УДК 539.4

ДИСКРЕТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МЕХАНИКЕ РАЗРУШЕНИЯ С ПОЗИЦИИ СИНЕРГЕТИКИ

И.Г. Грабар

Принято считать, что разрушение возможно, если поток энергии в вершину трещины W_i достигает некоторой критической величины [1], откуда следует энергетический критерий разрушения

$$W_i \geqslant U_0 . \tag{1}$$

Справедливость неравенства (1) не вызывает сомнения с позиции классической механики, однако приводит к противоречию с опытом, особенно в случае усталостного разрушения.

Пусть в образце на i-м цикле нагружения начала развиваться усталостная трещина, т.е. начало выполняться неравенство (1). Известно, что характерная скорость распространения трещины $V \simeq (0{,}3-0{,}4)\ C$ [2], где C – скорость упругих волн. При частоте нагружения 100 Гц и отсутствии условий релаксации нагрузки (например, мягкое нагружение) трещина за один цикл должна преодолеть расстояние ~10 м, что примерно на 6–10 порядков больше наблюдаемого в эксперименте. Учетом пластической зоны в вершине трещины можно несколько смягчить данный результат, но отнюдь не снять противоречие: если в локальном объеме выполняется (1), то он разрушается, открыв путь трещине к соседнему объему, который вследствие выполнения [1] также разрушится и т.д., причем скорость процесса $V \sim C$, и даже при высоких частотах нагружения весь процесс разрушения может осуществиться за один или несколько циклов, что явно противоречит опыту.

Теория Гриффитса и разрушение как критическое событие построены на представлениях классической механики, т.е. требуют обязательного выполнения неравенства [1] и не учитывают времени развития процесса.

За последние 30 лет (прежде всего благодаря работам школы С.Н. Журкова) развит новый подход к разрушению – кинетический. Установлено [3–6], что разрушение – это не критическое событие, а процесс, развиваемый во времени, и определяющая роль в преодолении потенциального барьера U_0 принадлежит тепловым флуктуациям, а внешняя нагрузка σ лишь несколько снижает высоту потенциального барьера и препятствует рекомбинации разрушенных связей, причем, как показано многочисленными экспериментами,

$$W_i = \gamma\sigma \ll U_0 . \qquad (2)$$

Таким образом, школой С.Н. Журкова заложены основы нового подхода к процессу разрушения и экспериментально доказана возможность разрушения при $W_i < U_0$. Но при этом, что вполне естественно с позиции кинетического подхода, время в разрушении играет фундаментальную роль наряду с внешней нагрузкой и температурой [3–6]:

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT} . \qquad (3)$$

Легко видеть, что выполнение неравенства (2) снимает противоречие о катастрофическом развитии усталостной трещины за один или несколько циклов, но требует пересмотра системы сложившихся взглядов на процесс усталостного разрушения. В частности, при $W_i < U_0$ спектр поглощения подводимой энергии не может быть непрерывным [7].

С другой стороны, за последние два десятилетия школой В.С. Ивановой получены и обобщены экспериментальные данные, необъяснимые с позиции классической механики, и прежде всего — дискретные явления в кинетике усталостного разрушения [8–14]. В данной работе предпринята попытка объяснения этих экспериментальных данных с позиции синергетики.

Кинетика изотермического роста усталостной трещины в пластине. Пусть зародившаяся в пластине усталостная трещина развивается в направлении некоторой оси $0x$. Произведем разбиение траектории трещины на элементарные отрезки Δx. При T = const в первом приближении очередное подрастание трещины на величину Δx_{ij} осуществится за время

