Показатели надежности пассивно-резервированных технических систем

Савченко В.Н.[1]
Кт.н., доцент, кафедра "Эксплуатация машин, мобильной энергетики и сервиса технологических систем", Житомирский национальный агроэкологический университет Украины, dgs-ua@ukr.net

Аннотация. В статье отображено исследование изменения показателей надежности пассивно резервированной системы. Построена зависимость влияния времени эксплуатации пассивно дублированной системы на среднюю ее наработку.

Ключевые слова: резервирование, готовность к работе, вероятность безотказной работы, средняя наработка на отказ

INDICATORS OF RELIABILITY OF PASSIVE AND REDUNDANT TECHNICAL SYSTEMS

Savchenko Vasilij[1]
Xand. Sci. (Tech.), Assistant Professor, chair "Operation of machines, mobile power and service of technological systems", Zhytomyr national agrarian and ecological university, , dgs-ua@ukr.net

Abstract. In article research of change of indicators of reliability of passively redundant system is displayed. Dependence of influence of time of operation of passively duplicated system on its average operating time is constructed.

Keywords: redundancy, readiness to work, probability of faultness function, mean time to failure

Введение. Резервирование является одним из наиболее эффективных методов повышения надежности технических систем. Более широкое его применение в машиностроении подразумевает необходимость использования дополнительных элементов (запасных частей), способов и доступных периодических регулировок, а также заложенных в конструкцию возможностей восстановления работоспособности деталей. Другой причиной недостаточного применения пассивного резервирования является отсутствие научно-обоснованных рекомендаций по эффективному его использованию. На устранение указанных недостатков и направлена данная статья.

Основная часть. Предпосылкой для установления главных критериев надежности пассивно резервированной системы являются вероятности ее нахождения в том или другом целесообразно выбранном состоянии [6-9]. Величины таких вероятностей рассчитываются согласно правила Крамера [10, 11].

(1)

гДе^ ^ ^ ^ - вероятность ?■ “ состояния в превращениях Лапласа;

Δ_i - определитель системы уравнений (7) [1] для рассматриваемой неизвестной вероятности;

- основной определитель этой же системы уравнений.

Выбор состояния системы устанавливается согласно поставленного задания исследований и ориентированы на тот или иной показатель надежности, который изучается. Однако, в любом случае необходимо найти решение определителя в знаменателе формулы (1). Его величина находится из общей расширенной матрицы системы уравнений (7) [1] и составляет основную матрицу, которая записывается следующим образом:

$$\Lambda = \begin{vmatrix} S + Лю & 0 & \sim Ню & 0 & 0 \\ —Лда & S +>470 & 0 & 0 & 0 \\ S & S & S & S & S \\ 0 & 0 & “Ао & S + \kappa_{10}. & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sim A<7 & S + и \end{vmatrix} \qquad (2)$$

Представленная матрица имеет пятый ранг и нуждается для дальнейшего решения в понижениях[12, 13].

Выполнив соответствующие математические операции понижения ранга, алгебраическими превращениями и приведения выражений, получим:

где

Издательство ИНГН

(3)

Можно видеть, что постоянные степеней неизвестной, в основном зависят от величин в первой степени, с - во второй, а сУ - в третьей. То есть порядок значения коэффициентов следует считать близким к порядку величин $ и *И* • Это является важным для установления возможностей упрощения выражений без существенной потери точности получаемых результатов для практического анализа надежности рассматриваемых пассивно резервированных систем.

Если пренебречь величинами интенсивностей отказов при трехкратном и более их умножении, получим значительное упрощение математических выражений для нахождения решения матрицы.

Тогда имеем:

Откуда запишем:

A = 5.3(ûS2+i-S' + c) (4)

Числитель отношения (1) для установления вероятности полностью работоспособного состояния ^00 ( )находится из основной матрицы путем подстановки столбца свободных членов расширенной матрицы (7) [1] в столбец решаемой вероятности состояния "00" . Тогда имеем:

$$\Delta_{00}=\begin{vmatrix}1 & 0 & -\mu_{10} & 0 & 0\\ 0 & S+\lambda_{0'0} & 0 & 0 & 0\\ 1 & S & S & S & S\\ 0 & 0 & -\lambda_{10} & S+\lambda_{10'} & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_{10'} & S+\mu_{11}\end{vmatrix}$$

