб.: Б. и., 1993. - 507 с.
105. Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках / Н. Н. Белецкий, А. А. Булгаков, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко [Отв. ред. Ф. Г. Басс]. - Киев : Наук. думка, 1984. - 191 с.
106. Тепловые нелинейные явления в плазме : Сб. науч. тр. / АН СССР, Ин-т прикл. физики; [Отв. ред. В. Ю. Трахтенгерц]. - Горький: ИПФ, 1979. - 218 с.
107. Труды всесоюзной конференции "Нелинейные явления" / Отв. ред. К. В. Фролов. - М.: Наука, 1991. - 213, [1] с.

108. *Завальницкий С. Е.* Бифуркации и хаос в динамической системе роста клеток на этаноле / Е. Е. Завальницкий. - Киев: ИТФ, 1991. - 16 с.
109. *Нейман А. Б.* Влияние внешнего шума на бифуркации и хаос в динамических системах малой размерности : Автореф. дис. на соиск. учен. степ. кандидата наук (01.04.03) / Сарат. гос. ун-т им. Н.Г.Чернышевского - Саратов, 1991. - 17 с.
110. *Тузинкевич А. В.* Бифуркации и хаос в одной интегральной модели динамики численности с дискретным временем / А. В. Тузинкевич; АН СССР, Дальневост. отд-ние, Ин-т автоматки и процессов управления с ВЦ. - Препр. - Владивосток: ИАПУ с ВЦ, 1988. - 20 с.
111. *Бирштейн Т. М.* Структура растворов полимеров. Скейлинг и моделирование на ЭВМ : Докл. на II всесоюз. совещ. "Мат. методы для исслед. полимеров" (Пушино, 23-25 июня 1981 г.) Препринт / Т. М. Бирштейн, А. М. Скворцов, А. А. Сарибан. - Пушино: НЦ БИ АН СССР, 1981. - 25 с.
112. *Бранков Й. Г.* Конечноразмерный скейлинг для средней сферической модели со степенным потенциалом взаимодействия / Й. Г. Бранков. - Дубна : ОИЯИ, 1988. - 23 с.; 22 см. - (Препр. / Объед ин-т ядер. исслед.; Е 17-88-761).
113. *Голохвастов А. И.* Скейлинг полуинклюзивных спектров пи-мезонов в рр-взаимодействиях / А. И. Голохвастов - Дубна : ОИЯИ, 1982. - 6 с.
114. *Голохвастов А. И.* Точный скейлинг по множественности / А. И. Голохвастов - Дубна: ОИЯИ, 1989.- 14 с.
115. *Голохвастов А. И.* Точный скейлинг по множественности / А. И. Голохвастов - Дубна: ОИЯИ, 1987.- 8 с.
116. *Голохвастов А. И.* Точный скейлинг по множественности в изотопически связанных реакциях / А. Голохвастов - Дубна: ОИЯИ, 1989. - 11 с.
117. *Иоффе Л. Б., Сагдеев И. Р.* Проводимость вблизи перехода Андерсона: скейлинг и мезоскопические флуктуации / Л. Б. Иоффе И. Р. Сагдеев. - М.: ИКИ, 1987. - 22 с.
118. *Клинцов В. Н., Юдин Г. Л.* Скейлинг в процессах ион-атомного возбуждения / В. Н. Клинецов, Г. Л. Юдин. - Обнинск : ФЭИ, 1991. - 18 с.