$$\tau_{ij} = \tau_0 \exp\frac{U_{ij}}{kT}. \qquad (4)$$

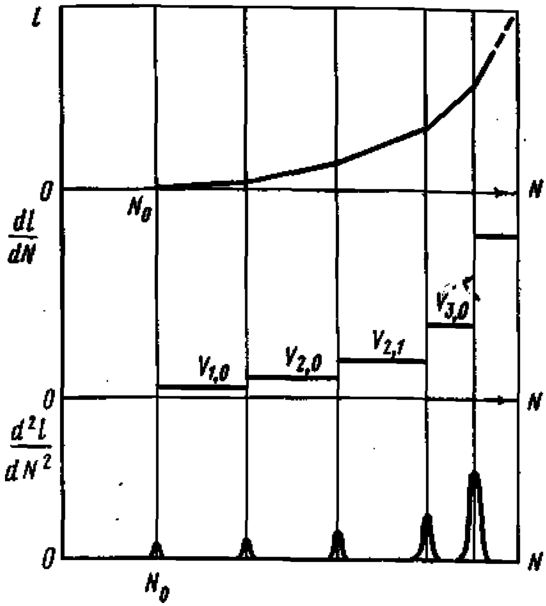
С увеличением длины трещины напряженное состояние в вершине трещины будет возрастать, а потенциальный барьер U_{ij}, согласно [3], снижаться, пробегая ряд значений из некоторого непрерывного спектра. Скорость роста трещины на ij-м отрезке

$$V_{ij} = \frac{\Delta x_{ij}}{\tau_{ij}} = C \exp\left(-\frac{U_{ij}}{kT}\right). \qquad (5)$$

Экспериментально установлено [10, 12], что V_{ij} на больших участках траектории остается постоянной (рис. 1). Из [5] следует, что в пределах j-го участка, содержащего большое число элементарных отрезков, U_{ij} = const и скачкообразно изменяется при переходе на $(j + 1)$-й участок. А это означает, что значения U_{ij} образуют дискретный спектр, что и предсказывалось из анализа неравенства [2].

В [10, 14] показано, что смена скоростей роста усталостной трещины (РУТ) подчиняется Δ-зависимости В.С. Ивановой [8]. Как следует из (5), в изотермических условиях для выполнения соотношения

$$V_j / V_{j+1} = \Delta \qquad (6)$$



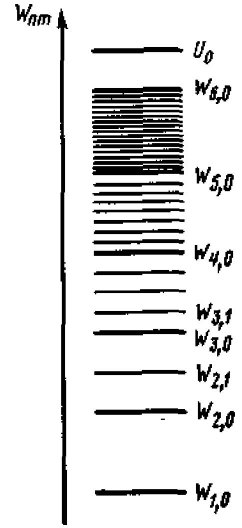


Рис. 1. **Зависимость длины, скорости и ускорения усталостной трещины от числа циклов в условиях дискретного роста (схема)**

Рис. 2. **Полный спектр поглощения в системе нелинейных осцилляторов, подчиняющихся бифуркации удвоения периода Фейгенбаума**

достаточно, чтобы

$$U_{j+1} - U_j = \delta U = \text{const}. \tag{7}$$

Аналогично для выполнения соотношения

$$V_j / V_{j+1} = \Delta^{1/2^j} \tag{8}$$

достаточно, чтобы

$$U_{j+1} - U_j = \delta U / 2^j. \tag{9}$$

Величину δU = const – дискретное снижение энергии активации – отождествим с поглощением некоторого фонона

$$\delta U = \hbar \omega_*, \tag{10}$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, ω_* – характеристическая частота. Из [7–10] полный спектр поглощения

$$W_{n,m} = \hbar \omega_* \left(n + \frac{m}{2^{n-1}} \right), \tag{11}$$

где $n \in N$ – главное квантовое число, $m \in N_0$ – подуровневое квантовое число, причем $m \leqslant 2^{n-1}$.

Полный спектр поглощения (11) представлен на рис. 2. Основные уровни ($m = 0$) нанесены основными линиями, а подуровни ($m \neq 0$) – тонкими.

Из (11) и рис. 2 следует, что с ростом главного квантового числа n растет и число подуровней между основными уровнями пропорционально 2^{n-1}, что приводит при больших n к вырождению дискретного спектра в непрерывный, где становятся справедливыми подходы классической механики. Очевидно, стадию критического долома можно рассматривать как критическое событие, удовлетворительно описываемое теорией Гриффитса, с оговоркой, что $W_{n,m}$ стремится к U_0, оставаясь меньше его.

Таким образом, кинетический подход не отвергает теорию Гриффитса, а, наоборот, содержит ее как предельный случай при высоких уровнях нагружения.