Решение полученного выражения приводит к следующему определителю:

$$\Delta_{00}=S^4+S^3\left(\mu_{11}+\lambda_{10'}+\lambda_{10}+\lambda_{0'0}-\mu_{10}\right)+$$
$$+S^2\left(2\lambda_{10}\mu_{11}+\lambda_{10}\lambda_{10'}+\lambda_{0'0}\mu_{11}+\lambda_{0'0}\lambda_{10'}+\lambda_{0'0}\lambda_{10}-\mu_{10}\lambda_{10'}-\mu_{10}\lambda_{0'0}-\mu_{10}\mu_{11}\right)+$$
$$+S\left(2\lambda_{0'0}\lambda_{10}\mu_{11}-\mu_{10}\lambda_{0'0}\lambda_{10'}-\mu_{10}\mu_{11}\lambda_{0'0}\right)-\mu_{10}\mu_{11}\lambda_{0'0}\lambda_{10'}$$

Таким образом, составляющие для нахождения вероятности первого работоспособного состояния определены и подставляя их согласно формуле (1) для состояния имеем:

$$\varphi_{00}(S)=\frac{\begin{pmatrix}S^4+S^3\left(\mu_{11}+\lambda_{10'}+\lambda_{10}+\lambda_{0'0}-\mu_{10}\right)+\\ +S^2\left(2\lambda_{10}\mu_{11}+\lambda_{10}\lambda_{10'}+\lambda_{0'0}\mu_{11}+\lambda_{0'0}\lambda_{10'}+\lambda_{0'0}\lambda_{10}-\mu_{10}\lambda_{10'}-\mu_{10}\lambda_{0'0}-\mu_{10}\mu_{11}\right)+\\ +S\left(2\lambda_{0'0}\lambda_{10}\mu_{11}-\mu_{10}\lambda_{0'0}\lambda_{10'}-\mu_{10}\mu_{11}\lambda_{0'0}\right)-\mu_{10}\mu_{11}\lambda_{0'0}\lambda_{10'}\end{pmatrix}}{aS^5+bS^4+cS^3+dS^2+eS} \quad (5)$$

Однако, эта вероятность получена в виде отображения в превращениях Лапласа и для перехода к оригиналу нуждается в соответствующих математических операциях. Такой переход становится возможным, если функцию вероятности представить в виде суммы простых дробей [2, 14].

Poo(S) = A,e B,, C D,.,
S-S1 S -S, S-Sj S-S4 S-Sj (6)

Publishing House INGN

где

' 'Э ■— - введенные неизвестные постоянные величины, которые необходимо определить для обратного превращения Лапласа;

"Т' X ' X ' ' X - корни правой части уравнения (4).

Корни находятся из уравнения (4) следующим образом:

Очевидно, что 5' 5 2' 5 3' 5 4' 5 5 5, получаются в следствие решения квадратного уравнения, которое находится в скобках согласно известной формуле [3]

$$S_{4;5} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right) - c} \tag{7}$$

Для определения введенных дополнительных постоянных величин проведем сравнение в эквивалентности числителей выражений (5) и (6). При равенстве знаменателей эквивалентность полиномов числителей возможна как результат равенства коэффициентов при одинаковых степенях неизвестной. После введения замены представляется возможным записать дополнительную систему из трех уравнений

$$\begin{cases} Ж_{00} + E_{00} = 1; \\ \left(Ж_{00} + D_{00}\right) S_5 - \left(Ж_{00} + E_{00}\right) S_4 = \mu_{11} + \lambda_{10'} + \lambda_{10} + \lambda_{0'0} - \mu_{10}; \\ -ЖS_4 S_5 = L, \end{cases}$$

где L - -\bß\\ + ^ioAo'+ A o Ai +Л'оЛо'+ ЛоЛо АоЛо' АоУ o АоА:

Полученная система решается методом последовательной подстановки.