119. Пономарев В. И. Скейлинг-теория фазового перехода по магнитному полю при нуле температуры / В. И. Пономарев.- Красноярск : ИФ, 1983. - 19 с.
120. Чикилев О. Г., Шляпников Павел Валентинович КНО-скейлинг как свойство случайных ветвящихся процессов / О. Г. Чикилев, П. В. Шляпников. - п.г.т. Протвино (Моск. обл.): ИФВЭ, 1989. - 6 с.
121. Изучение свойств кумулятивных л-частиц. Ядерный скейлинг и поиски бариононасыщенной кварк-глюонной плазмы / П. В. Дегтяренко, Ю. В. Ефременко, В. Б. Федоров и др.. - М.: ИТЭФ, 1991. - [19] с.
122. Скейлинг быстротных распределений в пи-р-взаимодействиях при Р пи-40 ГэВ/с / В. Б. Любимов, З. Омбоо, Д. Тувдендорж, В. В. Ужинский. - Дубна: ОИЯИ, 1981. - 5 с.
123. Скейлинг для информационной длины локализации в одномерных моделях твердого тела / Д. Казати, И. Гварнери, Ф. Израйлев и др. - Новосибирск : ИЯФ, 1991. - 12 с.
124. Скейлинг для эффекта Штарка в ридберговских атомах / В. С. Попов, В. Д. Мур, А. В. Сергеев, А. В. Щеблыкин. - М.: ЦНИИАтоминформ, 1988. - 43 с.
125. Z-скейлинг в адрон-адронных взаимодействиях при высоких энергиях / И. Зборовски, Ю. А. Панебратцев, М. В. Токарев, Г. П. Шкоро. - Дубна : ОИЯИ, 1996. - 16 с.

ДИСЕРТАЦІЇ

3 ПРОБЛЕМ СИНЕРГЕТИКИ ТА НЕЛІНІЙНИХ ЯВИЩ

1. Кабыченков А.Ф. Нелинейные магнитоупругие и магнитооптические эффекты при фазовых переходах в магнетиках: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н. / Рос. акад. наук, Ин-т радиотехники и электроники.- М.,1995.- 29с.
2. Ауезбаева Т. Е. Нелинейные краевые задачи для эллиптических систем первого порядка на плоскости в дробных пространствах: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н. / Ин-т теорет. и прикл. математики Нац. АН Респ. Казахстан.- Алматы,1993.- 14с.

3. *Андреев А.А.* Нелинейные электрооптические эффекты в многодолинных кубических полупроводниках: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н. /Черновиц. гос. ун-т им. Юрия Федьковича.- Черновцы, 1992.- 23с.
4. *Югай К.Н.* Нелинейные эффекты и динамический хаос в некоторых задачах оптики: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.05) / Омск. гос.ун-т.- Омск,1995.- 38с.
5. *Шерегий Е.М.* Резонансные нелинейные электрон-фотонные взаимодействия в полупроводниках: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.10) / С.-Петербург. гос. ун-т.- СПб,1992.- 16с.
6. *Дубинко Т.Ю.* Нелинейные задачи при определении вектора состояния потребителя системы спутниковой навигации: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.01.09, 01.03.01) / С.-Петербург. гос. ун-т.- СПб,1995.- 15 с.
7. *Еньшин А.В.* Нелинейные взаимодействия световой бигармоники, резонансной спиновым частотам, с парамагнитными газами: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.05) / Том. гос. ун-т.- Томск,1995.- 33 с.
8. *Землянухин А.И.* Нелинейные интегрируемые уравнения в динамических задачах теории упругости: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.02.04) / Саратов. гос. ун-т.- Саратов,1995.- 18 с.
9. *Шараевский Ю.П.* Нелинейные, многоволновые и шумовые явления в распределенных линиях передачи с гиротропными средами : ферромагнитный слой, поток носителей заряда в скрещенных электрическом и магнитном полях: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.03) / Саратов. гос. ун-т, НИИ механики и физики при СГУ.- Саратов,1995.- 34 с.
10. *Маклаков Д.В.* Плоские нелинейные задачи безотрывного, кавитационного и волнового обтекания препятствий однородными и двуслойными потоками: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.02.05) / НИИ математики и механики им. Н. Г. Чеботарева при Казан. гос. ун-те.- Казань,1995.- 34 с.
11. *Демин А.В.* Нелинейные транспортные и магнитные свойства сверхпроводящих гетероконтактов и джозефсо-