Характеристическая частота и универсальная постоянная разрушения. Как следует из зависимостей (5) и (11),

$$V_{1,0} = C\exp\left(-\frac{U_0 - \hbar\omega_*}{kT}\right);\quad V_{2,0} = C\exp\left(-\frac{U_0 - 2\hbar\omega_*}{kT}\right); \ldots \tag{12}$$

тогда

$$V_{1,0}/V_{2,0} = V_{2,0}/V_{3,0} = \ldots = \exp(-\hbar\omega_*/kT) = \Delta_T. \tag{13}$$

При $T = 300$ K имеем

$$\omega_* = -300\frac{k}{\hbar}\ln\Delta_{300}. \tag{14}$$

Воспользовавшись известным соотношением квантовой статистики $\hbar\omega_* = k\theta_*$ [14], можно представить в более удобном виде:

$$\theta_* = -300\ln\Delta_{300}, \tag{15}$$

причем из [8]

$$\Delta_{300} = \sqrt{GL_m/EH_{300}}, \tag{16}$$

где E – модуль упругости, G – модуль сдвига, L_m – скрытая теплота плавления, H_{300} – теплота нагрева от $T = 300$ K до температуры плавления.

В табл. 1 приведены значения θ_* для некоторых металлов, а также их температуры Эйнштейна и Дебая. Причем частота Эйнштейна определялась из гармонического приближения

$$\omega_э = \frac{\sqrt{r}}{a_0}\sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{17}$$

где a_0 – постоянная решетка, r – число атомов в элементарной ячейке объема a_0^3, ρ – плотность. Для гексагональных решеток расчет проводился методом приведения к эквивалентной кубической решетке.

Анализ табл. 1 показывает, что, за исключением свинца, $\omega_* \sim \omega_D$, причем в большинстве случаев характеристическая частота попадает в интервал между частотой Эйнштейна и Дебая. Характерно, что функция фононной плотности для одноатомных кристаллов имеет абсолютный экстремум в окрестности ω_D и локальный экстремум в окрестности $\omega_э$ [15, 16].

Эффект удвоения периода в системе нелинейных осцилляторов. При выводе формулы (11) оказалось, что в спектре поглощения наряду с основной гармоникой ω_* появляются субгармоники $\omega_*/2^{n-1}$.

Таблица 1

Сравнение характеристической температуры с температурами Эйнштейна и Дебая для некоторых металлов

Металл	θ_*, K (15)	θ_D, K (16)	$\theta_Э$, K (17)	Металл	θ_*, K (15)	θ_D, K (16)	$\theta_Э$, K (17)
K	69	100	42	Ag	278	215	103
Na	125	150	78	Cu	268	315	158
Li	204	400	145	Ni	276	375	208
Fe	334	420	197	Au	282	–	76
Nb	306	275	115	Mg	245	318	137
Mo	313	380	193	Co	335	385	164
Ta	316	225	110	Y	352	256	92
W	302	310	156	Ti	340	380	144
Cr	335	460	217	Zr	307	250	104
V	334	390	165	Os	298	400	159
Pb	252	88	37	Zn	236	–	112
Al	224	394	195				

Известно много систем различной природы (от гидродинамики до электроники), претерпевающих при изменении управляющего параметра иерархию последовательных удвоений периода, когда с увеличением возбуждения в системе нелинейных осцилляторов наряду с основной частотой появляются частоты 1/2, 1/4, 1/8, ... от основной. Это явление, получившее название удвоения периода, характерно для самоорганизующихся систем [17]. При этом, правда, остается открытым вопрос о физических условиях, при которых оказывается возможным реализация механизма удвоения периода.

Насколько корректным будет применение подходов синергетики к анализу РУТ, т.е. насколько рассматриваемая система соответствует требованиям самоорганизующейся системы? В пользу такой корректности могут служить следующие доводы:

1) система образец–нагрузочное устройство является динамической открытой системой, 2) система состоит из большого числа стохастически описываемых подсистем (осцилляторов), 3) при возбуждении кристалла возрастает интенсивность взаимодействия между соседними осцилляторами и взаимодействие становится все более нелинейным.

Расчеты показывают, что вследствие накачки энергии в открытую нелинейную систему энтропия уменьшается ($aS < 0$), что является явным признаком процесса самоорганизации [18].

Кроме этого, вдали от состояния термодинамического равновесия поведение нелинейных осцилляторов может быть описано известными уравнениями Дюффинга

$$\ddot{x}_i + \alpha \dot{x}_i + \beta x_i + \gamma x_i^3 = A_0 + A_1 \sin(\omega_0 t), \tag{18}$$

где α, β, γ – константы кристалла, A_0, A_1, ω_0 – параметры внешнего периодического нагружения. Анализ (18) показывает, что при возрастании управляющего параметра A_1 происходит последовательное удвоение периода [17].