Из третьего уравнения запишем:

*СС = –
5₄5;

Подставляя в первое уравнение решаем его относительно Ео

I
Ет= 1

Из второго уравнения получим:

Откуда

$$D_{00} = \frac{\mu_{11} + \lambda_{10'} + \lambda_{10} + \lambda_{0'0} - \mu_{10} + S_4 - \dfrac{L}{S_4}}{S_5}$$

Таким образом постоянные величины определены и можно провести обратное превращение Лапласа от изображений к оригиналам. Тогда имеем

Подставляя значения постоянных величин запишем:

(8)

Анализируя полученный результат следует заметить, что значение вероятности ™ Л('), определяется тремя слагаемыми. Их знаки зависят от тех составляющих, которые входят в них, но общая величина вероятности не должна превешать единицу, которая является

Издательство ИНГН

нормируемым условием. Анализ результата усложняется неизвестными с 9 характеристиками, которые входят как непосредственно в саму формулу (8), так и в замену /_, а также корни 4 и г.

По этому в данном исследовании можно провести только предварительный качественный анализ изменения вероятности работоспособного состояния от времени эксплуатации технической системы. Очевидным является то, что первая составляющая независимо от ее знака есть некоторая постоянная величина, которая в зависимости от знака сопряженных корней А 11 А ■ смещает общую зависимость 10 P (А > вверх или вниз по оси координат.

Вследствие принятых начальных условий функционирования технической системы, при *1=0,* вероятность полностью работоспособного состояния "00" должна быть равная единице. Однако подстановка времени в уравнение (8) после сокращений дает

1 Г “ , /*ц+Ао +/-1:+ /Ь'о с _ 1

дополнительную поправку к вероятности. В тоже время анализ выявленной некорректности 11 '

показывает, что при подстановке корня с 4 и показателя I с соответствующими знаками приводит к существенным сокращениям, а остаточные члены соизмеримы тем величинам, которые были приняты как несущественные при упрощении решения определителей главной матрицы и матрицы исследуемого состояния "00" Таким образом, с учетом указанных поправок для уравнения (8) можно записать:

Анализ поведения функции вероятности для состояния системы при времени эксплуатации показывает, что увеличение времени уменьшает вероятность по экспоненциальному закону. Финальной вероятностью в этом случае есть.

Или, на основании полученного ранее значения постоянной можно записать

Таким образом, проведенным анализом установлено, что общий характер изменения вероятности основного работоспособного состояния пассивно дублированной системы описывается двойным экспоненциальным законом, график которого представлен на рис.

1. Конкретная форма кривой во многом зависит от соотношений ^ и А - характеристик, которые входят в уравнение. Двойная

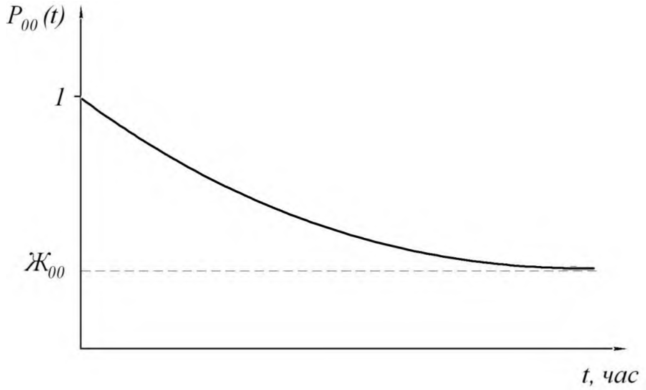

Рис.1. Изменение вероятности нахождения пассивно дублированной системы в полностью работоспособном состоянии от времени эксплуатации.

экспоненциальная зависимость способствует замедлению потери работоспособности системой при введении дублирующего элемента.

Полученная вероятность безотказной работы А) (0является характеристикой безотказности пассивно резервируемой системы с учетом старения элементов в процессе эксплуатации. Вторым важным критерием надежности такой системы является ее средней наработки в состоянии полной работоспособности. Исходя из известного определения среднего наработка на отказ через вероятность безотказной работы [4, 5, 16, 17] запишем:

Предметно к решаемого заданию по определению средней наработки в работоспособном состоянии можно записать:

Publishing House INGN

$t = \int_{h} A_{i} \{i\}*$

Интервал времени ^{2} для установления среднего значения наработки на отказ целесообразно выбирать по завершению периода приработки системы и входа ее в режим эксплуатации, когда процессы старения, которые связаны с последующей потерей