- новских систем: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.07) / Ин-т монокристаллов.- Харьков,1992. - 20 с.
12. *Зосимов В.В.* Нелинейные волны и фракталы в диагностике сред: Автореф. дис. На соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.06) / Акуст. ин-т им. акад. Н. Н. Андреева.- М.,1995.- 33с.
 13. *Ташкинов А.А.* Нелинейные краевые задачи механики композитов со случайной структурой: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.02.04) / Перм. гос. техн. ун-т.- Пермь,1995.- 32 с.
 14. *Зарипов Р.Г.* Периодические нелинейные волны и упорядоченные структуры в газах: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.02.05) / Тюмен. гос. ун-т.- Тюмень,1995.- 31 с.
 15. *Насретдинова Ш.С.* Нелинейные колебания и динамическая устойчивость вязкоупругих стержней и пластин с переменной жесткостью: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.02.04) / Ташк. гос. ун-т.- Ташкент,1995.- 20 с.
 16. *Рыскин Н.М.* Волновые взаимодействия в системах, содержащих электронные потоки и электромагнитные поля : (Нелинейные волны, модуляц и взрыв.неустойчивости): Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.03) / Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского- Саратов,1995.- 13 с.
 17. *Бурнусенко Е.Н.* Нелинейные колебательные процессы в полукрытых трубах: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.02.05) / С.-Петербург. гос. ун-т.- СПб,1995.- 14 с.
 18. *Новохатский В.В.* Нелинейные среды для ОВФ непрерывного излучения ИК диапазона спектра: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.05) / Дальневост. гос. акад. путей сообщ.- Хабаровск, 1995.- 14 с.
 19. *Порубов А.В.* Нелинейные волны на поверхности тонкого слоя вязкой неоднородной жидкости: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.02.05) / С.-Петербург. техн. ун-т.- СПб, 1995.- 17 с.
 20. *Романова Н.Н.* Нелинейные волны в слоистых моделях геофизических течений: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (11.00.08) / Ин-т океанологии.- М., 1995.- 30 с.

21. *Амиранашвили Ш.Г.* Нелинейные электромагнитные волны в электрон - позитронной плазме: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.02) / Ин-т общ. физики.- М.,1995.- 11 с.
22. *Горенцевейг В.И.* Нелинейные эффекты в теории сдвиговых поверхностных акустических волн: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.02) / Ин-т монокристаллов.- Харьков, 1993.- 14 с.
23. *Денисенко И.Б.* Возбуждение и нелинейные свойства поверхностных волн на границе плазмоподобной среды с металлом: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.08) / Харьк. гос. ун-т.- Харьков, 1995.- 16 с.
24. *Нуритдинов С.Н.* Нелинейные модели и физика неустойчивости неравновесных бесстолкновительных самогравитирующих систем: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.03.02) / С.-Петербург. гос. ун-т.- СПб, 1993.- 22 с.
25. *Жанбаев З.Ж.* Нелинейные физические свойства гидродинамической турбулентности Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.14) / Каз. гос. нац. ун-т им. Аль-Фараби.- Алматы,1995.- 42 с.
26. *Ротару А.Х.* Кооперативные нелинейные и стохастические явления в системе экситонов, фотонов и биэкситонов в полупроводниках: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.02) / Ин-т прикл. физики.- Кишинев,1993.- 39 с.
27. *Самарина Е.В.* Нелинейные процессы формирования и взаимодействия фемтосекундных оптических солитонов: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.21) / Ин-т общ. физики.- М.,1996.- 13 с.
28. *Вьюн В.А.* Нелинейные акустоэлектронные явления в слоистых структурах пьезоэлектрик - полупроводник Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.10) / Ин-т физики полупроводников- Новосибирск, 1996.- 32 с.
29. *Казымов Р.Ч.* Нелинейные колебания спутника - твердого тела относительно центра масс в гравитационном и магнитных полях: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.02.01) / Рос. ун-т дружбы народов.- М., 1993.- 14 с.

