

# О КРИТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ Ч. У. МНОЖЕСТВ ОТНОСИТЕЛЬНО ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФОРМЫ ТИТСА

Полищук А. М. Пред-ство компании "Samsung Electronics Co. Ltd",  
Киев, Украина

Степочкина М. В. Киевский нац. ун-т им. Т. Шевченко. Киев, Украина

Пусть  $\Omega$  обозначает совокупность всех частично упорядоченных (сокращенно ч. у.) множеств, а  $\Omega_0$  — только конечных; положим  $\Omega_\infty = \Omega \setminus \Omega_0$ . Через  $\mathbb{Z}$  мы обозначем множество целых чисел и через  $\mathbb{Z}_0^{SU0}$  — подмножество декартового произведения  $\mathbb{Z}^{SU0}$ , состоящее из всех векторов  $z = (z_i)$  с конечным числом ненулевых координат.

Квадратичной формой Титса для  $S \in \Omega$  называется квадратичная форма  $q_S : \mathbb{Z}_0^{SU0} \rightarrow \mathbb{Z}$ , задаваемая равенством

$$q_S(z) = z_0^2 + \sum_{i \in S} z_i^2 + \sum_{i < j, i, j \in S} z_i z_j - z_0 \sum_{i \in S} z_i.$$

Форму  $q_S(z)$  назовем положительно определенной, если  $q_S(x) > 0$  для всех  $x \in \mathbb{Z}_0^{SU0}$ . В этом случае пишем  $q_S(z) > 0$ , а в противном —  $q_S(z) \not> 0$ .

Ч. у. множество  $S \in \Omega$  называется критическим относительно положительно определенности формы Титса (далее просто критическим), если  $q_S(z) \not> 0$ , но  $q_{S'}(z) > 0$  для любого собственного подмножества  $S' \subset S$ . В. М. Бондаренко и А. М. Полищук доказали, что критическое ч. у. множество всегда является конечным (см. работу [1]).

$\Omega_\infty$ -критической системой ч. у. множеств назовем произвольное подмножество  $\mathcal{P} \subset \Omega$ , удовлетворяющее таким условиям:

- 1) если  $S$  и  $S'$  — различные множества из  $\mathcal{P}$ , то  $S'$  не является подмножеством  $S$ ;
- 2)  $q_S(z) \not> 0$  для каждого  $S \in \mathcal{P}$ ;
- 3) если  $T \in \Omega_\infty$  и  $q_T(z) \not> 0$ , то  $T$  содержит в качестве подмножества хотя бы одно из множеств  $S \in \mathcal{P}$ .

В докладе излагаются свойства  $\Omega_\infty$ -критических систем. В частности, указаны  $\Omega_\infty$ -критические системы, состоящие из критических ч. у. множеств, системы, не содержащие критических ч. у. множеств, системы, содержащие ч. у. множество произвольного (наперед заданного) порядка, системы, содержащие бесконечное ч. у. множество и т. п.

Работа выполнена под руководством доктора физико-математических наук В. М. Бондаренко. Авторы выражают ему благодарность за постановку задачи и полезные обсуждения.

1. Vitalij M. Bondarenko, Andrej M. Polishchuk. On finiteness of critical Tits forms of posets Proc. of the Fifth International Conf. "Symmetry in nonlinear mathematical physics". - Part 2. - Kiev, Inst. of Math., 2004.