# О КОНЕЧНЫХ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВАХ INJ-КОНЕЧНОГО ТИПА

Бондаренко В. М. *Ин-т математики НАН Украины, Киев, Украина*

Степочкина М. В. *Киевский нац. ун-т им. Т. Шевченко, Киев, Украина*

В работе [1] П. Габриель ввел для конечного колчана $Q$ с множеством вершин $Q_0$ и множеством стрелок $Q_1$ квадратичную форму $q_Q : \mathbb{Z}^{Q_0} \to \mathbb{Z}$, названную им квадратичной формой Титса колчана $Q$:

$$q_Q(z) = \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{i \to j} z_i z_j,$$

где $i \to j$ пробегает множество $Q_1$. Он также доказал, что колчан имеет конечный тип над полем $k$ тогда и только тогда, когда его форма Титса положительно определена.

Позднее форма Титса была введена для колчанов с соотношениями (первый шагом в этом направлении была работа Ш. Бреннер [2], в которой форма определена для колчанов с условиями коммутативности).

Поскольку любой категории Крулля-Шмидта с конечным числом неразложимых объектов можно сопоставить (конечный) колчан с соотношением, то тем самым форма Титса определена и для таких категорий.

Мы изучаем представления категории $Inj_k A$ инъективных представлений ч. у. множества $A$ (представления $Inj_k A$ — это функторы из $Inj_k A$ в категорию конечномерных векторных $k$-пространств). Будем говорить, что $A$ имеет $inj$-конечный тип (над полем $k$), если категория $Inj_k A$ имеет, с точностью до изоморфизма, конечное число неразложимых объектов.

Доказана следующая теорема.

**Теорема.** *Пусть $A$ — конечное ч. у. множество и $k$ — произвольное поле. Пусть, далее, $\overline{A}$ обозначает ч. у. множество $A \cup \{\infty\}$, где $x < \infty$ для любого $x \in A$. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1) *$A$ имеет $inj$-конечный тип;*

2) *форма Титса категории $InjA$ слабо положительна;*

3) *алгебра инцидентности ч. у. множества $\overline{A}$ имеет конечный тип.*

1. *Gabriel P.* Unzerlegbare Darstellungen // Manuscripts Math. - 1972. - 6. - P. 71–103,309.

2. *Brenner S.* Quivers with commutativity conditions and some phenomenology of forms // Proc. of Intern. Conference of Representations of Algebras. – Carleton Univ., Ottawa, Ontario, 1974, Paper N5.