В [19] показано, что субгармоника половинной частоты, появившаяся после бифуркации, менее насыщенная, чем основная гармоника. После большого числа бифуркаций система ведет себя апериодически, образуя сплошной широкополосный спектр.

Из табл. 1 видно, что по крайней мере для металлов кубической сингонии $\omega_э \sim \omega_D/2$. Как отмечалось, функция фононной плотности имеет экстремумы в окрестностях ω_D и $\omega_э$, причем $F(\omega_D) > F(\omega_э)$. Это позволяет предположить, что широкополосный непрерывный фононный спектр данных металлов может быть получен с основной частоты, например ω_D, вследствие большого числа бифуркаций удвоения периода.

На рис. 2 подуровни, появившиеся в результате последовательных удвоений периода, нанесены тонкими линиями. Тогда переход $W_{1,0} \to W_{2,0}$ эквивалентен снижению потенциального барьера на величину $\hbar\omega_*$, следующий переход $W_{2,0} \to W_{2,1}$ снижает потенциальный барьер еще на величину $\hbar\omega_*/2$ и т.д.

Таким образом, реализация механизма последовательных удвоений периода в системе нелинейных осцилляторов позволяет объяснить природу дискретной Δ-зависимости В.С. Ивановой. При этом особо следует отметить, что в пределах модели удвоения периода Δ-зависимость является не приближенной, а точной. Наблюдаемые в эксперименте отклонения вносятся погрешностью эксперимента и размытием характеристической частоты ω_*. Покажем это на примере изотермического РУТ. Из (5) и (13) можно получить

$$
\begin{aligned}
&V_{1,0}/V_{2,0} = \exp(-\hbar\omega_*/kT) = \Delta_T,\\
&V_{2,0}/V_{2,1} = \exp(-\hbar\omega_*/2kT) = \sqrt{\Delta_T},\\
&V_{3,0}/V_{3,1} = \exp(-\hbar\omega_*/4kT) = \sqrt{\sqrt{\Delta_T}},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}
\tag{19}
$$

Соотношения (19) подтверждены экспериментально [10, 12].

Оценка предельной скорости трещины. Покажем, что с позиций рассматриваемого подхода можно оценить предельно возможную скорость роста трещины в твердом теле. На рис. 3 изображен осциллятор между двумя потенциальными барьерами высотой U_0. Анализ экспериментальных данных показывает, что средняя энергия осциллятора $kT \ll U_0$. Следовательно, для перескока через барьер вправо или влево осциллятору необходимо ожидать критическую флуктуацию, т.е. при $kT < U_0$ время является фундаментальным параметром процесса разрушения. Время ожидания критической флуктуации можно уменьшать, повышая температуру и (или) внешнюю нагрузку. И только если удалось бы реализовать условие

$$kT = U_0 - \gamma\delta, \tag{20}$$

то распространение трещины стало бы надбарьерным и не зависящим от времени, что из формулы (5) позволяет получить

$$V_{пред} = C/e = 0{,}368\ C. \tag{21}$$

Анализ обширных экспериментальных данных, выполненный В.М. Финкелем [2], показал, что

$$V_{пред} \leqslant 0{,}38\ C. \tag{22}$$

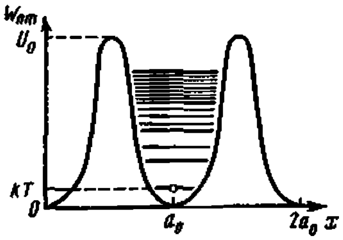


Рис. 3. **Нелинейный осциллятор в потенциальном рельефе (к выводу формулы предельной скорости трещины)**

