О ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ ФОРМАХ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА БИГРАФОВ

Степочкина М.В. (Киев, Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко)

StMar@ukr.net

We study the structure of positive definite forms, corresponding to one class of bigraphs.

Квадратичные формы возникают при рассмотрении многих задач в алгебре, геометрии, теории дифференциальных и интегральных уравнений, функциональном анализе и др. областях математики. Настоящая заметка связана с изучением одного класса форм, которые играют важную роль при решении ряда вопросов.

Пусть Λ — конечный биграф (граф со сплошными и прерывистыми ребрами) с множество вершин Λ_0 и множеством сплошных (соотв. прерывистых) ребер Λ_1^1 (соотв. Λ_1^{-1}); считаем, что биграф не содержит петель и кратных ребер. Ребро между вершинами a и b обозначаем, как обычно, парой $(a,b) = (b,a)$.

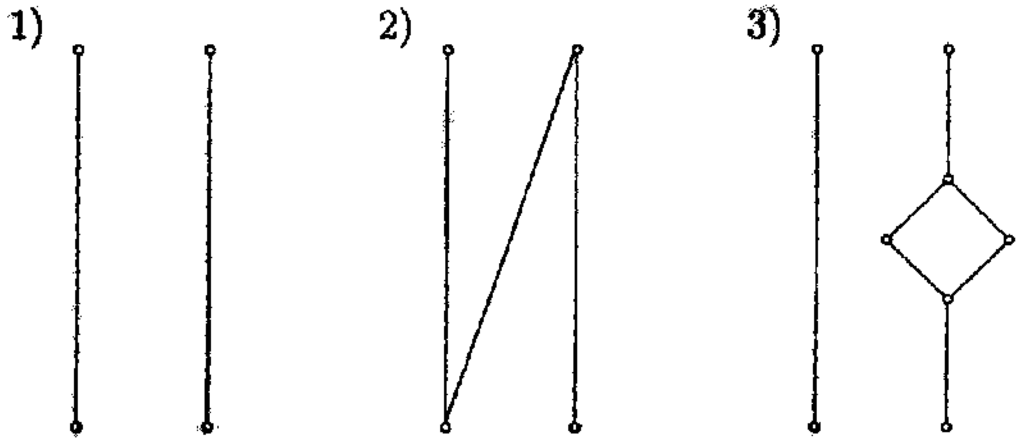
Биграфу Λ естественным образом сопоставляется квадратичная форма $f_\Lambda : \mathbb{Z}^{\Lambda_0} \to \mathbb{Z}$:

$$f_Q(z) = \sum_{i\in\Lambda_0} z_i^2 - \sum_{(i,j)\in\Lambda_1^1} z_i z_j + \sum_{(i,j)\in\Lambda_1^{-1}} z_i z_j.$$

Пусть теперь S — конечное частично упорядоченное (сокращенно ч. у.) множество; считаем, что $0 \notin S$. Обозначим через $\Gamma = \Gamma(S)$ биграф, для которого $\Gamma_0 = S \cup 0$, $\Gamma_1^1 = \{(0,j)\,|\,j \in S\}$, $\Gamma_1^{-1} = \{(i,j)\,|\,i,j \in S, i < j\}$. Далее, обозначим через $q_S(z)$ квадратичную форму $f_{\Gamma(S)}(z) : \mathbb{Z}^{S\cup 0} \to \mathbb{Z}$, которая называется формой Титса ч. у. множества S (форма $q_S(z)$ введенна в [1]).

Напомним высказанную В. М. Бондаренко гипотезу.

Гипотеза Бондаренка. *Ч. у. множество S порядка $n \geqslant 8$ с положительно определенной формой Титса имеет один из следующих видов:*



(здесь каждый вертикальный отрезок является цепью длины $d \geqslant 0$, а наклонные отрезки промежуточных точек не содержат).

Автором доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть $n \geqslant 8$ — такое натуральное число, для которого выполняется утверждение гипотезы Бондаренка (т.е. любое ч. у. множество порядка n с положительно определенной формой Титса имеет один из видов 1)–3)). Тогда это утверждение выполняется и для каждого натурального числа $m > n$.*

Эта теорема сводит доказательство указанной гипотезы к случаю $n = 8$.

Список литературы

[1] *Дрозд Ю. А.* Преобразования Кокстера и представления частично упорядоченных множеств // Функц. анализ и его прилож. – 1974. – вып. 8. – С.34–42.