СИСТЕМА *MAPLE* В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МЕТОДАМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

Корнійчук Олена, старший викладач, кандидат педагогічних наук
Житомирський національний агроекологічний університет

В умовах комп'ютеризації професійної діяльності формування навичок свідомого й раціонального використання комп'ютера в навчанні – найважливіша задача, вирішенню якої сприяє інтеграція курсу інформатики з іншими дисциплінами, зокрема, з математичними. Це розширює уявлення майбутніх спеціалістів про сферу застосування комп'ютерних технологій для розв'язання конкретних прикладних задач та розвиває систему професійних знань.

Розглянемо методику проведення практичного заняття з вищої математики для студентів економічних спеціальностей з використанням пакету *Maple* на тему «*Техніка диференціювання функцій*», яке складається з двох частин. Перша – повторення теоретичного матеріалу, розв'язування прикладних задач із застосуванням похідної. Друга частина заняття – засвоєння методу диференціювання громіздких функцій та їх комп'ютерне розв'язання - зручне та доступне.

• Після повідомлення теми та мети заняття проводимо *мотивацію навчання*. Студентам пропонується оцінити, чи легко знайти похідну функції $y = \dfrac{x^3(x^2+1)\cdot e^x}{(x-1)\cdot\sqrt{3x+5}}$ і як полегшити пошук цієї похідної?

• Ставимо питання для повторення та *усного тренінгу*, наприклад:

1). Як записати функцію $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x^3}{4}}$ в *Maple*. Які команди пакету *Maple* для диференціювання функцій та для побудови графіків функцій?

2). Що називається еластичністю функції в точці? Записати формулу. Як еластичність використовується в економічному аналізі? Проаналізувати, чи буде попит, що задано функцією $D(p)=40-2p^2$ еластичним, якщо ціна одиниці товару $p=5$.

3). Якщо $y=f(x)$, чому дорівнює $(lnx)'$, $(lny)'$? [$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$, $(\ln y)' = \dfrac{y'}{y}$]

• Розв'язування задачі на обчислення еластичності функцій.

Шляхом досліджень було встановлено, що функція попиту $q=\dfrac{2p+7}{p+2}$, а функція пропозиції $s=2p+1$, де q і s – кількість товару, p – ціна цього товару. Знайти: а) область визначення цих функцій; б) рівноважну ціну; в) еластичність попиту та пропозиції цієї ціни.

Усі студенти під керівництвом викладача розв'язують задачу у зошитах, а один студент для унаочнення результатів у пунктах а) і б) виконує індивідуальне завдання: «Побудувати графіки функцій попиту $q=\dfrac{2p+7}{p+2}$, пропозиції $S=2p+1$ та знайти рівноважну ціну у *Maple*».

а) Зрозуміло, що $p\geq 0$, тобто $D(q)=D(s)=[0;\infty)$.

б) З рівняння $q=s$ обчислюємо рівноважну ціну: $\dfrac{2p+7}{p+2}=2p+1$;

$p\neq -2$; $2p^2+3p-5=0$; $p_1=1$; $p_2<0$; $P_p=1$.

За допомогою *Maple* також отримано рівноважну ціну, як абсцису точки перетину (1; 3) графіків функцій попиту та пропозиції (рис. 1):

```
> q:=((2*p+7)/(p+2)); diff(q,p):
```

$$q := \frac{2p+7}{p+2}$$

```
> s:=(2*p+1); diff(s,p):
```

$$s := 2p+1$$

```
> plot({q,s},p=0..5,style=line,thickness=4);
```

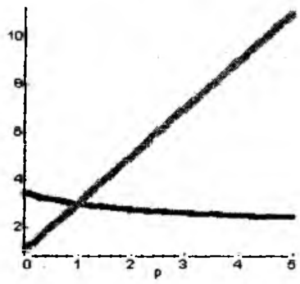

Рис. 1

в) Знаходимо еластичність для даних функцій попиту та пропозиції:

$\boxed{E_x(f(x)) = \frac{x}{f(x)} \cdot f'(x)}$; $E_p(q) = \frac{p}{q} \cdot q'$; $q' = \frac{2(p+2)-(2p+7)}{(p+2)^2} = -\frac{3}{(p+2)^2}$;

$E_p(q) = \frac{p(p+2)}{2p+7} \cdot \left(-\frac{3}{(p+2)^2}\right) = -\frac{3p}{(2p+7)(p+2)}$; $E_p(s) = \frac{P}{S} \cdot S' = \frac{p}{2p+1} \cdot 2 = \frac{2p}{2p+1}$

Знаходимо еластичність попиту та пропозиції знайденої рівноважної ціни: $\left|E_{p=1}(q)\right| = \left|-\frac{3}{9 \cdot 3}\right| \approx 0{,}1 < 1$;

$\left|E_{p=1}(s)\right| = \left|\frac{2}{3}\right| \approx 0{,}7 < 1$.

