



УДК 378:512:004

## ГРАФІЧНЕ ТРАКТУВАННЯ ЛІНІЙНИХ ПРОГРАМ ЗАСОБОМ GRAN

О.Е. Корнійчук

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики, Житомирський національний агроекологічний університет, м. Житомир, Україна, e-mail: [elena.k.02@i.ua](mailto:elena.k.02@i.ua)

**Анотація.** У роботі викладено деякі методичні рекомендації щодо організації дослідницької та самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей в процесі вивчення курсу вищої математики. Визначено, що для посилення мотивації та професійного спрямування навчання, задля розвитку креативних здібностей та стратегічного мислення студентів необхідне доповнення традиційних розділів вищої математики тематикою прикладного змісту, методами ситуативного навчання, застосуванням комп'ютерних технологій. Запропоновано алгоритм графічного методу для розв'язання задач лінійного програмування засобом GRAN1.

*Ключові слова:* лінійні програми, задача лінійного програмування, математична модель, графічний метод, засіб GRAN, оптимальний розв'язок, прийняття рішення.

## GRAPHIC INTERPRETATION OF LINEAR PROGRAMS BY MEANS GRAN

Olena Korniiichuk

Ph.D., Associate Professor of Higher and Applied Mathematics, Zhytomyr National Agroecological University, Zhytomyr, Ukraine, e-mail: [elena.k.02@i.ua](mailto:elena.k.02@i.ua)

**Abstract.** This paper presents some methodic recommendations on organization of research activity and independent work of students engineering specialties during study course of higher mathematics. Justified that for enhance motivation and professional orientation of training, for development of creative abilities and strategic thinking of students necessary supplement in traditional sections of higher mathematics: applied topics, situational of training methods, Computer Technology. Algorithm of a graphic method for solving linear programming problems by means GRAN1 are consider.

*Keywords:* linear programs, linear programming problem, mathematical model, graphic method, GRAN software tool, optimization task, decision-making.

**Вступ.** Техніка і технологічні процеси, соціальні аспекти і економіка нерозривно пов'язані між собою. Раціональна організація роботи сучасного виробництва, господарської або військової діяльності, вимагає глибоких знань у сфері самих різних галузей науки і практики. Швидкоплинний розвиток суспільного життя та технологій висуває задачі, що зачіпають не окремі або попарно пов'язані дисципліни, а різноманітні напрями і питання



наукового пізнання. Ускладнення, багатогранність виробництва та організаційної структури суспільства призводить до того, що прийняття рішень та ефективне керівництво все більше потребують широкої, точної та швидкої інформації. Щоб уникнути суб'єктивізму у важливих висновках, необхідно вміти *кількісно оцінювати* і прогнозувати результати виробництва, визначати оптимальність будь-якого рішення.

Тому вимоги до математичної культури і компетентностей інженера дуже високі. Зокрема, він повинен грамотно перекладати на математичну мову технічні, економічні та інші прикладні задачі, аналізувати отримані розв'язки, обирати найкращі варіанти, отже – *стратегічно мислити*. Має враховувати й те, що поряд з технологічними й економічними проблемами виникають екологічні, фізіологічні, психологічні та соціальні проблеми.

Питання необхідності оволодіння навичками математичного моделювання та ознайомлення студентів-першокурсників технічних, економічних спеціальностей з методами оптимізації, проблеми професійної спрямованості курсу вищої математики розкриваються у багатьох роботах автора [1-22 та ін.].

**Мета роботи:** викласти деякі методичні рекомендації щодо організації самостійної роботи студентів з вищої математики. На прикладі задачі лінійного програмування продемонструвати графічний метод розв'язання за допомогою засобу *GRAN1*.

**Виклад матеріалу.** Для підвищення мотивованості навчання, посилення його професійного спрямування необхідне методичне удосконалення та доповнення традиційних розділів вищої математики тематикою прикладного змісту, постановкою проблемних питань і завдань, методами ситуаційного навчання, застосуванням комп'ютерних технологій.