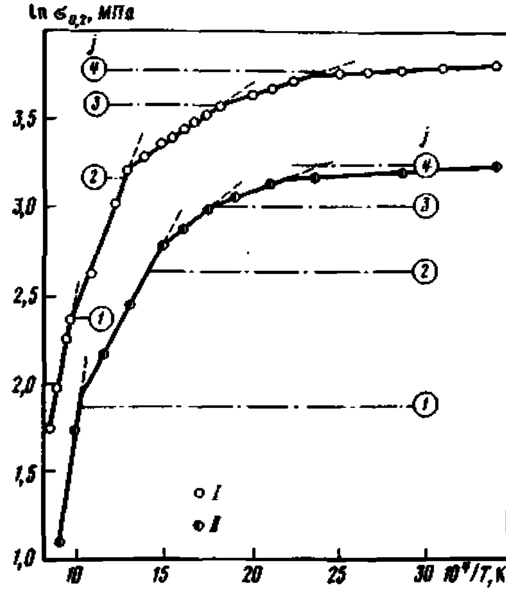


Рис. 4. **Зависимость условного предела текучести технической меди от температуры при скоростях деформирования**

Штрихпунктир – теоретический Δ-спектр [24]

Это позволяет предположить, что вплоть до супермаксимальных внешних нагрузок процесс разрушения является термофлуктуационным. И только дополнительная накачка энергии непосредственно в вершину трещины (например, с помощью лазера) позволяет достигнуть скорости трещины больше 0,38 C [2]. При этом, очевидно, удается реализовать условие надбарьерного роста трещины

$$kT > U_0 - \gamma\sigma. \qquad (23)$$

Проявление процесса самоорганизации при других видах температурно-силового нагружения. Кроме рассмотренного явления упорядоченной Δ-дискретности РУТ, известны другие эксперименты, в которых наблюдались резкие макроскопические изменения, причем во всех случаях эти макроскопические изменения были упорядочены Δ-зависимостью В.С. Ивановой [8, 11, 22]. Остановимся более подробно на одном из таких явлений.

В настоящее время на температурных зависимостях прочностных характеристик $\sigma_{1,2}$, σ_1, σ_2, ..., σ_B, HV и др. ряда металлов выявлены особые точки, не позволяющие описать данные зависимости едиными гладкими функциями во всем исследуемом диапазоне температур [20–23]. В координатах $\mathrm{Ln}\,\sigma - 1/T$ данные зависимости с высоким значением коэффициента корреляции ($r > 0{,}96$) аппроксимируются отрезками прямых с характерными переломами, которые четко указывают границы изменения действующего механизма пластической деформации.

Установлено, что значения напряжений в точках изломов данных зависимостей упорядочены и с удовлетворительной точностью подчиняются Δ-зависимости В.С. Ивановой

$$\sigma_j/\sigma_{j+1} = \Delta^{1/2^j}. \qquad (24)$$

Таблица 2

Сопоставление теоретического дискретного спектра с экспериментальными значениями, обнаруженными по переломам температурных зависимостей $\sigma_{0,2}$ технической меди

j (см. рис. 4)	Теоретический спектр	Экспериментальный спектр при скорости деформирования, $с^{-1}$			
		$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	$5{,}3 \cdot 10^{-3}$	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$	$2{,}4 \cdot 10^{-4}$
0	$\Delta = 0{,}168$	–	–	–	–
1	$\Delta^{1/2} = 0{,}41$	0,43	0,41	0,43	0,44
2	$\Delta^{1/4} = 0{,}64$	0,68	–	–	–
3	$\Delta^{1/8} = 0{,}80$	0,84	0,73	0,81	0,84
4	$\Delta^{1/16} = 0{,}90$	–	0,90	0,90	0,90

Причем значения j возрастают в область низких температур. Наиболее четко упорядоченность (24) проявляется на температурных зависимостях условного предела текучести. На рис. 4 представлены такие зависимости для технической модели при скоростях деформирования $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ (*1*) и $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ $с^{-1}$ (*2*) [21, 22].

В табл. 2 приведено сопоставление дискретного теоретического спектра (24) (пунктирные линии на рис. 4) со значениями, полученными экспериментально.

Приведенный пример позволяет предположить, что циклическое нагружение (правая часть уравнения (18)) является необязательным условием, приводящим к макроскопическим проявлениям процесса самоорганизации. К такому же эффекту может приводить и линейно возрастающая нагрузка. А проявление во всех случаях Δ-зависимости В.С. Ивановой свидетельствует, очевидно, о том, что реализуется наиболее простая схема бифуркации – схема удвоения периода М. Фейгенбаума [17, 19].

На основании всего сказанного можно сделать следующие выводы.

1. Критический и кинетический подходы к разрушению отличаются знаком неравенства в балансе энергии.