Студенти проводять *економічний аналіз* задачі: значення еластичності за модулем менші за одиницю, тобто попит і пропозиція даного товару при рівноважній ціні нееластичні. Це означає, що мала зміна ціни на товар мало впливає на попит і пропозицію. Так, зі збільшенням ціни на 1% попит зменшиться лише на 1%·0,1= 0,1%, а пропозиція збільшиться на 1%·0,7 = 0,7%.

• Інструктаж до виконання прикладів на застосування логарифмів для диференціювання громіздких та показниково-степеневих функцій. Спочатку доцільно повторити логарифмування функцій, поняття натурального логарифму, записати за допомогою нього логарифми добутку, частки, степеня, відмітити використання для написання програм.

• Повертаємося до громіздкої функції, наведеної на початку заняття. Миттєво похідну будь-якої функції можна отримати засобом *Maple* (один із студентів запрошується до ПК для знаходження відповіді).

```
> f:=(((x^3)*(x^2+1)*(exp^x))/((x-1)*((3*x+5)^(1/2)))): diff(f,x);
```

$$3\frac{x^2(x^2+1)\exp^x}{(x-1)\sqrt{3x+5}} + 2\frac{x^4\exp^x}{(x-1)\sqrt{3x+5}} + \frac{x^3(x^2+1)\exp^x \ln(\exp)}{(x-1)\sqrt{3x+5}} - \frac{x^3(x^2+1)\exp^x}{(x-1)^2\sqrt{3x+5}} - \frac{3}{2}\frac{x^3(x^2+1)\exp^x}{(x-1)(3x+5)^{3/2}}$$

Комп'ютерна програма виконує диференціювання функцій за наступним алгоритмом: 1) задана функція спочатку логарифмується; 2) знаходиться похідна як від неявної функції. Так само робимо і ми:

$$\ln y = \ln\frac{x^3 \cdot (x^2+1) \cdot e^x}{(x-1) \cdot \sqrt{3x+5}}; \quad \ln y = 3\ln x + \ln(x^2+1) + \ln e^x - \ln(x-1) - \frac{1}{2}\ln(3x+5);$$

$$(\ln y)' = (3\ln x + \ln(x^2+1) + x\ln(x-1) - \frac{1}{2}\ln(3x+5))';$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{3}{x} + \frac{2x}{x^2+1} + 1 - \frac{1}{x-1} - \frac{3}{2(3x+5)};$$

$$y' = \left(\frac{3}{x} + \frac{2x}{x^2+1} + 1 - \frac{1}{x-1} - \frac{3}{2(3x+5)}\right) \cdot \frac{x^3 \cdot (x^2+1)e^x}{(x-1) \cdot \sqrt{3x+5}}.$$

• Похідну показниково-степеневої функції $y=U^V$ також зручно знаходити «логарифмічним диференціюванням», наприклад для $y=x^{Sin5x}$:

$(\ln y)' = (\sin 5x \cdot \ln x)$; $\frac{1}{y} \cdot y' = 5\cos 5x \cdot \ln x + \sin 5x \cdot \frac{1}{x}$; $y' = x^{\sin 5x} \cdot (5\ln x \cdot \cos 5x + \frac{\sin 5x}{x})$.

Комп'ютерний аналіз:

```
> f:=(x^(sin(5*x))): diff(f,x);
```

$$x^{\sin(5x)}\left(5\cos(5x)\ln(x) + \frac{\sin(5x)}{x}\right)$$

• Для закріплення методу розв'язується система вправ та проводиться комп'ютерний аналіз результатів.

На заняттях з інформатики студентам необхідно навчитися працювати з різними типами комп'ютерних програм загального та конкретно-предметного призначення. Зокрема, набуття студентами навичок роботи з пакетами *Mathcad*, *Maple, Excel* допоможе їм при розв'язанні багатьох і математичних, і економічних задач, для перевірки знайдених результатів (геометричний аналіз завдань та розв'язків, аналітичні перетворення, розрахунки). Проте, щоб ефективно працювати з системами комп'ютерної математики, кожна з яких має свою командну мову, необхідно серйозно зайнятись їх вивченням і на це потрібен час!

Список використаних джерел

1. Васильев А.М. *Maple 8*. Самоучитель. – Компьютерное изд-во «Диалектика», 2003. – 481 с.