На вивчення математичних дисциплін навчальними стандартами щороку зменшується обсяг аудиторного навчального навантаження. Водночас зростають обсяги самостійної роботи студентів та вимоги до професійної підготовки, до організації науково-дослідної діяльності майбутніх фахівців. За таких обставин зменшення частки аудиторних занять повинно супроводжуватись з одного боку якісним наповненням змісту самостійної роботи, а з іншого – контролем та оцінюванням її результатів.

На лекціях та практичних заняттях, поряд із поданням базового змісту та засвоєнням його студентами, ставиться проблема у вигляді деяких цікавих відомостей, життєвої ситуації, задачі. Студентам пропонується самостійно опрацювати теоретичні питання та методи розв'язування типових задач за розробленими методичними вказівками. На консультаціях проводиться обговорення опрацьованого студентами матеріалу, розв'язуються задачі, демонструється застосування комп'ютерних технологій. Після цього



Найбільш простим і наочним методом розв'язання задач лінійного програмування з двома змінними є *графічний метод*. Хоча такі задачі на практиці зустрічаються дуже рідко (типові лінійні програми, як правило, містять тисячі змінних), ідеї, які впливають з графічного способу знаходження оптимального розв'язку, покладені в основу побудови загального методу розв'язання задач лінійного програмування – *симплекс-методу*.

Графічний спосіб розв'язування задачі лінійного програмування складається з двох етапів:

1. Побудова множини допустимих розв'язків, які задовольняють усім обмеженням моделі.
2. Знаходження оптимального розв'язку серед усіх точок з множини допустимих розв'язків.

На елементарному прикладі задачі з двома змінними продемонструємо основні компоненти моделі лінійного програмування та алгоритм отримання розв'язку графічним методом у середовищі динамічної геометрії *GRAN1*.

*GRAN* – вітчизняний пакет програм, над створенням якого працювали М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, О. В. Вітюк, Є. Ф. Вінниченко, А. В. Пеньков. Засоби *GRAN1*, *GRAN2D*, *GRAN3D* призначені для візуалізації даних і розв'язків задач алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики, для створення динамічних геометричних образів. Можливості *GRAN* є, безперечно, меншими у порівнянні з *MathCAD* або *Maple*, проте такі недоліки компенсуються простотою у використанні цього засобу.

*Задача про оптимальний випуск продукції*. Меблева фабрика виробляє стільці двох видів вартістю 8 та 12 грош. од. На це замовлення виділені матеріальні та людські ресурси (табл. 1). Відомо, скільки деревини стандартного перерізу, тканини й часу йде на виготовлення кожного стільця. Як потрібно спланувати виробництво стільців, щоб вартість продукції була найбільшою?

Таблиця 1 – Вхідні дані для завдання

Стілець	Витрати деревини, м	Витрати тканини, м <sup>2</sup>	Витрати часу, люд/год
I	2	0,5	2
II	4	0,25	2,5
Ресурс	490	65	320

Отже, необхідно встановити *план* (програму) випуску виробів (стільців), орієнтуючись на *цільову функцію* (загальну вартість стільців) і приймаючи до уваги *обмеження* (ресурси деревини, тканини та людино-годин).



Розв'язання даної задачі графічним методом виконаємо у GRAN1 за наступним алгоритмом:

1). *Складаємо математичну модель задачі.* Нехай  $x_1$  і  $x_2$  (пара цілих чисел) – кількість стільців відповідно I-го та II-го виду. Тоді цільова функція, що визначає загальну вартість стільців, буде мати вигляд:

$$Z(x) = 8x_1 + 12x_2 \rightarrow \max \quad (1),$$

а система обмежень:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 490 \\ 0,5x_1 + 0,25x_2 \leq 65 \\ 2x_1 + 2,5x_2 \leq 320 \\ x_j \geq 0, j = 1;2 \end{cases} \quad (2).$$

2). *Будуємо многокутник розв'язків* (рис. 1). Многокутник розв'язків є перетином півплощин 1, 2, 3, які відповідають нерівностям системи (2).