2. Макроскопическое проявление дискретности на кинетических диаграммах температурно-силового нагружения металлов свидетельствует о мощных коллективных процессах на микроуровне, что позволяет оценить их поведение с позиции синергетики.

3. Обосновано применение к описанию РУТ кинетического подхода С.Н. Журкова. Показано хорошее совпадение данного подхода с экспериментальными данными для оценки предельно возможной скорости трещины.

4. Проявление дискретной Δ-зависимости на кинетических диаграммах РУТ, на температурных диаграммах условного предела текучести и др. свидетельствует о реализации в металле под нагрузкой как самоорганизующейся системе нелинейных осцилляторов, наиболее простого механизма бифуркаций – механизма удвоения периода М. Фейгенбаума.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Екобори Т.* Научные основы прочности и разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1978. 352 с.
2. *Финкель В.М.* Физика разрушения. М.: Металлургия, 1970. 376 с.
3. *Журков С.Н., Нарзуллаев Б.Н.* Временная зависимость прочности твердых тел // ЖТФ. 1953. Т. 23, № 10. С. 1677–1689.
4. *Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.
5. *Журков С.Н.* Проблемы прочности твердых тел // Вестн. АН СССР. 1957. № 11. С. 78–82.
6. *Салганик Р.Л., Слуцкер А.И., Айдаров Х.* Квантовые особенности кинетики разрушения твердых тел // ДАН СССР. 1984. Т. 274, № 6. С. 1362–1366.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1972. 368 с.
8. *Иванова В.С., Терентьев В.Ф.* Природа усталости металлов. М.: Металлургия, 1975. 456 с.
9. *Иванова В.С.* Спектры энергии активации элементарных процессов атомных перестроек в металлах // ДАН СССР. 1975. Т. 220, № 3. С. 579–581.
10. *Шанявский А.А.* Диаграмма дискретного РУТ в алюминиевых сплавах // Тез. пленар. докл. VIII Всесоюз. конф. по усталости металлов. М.: ИМЕТ АН СССР. 1982. С. 72–76.
11. *Радченко А.И.* Дискретно-вероятностная модель выработки ресурса деталей и элементов конструкций // Вопросы эксплуатационной долговечности и живучести конструкций летательных аппаратов. Киев: КИИГА, 1982. С. 3–12.
12. *Кириленко А.И.* Дискретные процессы усталостного разрушения алюминиевых материалов Д16АТВ: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1985. 18 с.
13. *Грабар И.Г.* Явления квантования в механике разрушения алюминиевых материалов // Тез. докл. II Всесоюз. симпоз. по механике разрушения. Киев: ИПП АН УССР, 1985. Т. 3. С. 21.
14. *Шанявский А.А., Кунавин С.А.* Механизм и диаграмма дискретного РУТ в алюминиевых сплавах // Изв. АН СССР. Металлы. 1984. № 2. С. 159–163.
15. *Борн М., Хуан К.* Динамическая теория кристаллических решеток. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 488 с.
16. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. М.: Мир, 1979. Т. 1. 400 с.; Т. 2. 422 с.
17. *Хакен Г.* Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. 423 с.
18. *Климонтович Ю.Л.* Энтропия и производство энтропии при ламинарном и турбулентном течениях // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10, № 2. С. 80–85.
19. *Фейгенбаум М.* Универсальность в поведении нелинейных систем // УФН. 1983. Т. 141, вып. 2. С. 343–374.
20. *Борисенко В.А.* Зависимость прочности вольфрама и молибдена от температуры // Докл. АН УССР. Сер. А. 1976. № 6. С. 546–550.
21. *Стаценко В.Е.* Прочность и пластичность тугоплавких металлов и сплавов при различных скоростях деформирования в широком интервале температур: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1980. 23 с.
22. *Борисенко В.А., Кращенко В.П., Стаценко В.Е., Грабар И.Г.* Явление упорядоченной дискретности на температурных зависимостях прочностных характеристик технической меди // Прочность материалов и конструкций при низких температурах: Тез. докл. II Всесоюз. конф. Киев: ИПП АН УССР, 1986. С. 16.
23. *Кращенко В.П., Рудницкий Н.П., Двоеглазов Г.А., Ермолаев Г.В.* Механические характеристики сплава АМг6м в широком диапазоне температур и скоростей деформирования // Пробл. прочности. 1985. № 6. С. 38–44.