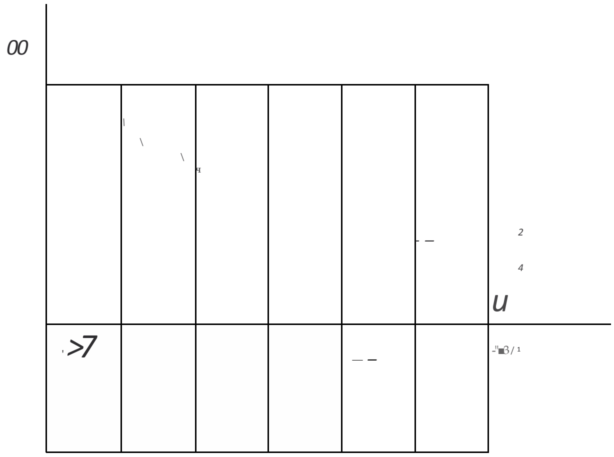

Рис.2. Зависимость изменения времени нахождения системы в полном работоспособном состоянии.

работоспособности, начинают себя постепенно проявлять [18, 19].

Подставляя значение вероятности из выражения (8) имеем

$$\overline{t_{00}} = \int_{t_1}^{t_2} \left[-\frac{L}{S_4 S_5} + \frac{1}{S_5}\left(\mu_{11} + \lambda_{10'} + \lambda_{10} + \lambda_{0'0} - \mu_{10} + S_4 - \frac{L}{S_4} \right) \exp\left(-S_4 t\right) + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{L}{S_4 S_5}\right) \exp\left(-S_5 t\right) \right] dt$$

Представим уравнение как сумму и вынося постоянные за знак интеграла запишем

$$\overline{t_{00}} = -\frac{L}{S_4 S_5} \int_{t_1}^{t_2} dt + \frac{1}{S_5}\left(\mu_{11} + \lambda_{10'} + \lambda_{10} + \lambda_{0'0} - \mu_{10} + S_4 - \frac{L}{S_4} \right) \int_{t_1}^{t_2} e^{-S_4 t} dt +$$
$$+ \left(1 - \frac{L}{S_4 S_5}\right) \int_{t_1}^{t_2} e^{-S_5 t} dt$$

Откуда

$$\overline{t_{00}} = -\frac{L}{S_4 S_5} \int_{t_1}^{t_2} dt + \frac{1}{S_5}\left(\mu_{11} + \lambda_{10'} + \lambda_{10} + \lambda_{0'0} - \mu_{10} + S_4 - \frac{L}{S_4} \right) \int_{t_1}^{t_2} e^{-S_4 t} dt +$$
$$+ \left(1 - \frac{L}{S_4 S_5}\right) \int_{t_1}^{t_2} e^{-S_5 t} dt \qquad (9)$$

Анализ уравнения усложнен неизвестными значениями $A - A$ - характеристик интенсивностей переходов, которые могут быть получены в экспериментальном или статистическом исследовании конкретной пассивно дублированной системы. Однако для качественного анализа результата построены наиболее реально возможные зависимости влияния каждой из составляющих уравнения (9) на общий результат и определена суммарная кривая изменения среднего времени пребывания системы в полностью

работоспособном состоянии А.

Соответствующий график изображен на рис. 2.

Как видно из обобщающего графика (кривая 4) среднее время нахождения системы в полностью работоспособном состоянии , когда исправные как основной, так и резервный элементы, постепенно снижается. Это соответствует физической сущности поставленной задачи исследования системы, которая по мере эксплуатации стареет теряя свою работоспособность.

Выводы.

Пассивно дублированная техническая система, теряющая свою работоспособность в результате старения имеет показатели

Издательство ИНГН

надежности, зависящие от времени эксплуатации согласно двойного экспоненциального закона.Предельным значением вероятности безотказной работы системы в состоянии "00", когда как основной, так и дублирующий элементы исправны, служит финишное (асимптотическое) значение данной вероятности.Средняя наработка на отказ системы складывается из трех составляющих, одна из которых линейно зависит от времени эксплуатации, а две другие изменяются по экспоненте.