Рівняння прямих 1, 2, 3, що обмежують многокутник OXBAУ, відповідають рівностям у співвідношеннях (2).

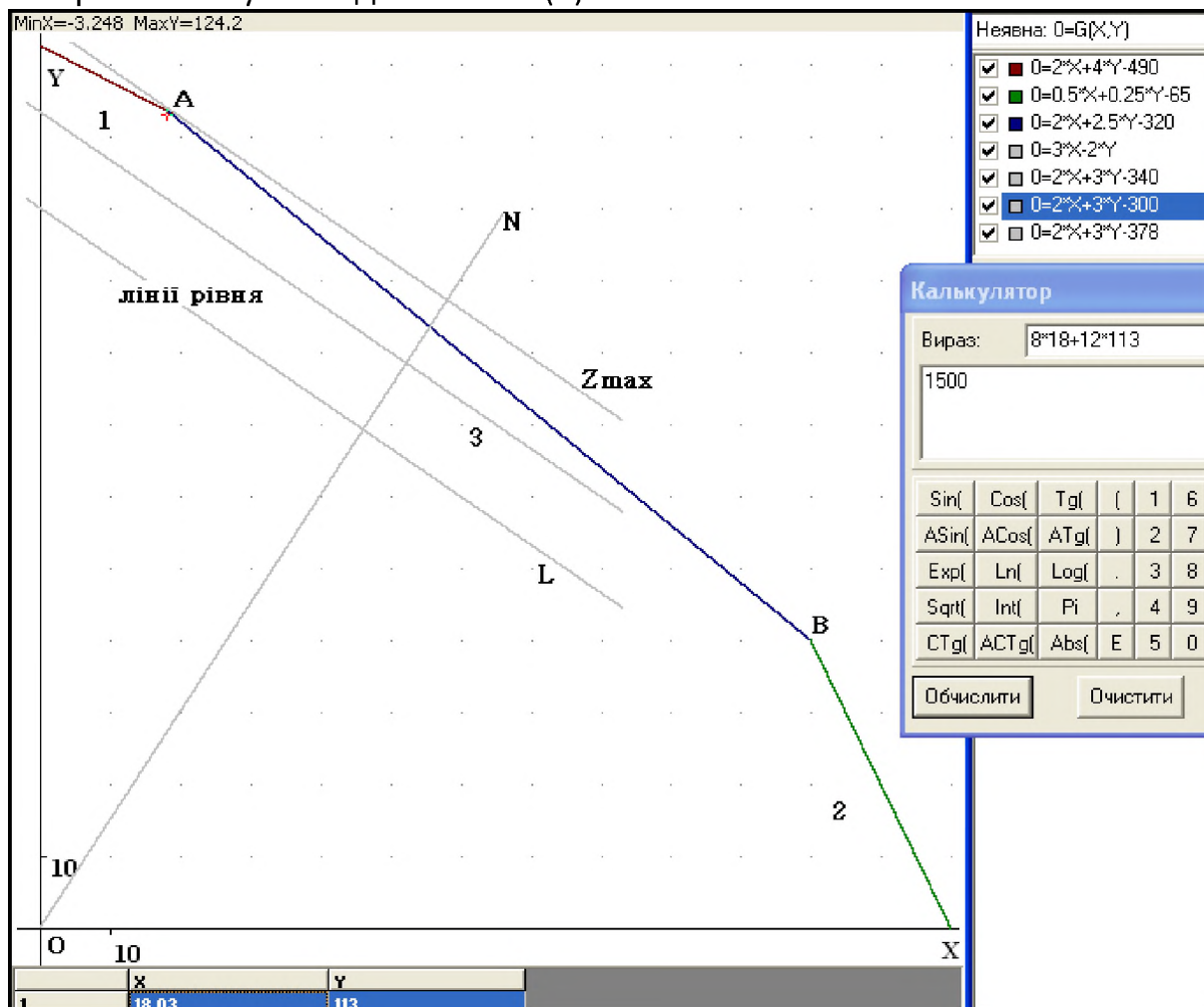


Рис. 1. Побудова многокутника розв'язків

Оскільки  $x_1$  та  $x_2$  невід'ємні, то многокутник розв'язків завжди знаходиться у I координатній чверті. Будь-яка точка  $(x_1; x_2)$ , що належить цьому многокутнику, визначає можливий план випуску продукції.

Проте потрібно знайти оптимальний план, який знаходиться у вершинах цього многокутника.

3). Будуємо вектор напрямку  $\bar{N}$  ( $\overline{\text{grad} Z}$ ) для знаходження екстремального значення цільової функції  $Z(x)$ :

$$\bar{N} = (8; 12) \text{ з початком в } (0; 0) \text{ і кінцем в } (8; 12).$$

4). Проводимо деяку лінію рівня  $L$ , перпендикулярну до вектора  $\bar{N}$ . Лінія рівня  $L$  визначається рівнянням  $8x_1 + 12x_2 = \text{const}$ . Переміщуємо лінію рівня за напрямом вектора  $\bar{N}$  (за напрямом зростання цільової функції). За рисунком отримуємо точку виходу за межі многокутника розв'язків – точку  $A(18; 113)$ .

5) Оптимальний розв'язок  $\bar{x}_{\text{opt}} = (18; 113)$ , наближений до цілочисельного, дає максимальне значення цільової функції:

$$Z(x)_{\text{max}} = 8 \cdot 18 + 12 \cdot 113 = 1500 \text{ (грош. од.)}$$

При цьому витрачається 488 м деревини, 37,25 м<sup>2</sup> тканини та 318,5 людино-годин робочого часу.

Обчислення також виконуються на робочому аркуші в GRAN1.

Відповідь: найбільшу вартість стільців у розмірі 1500 грош.од. буде отримано у разі виготовлення 18 стільців I-го виду і 113 стільців II-го виду.