30. *Толмачев Н.А.* Нелинейные преобразования мер в задачах стохастического анализа: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.01.01) / МГУ им. М. В. Ломоносова- М.,1996.- 10 с.
31. *Зосимов В.В.* Нелинейные волны и фракталы в диагностике сред: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.06) / Акуст. ин-т им. акад. Н.Н. Андреева- М., 1995.- 33 с.
32. *Шебершинева О.В.* Фрактальная модель низкотемпературной теплоемкости твердых неорганических веществ: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.х.н.: (02.00.04) / Рос. акад. наук, Ин-т общ. и неорган. химии им. Н. С.Курнакова- М.,1996.- 21с.
33. *Королев С.В.* Исследование генетических текстов с использованием графических представлений и фрактального анализа: Автореф. дис. на соиск. учен.степ. к.б.н.: (03.00.03) / Ин-т молекул биологии им. В. А.Энгельгардта.- М., 1993.- 24с.
34. *Рышкевич Т.И.* Структурная изменчивость и адсорбционные свойства аэрозолей с фрактальной геометрией на примере агрегатов сажи: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (04.00.23) / С.-Петербург. гос. ун-т.- СПб, 1996.- 18 с.
35. *Хворов М.М.* Фрактальна структура і властивості колоїдних металів та композиційних матеріалів на їх основі: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.х.н.: (02.00.11) / Ін-т колоїд. хімії та хімії води ім. А. В. Думанського.- Київ,1993.- 37 с.
36. *Кулак М.И.* Структурная механика дисперсных и композиционных материалов: фрактальный подход: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.02.04) / Белорус. гос. политехн. акад.- Минск,1993.- 32 с.
37. *Вавілова І.Б.* Дослідження великомасштабного розподілу галактик у місцевому надскупченні та ягелонському полі методами кластерного, фрактального та хвилькового аналізу: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н. : (01.03.02) / Нац. акад. наук України.- Київ,1995.- 22 с.
38. *Собчук Т.В.* Генерализация линейных элементов географической основы карт с использованием фрактальных показателей: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.г.н.: (11.00.12) / МГУ им. М. В. Ломоносова- М.,1996.- 24 с.
39. *Лепов В.В.* Синергетический подход к оценке сопротивляемости замедленному разрушению элементов сварных конструкций: Автореф. дис. на соиск.учен. степ.

- к.т.н.: (01.02.06) / Ин-т физ.-техн. проблем Севера.- Якутск,1994.- 20 с.
40. *Черненко И.В.* Синергетический подход к моделированию социальных процессов: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.социол.н.: (22.00.01) / Ин-т социологии.- Киев,1992.- 22 с.
 41. *Шипулин А.В.* Новые способы генерации солитонов с использованием методов нелинейной волоконной оптики: Автореф. дис. на соиск. учен. степ.к.ф.-м.н.: (01.04.21) / Ин-т общ. физики.- М.,1995.- 17 с.
 42. *Коломийцева Е.А.* Закономерности формирования, взаимодействия и распада многокомпонентных шредингеровских солитонов: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.01.03) / МГУ им. М. В. Ломоносова.- М., 1993.- 12 с.
 43. *Маймистов А.И.* Динамика ультракоротких оптических солитонов: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.04.02) / Моск. гос. инж.-физ. ин-т.- М.,1996.- 22 с.
 44. *Ведерко А.В.* Медленные и неподвижные солитоны в неоднородных средах с кубичной нелинейностью: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.03) / МГУ им. М. В. Ломоносова.- М.,1993.- 17 с.
 45. *Таджимуратов С.Ш.* Оптические солитоны в ВКР-активных и резонансных средах: Автореф.дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.02) / Ташк. гос. ун-т.- Ташкент,1993.- 14 с.
 46. *Калайдин Е.Н.* Пространственная эволюция возмущений и динамика солитонов в стекающей пленке жидкости: Автореф. дис. на соиск. учен. степ.к.ф.-м.н.: (01.02.05) / Ин-т теплофизики.- Новосибирск,1996.- 14 с.
 47. *Самарина Е.В.* Нелинейные процессы формирования и взаимодействия фемтосекундных оптических солитонов: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ф.-м.н.: (01.04.21) / Ин-т общ. физики.- М.,1996.- 13 с.
 48. *Саль М.А.* Алгебраический подход в теории солитонов: Автореф. дис. на соиск.учен. степ. д.ф.-м.н.: (01.01.03) / Мат. ин-т им. В. А. Стеклова.- СПб,1993.- 22 с.