Библиографический список

1. Бойко А.И. Математическая формализация описания состояний и переходов пассивно резервируемых технических систем// Вестник ХНТУСГ им. Василенка. - 2013. - Вып. 133. С. 216-219.
2. Ушаков Н.А. Курс теории надежности систем. - М.: "Дрофа". 2008.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. - М.: "Наука". 1967.
4. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. - Санкт-Петербург: "БХВ-Петербург". 2006.
5. Проников А.С. Надежность машин. - М.: "Машиностроение", 1978.
6. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности (практикум). - Санкт-Петербург.: "БХВ-Петербург", 2006.
7. Фаранжи Г.Н. Оценка надежности восстанавливающих систем. Проблемные вопросы теории и практикинадежности. М.: "Советское радио", 1971.
8. Черкесов Г.Н. Методы и модели оценки живучести сложных систем. - М.: "Знания", 1987.
9. Шубинский И.Б., Гуров С.В., Уткин Л.В. Методы оценки надежности восстанавливаемых систем с возможными нарушениями групп составных элементов// Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. - Вып №3 (161). - 1995.
10. Надежность технических систем. Справочник под ред. И.А. Ушакова. - М.: "Радио и связь". 1985.
11. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. Надежность систем энергетики. - М.: "Наука", 1986.
12. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. - М.: "Наука", 1975.
13. Гусак А.А., Гусак Г.Н. Справочник по высшей математике. - Минск: "Наука и техника", 1991.
14. Ушаков И.А. Инженерные методы расчета надежности. Вып. IV. - М.: "Знание", 1970.
15. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. - М.: "Наука", 1976.
16. Брауде В.И., Семенов Л.Н. Надежность подъемно-транспортных машин. - Ленинград: "Машиностроение", 1986.
17. Леонтьев Л.П. Введение в теорию надежности радиоэлектронной аппаратуры. - Рига, 1963.
18. Гаркунов Д.Н. Триботехника. - М.: "Машиностроение", 1985.
19. Решетов Д.Н. Работоспособность и надежность деталей машин. - М.: "Высшая школа", 1974.

The list of referenses

1. Bojko A.I. Mathematical formalization of the description of conditions and transitions of passively reserved technical systems [Matematicheskaja formalizacija opisanija sostojanij i perehodov passivno rezerviruemyh tehnicheskih sistem]. Bulleten of HNTUSG n/a Vasilenka [Vestnik HNTUSG im. Vasilenka]. 2013, Vol. 133, pp. 216-219.
2. Ushakov N.A. Course of the theory of reliability of systems. M.: "Drofa", 2008.
3. Bronshtejn I.N., Semendjaev K.A. Directory on mathematics. M.: "Nauka", 1967.
4. Polovko A.M., Gurov S.V. Bases of the theory of reliability. - Sankt-Peterburg: "BHV-Peterburg", 2006.
5. Pronikov A.S. Reliability of machines. M.: "Mashinostroenie", 1978.
6. Polovko A.M., Gurov S.V. Bases of the theory of reliability (practical work). Sankt-Peterburg: "BHV-Peterburg", 2006.
7. Faranzhi G.N. Assessment of reliability of restoring systems. Problem questions of the theory and praktikinadezhnost. M.: "Soviet radio", 1971
8. Cherkesov G.N. Methods and models of an assessment of survivability of difficult systems. M.: "Knowledge", 1987.
9. Shubinskij I.B., Gurov S.V., Utkin L.V. Methods of an assessment of reliability of restored systems with possible violations of groups of components [Metody ocenki nadezhnosti vosstanavlivaemyh sistem s vozmozhnymi narushenijami grupp sostavnyh elementov]. News of the St. Petersburg timber college [Izvestija Sankt-Peterburgskoj lesotehnicheskoj akademii]. 1995, Vol. 3 (161).
10. Reliability of technical systems. Directory under the editorship of I.A. Ushakov. M.: "Radio and communication", 1985.
11. Rudenko Ju.N., Ushakov I.A. Reliability of systems of power. M.: "Science", 1986.
12. Golovina L.I. Linear algebra and its some appendices. M.: "Science", 1975.
13. Gusak A.A., Gusak G.N. Directory on the higher mathematics. Minsk: "Science and technics", 1991.
14. Ushakov I.A. Engineering methods of calculation of reliability. Vol. IV. M.: "Knowledge", 1970.
15. Vygodskij M.Ya. Directory on elementary mathematics. M.: "Nauka", 1976.
16. Braude V.I., Semenov L.N. Reliability of lifting-and-transport machines. Leningrad: "Mashinostroenie", 1986.
17. Leont'ev L.P. Introduction in the theory of reliability of the radio-electronic equipment. Riga, 1963.
18. Garkunov D.N. Tribotechnics. M.: "Mashinostroenie", 1985.
19. Reshetov D.N. Working capacity and reliability of details of machines. M.: "High school", 1974.

Publishing House INGN