З М І С Т

Перелік скорочень	3
Вступ	4
Розділ 1. Процеси самоорганізації та скейлінгова кінетика нелінійних стохастичних систем, далеких від рівноваги	7
1.1. Скейлінг в кінетиці пластичного деформування та руйнування твердих тіл	8
1.2. Скейлінгова кінетика нерівновісних процесів різноманітної фізичної природи	12
1.3. Методи дослідження синергетичних систем	13
1.4. Сценарій подвоєння періоду	17
1.5. Дисипативні властивості одномірних динамічних відображень	25
1.6. Узагальнена Δ -последовність. Функція самоподібності	30
1.7. Критичні явища Ландау і двомірний скейлінг	34
Резюме розділу 1	38
Розділ 2. Термоактиваційний аналіз руйнування ОЦК і ГЦК металів в умовах обмеженої пластичності	39
2.1. Руйнування ангармонійного ланцюжка	39
2.2. Руйнування ОЦК і ГЦК металів в умовах одноосьового розтягу й обмеженої пластичності	44
2.3. Оцінка стійкості енергії активації	47
2.4. Оцінка діапазону зміни модуля пружності	49
2.5. Кількісні оцінки зміни енергії активації при дії всебічного стиску і домішок	55
2.5.1. Сталі та сплави заліза	56
2.5.2. Сплави на основі алюмінію	58
2.5.3. Деформування потенційного рельєфу при всебічному стиску	59
2.5.4. Деформування потенційного рельєфу домішками	63
2.6. Деформування потенційного рельєфу в умовах плоского напруженого стану	66
2.6.1. Осесиметричне деформування потенційного рельєфу	67
2.6.2. Деформування потенційного рельєфу в площині ZOY	69

2.6.3. У середненній ймовірностей активованого стрибка через деформований потенційний рельєф у площинах ZOХ і ZOУ	69
2.6.4. Порівняння повних інтегралів ймовірності активованих стрибків	70
Резюме розділу 2	82
Розділ 3. Термоактиваційний аналіз втомного руйнування	84
3.1. Термоактиваційні процеси руйнування при циклічному навантаженні ОЦК і ГЦК металів	84
3.2. Енергія активації втомного руйнування ОЦК і ГЦК металів	85
3.2.1. Розрахунок ймовірності тунельного подолання потенційного бар'єра	88
3.2.2. Концепція локальних збуджень при втомі ОЦК і ГЦК металів	90
3.3. Взаємозв'язок параметрів у рівнянні кривої втоми	94
3.4. Термоактиваційний аналіз втомного руйнування для степеневого рівняння кривої втоми	96
Резюме розділу 3	98
Розділ 4. Автомодельний підпростір. Вектори стану сплава. Обернена задача кореляційного аналізу	100
4.1. Проблема ідентифікації втомних випробувань і ранжування сплавів	100
4.2. Зображуючий простір. Автомодельність в двомірному просторі	102
4.3. Автомодельність втомного руйнування Центр квазіпучка кривих втоми	103
4.4. Загальний випадок автомодельності сімейства прямих	108
4.4.1. Еліптичне рівняння границі автомодельності	110
4.5. Інші види автомодельності сімейства прямих	111
4.6. Автомодельність сімейства парабол	111
4.7. Статистична задача нелінійної автомодельності	115
4.8. Автомодельність сімейства довільних функцій з одним параметром	116

4.9. обернена задача кореляційного аналізу для деяких співвідношень механіки руйнування	116
Резюме розділу 4	125
Розділ 5. Термоактиваційний аналіз в умовах нестационарного навантаження	126
5.1. Термоактиваційний аналіз при нестационарному навантаженні. Загальна постановка	126
5.2. Термоактиваційний аналіз в умовах рівномірного навантаження малопластичних матеріалів	127
5.3. Термоактиваційний аналіз в умовах тривалої міцності пластичних матеріалів при постійному зовнішньому навантаженні	131
5.4. Термоактиваційний аналіз в умовах рівномірного деформування пластичних матеріалів. Параболічне наближення	134
5.5. Нестационарний термоактиваційний аналіз руйнування пластичних матеріалів при рівномірному деформуванні. Прогноз міцності і пластичності в умовах параболічного наближення	136
Резюме розділу 5	153
Розділ 6. Теоретичні основи прискорених натурних випробувань на забезпечення гарантованого ресурсу конструкцій, що обертаються	155
6.1. Проблеми забезпечення ресурсу за тривалою міцністю в умовах підвищених температур	155
6.2. Узагальнені граничні поверхні жароміцних сплавів на основі нікелю і на основі заліза	156
6.3. Прискорення термоактиваційних процесів при натурних випробуваннях	166
6.3.1. Еквівалентні прискорені випробування на забезпечення гарантованого ресурсу дисків турбомашин	169
6.4. Прискорене визначення крильчатки насоса системи мащення виробів "14" і "22"	171
6.4.1. Розрахунок напружено-деформованого стану крильчатки	172

6.5. Експериментально-теоретичне прискорене визначення ресурсу елементів ротора виробу “20”	188
6.5.1. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування секції I-II ступенів	188
6.5.2. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування секції III-IV ступенів	193
6.5.2.1. Розрахунок секції III-IV ступенів	193
6.5.2.2. Реконструкція кінетики росту в томної тріщини в зоні сполучення конічної оболонки з полотном диску IV ступеня виробу “20”	200
6.5.3. Прискорені натурні розгонно-циклічні випробування диска VI ступеня	210
6.6. Єдність термоактиваційних процесів короткочасної тривалої міцності в задачах прискореного прогнозування ресурсу натурних конструкцій	213
Резюме розділу 6	220
Розділ 7. Термоактиваційне моделювання кінетики тріщин	221
7.1. Термоактиваційна модель росту тріщини в нескінченній площині. Перше наближення	221
7.2. Лінійна модель накопичення пошкоджень Друге наближення	225
Розділ 8. Самоподібність і фрагментація руйнування	238
8.1. Технологічні аспекти фрагментації руйнування	238
8.2. Самоподібне розбиття D -простору декартовим D -рядом площин. Простір R^3	240
8.3. Самоподібне D -розбиття при довільному D	246
8.4. Диференційні та інтегральні діаграми. Розподіли фракцій за об'ємами	250
8.5. Інші випадки самоподібного розбиття простору R^D	252
8.6. Фрагментація руйнування та утворення вільних поверхонь	253
8.7. Енергонасичення та дискретність руйнування	258
8.8. Комп'ютерне моделювання макродискретних явищ	261
Література	265

Грабар Іван Григорович

**ТЕРМОАКТИВАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ
ТА
СИНЕРГЕТИКА РУЙНУВАННЯ**

Наукова монографія

Редактор	<i>Л.В. Гончарук</i>
Технічний редактор	<i>Є.П. Армєєва</i>
Комп'ютерний набір та верстка	<i>Л.С. Жудіна</i>
Макетування	<i>В.В. Кондратенко</i>

Здано до набору 21.01.02. Підписано до друку 29.03.02.
Формат 60 x 84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times. Друк офсетний.
У м. друк арк. 19,5. Тираж 300 прим. Зам. 34.

Редакційно-видавничий відділ
Житомирського інженерно-технологічного інституту
вул. Черняхівського 103, м. Житомир, 10005