Вказівка. У задачах на *min* лінія рівня рухається до крайньої точки многокутника розв'язків у напрямі, протилежному до  $\bar{N}$  – вектора зростання цільової функції.

Далі студентам пропонуються завдання для виконання індивідуальної розрахунково-графічної роботи. Потрібно побудувати відповідну математичну модель і розв'язати задачу графічним методом за допомогою засобу GRAN, симплекс-методом, засобом «Пошук розв'язку» в Excel [20], за допомогою функцій *Maximize(f,X)* або *Minimize(f,X)* у MathCAD [12; 17].

**Висновок.** У курсі вищої математики розв'язання задач лінійного програмування та освоєння різних комп'ютерних засобів є матеріалом не обов'язкового, додаткового і поглибленого змісту, спрямованим на самостійне опрацювання студентами. Проте кредитно-модульна система передбачає оцінювання різних видів навчальної діяльності та стимулює студентів, з одного боку, до навчання, дослідницької роботи та підвищення свого рейтингу, а з іншого – до розвитку креативності і стратегічного мислення. Креативні здібності виявляються саме в процесі розв'язання пізнавальних задач, постановки проблемних ситуацій, що вимагає інтелектуальної ініціативи, вміння концентруватись, пошуку нових способів дій, видозміни раніше засвоєних прийомів.



## ЛІТЕРАТУРА

1. Корнійчук О. Е. Етичні аспекти економічного мислення / О. Е. Корнійчук // Актуальні проблеми економіки. – 2005. – № 6 (48). – С. 3–14.
2. Корнійчук О. Е. Математика як складова в розвитку мислення сучасного економіста / О. Е. Корнійчук // Педагогіка і психологія. – Київ : Нац. акад. пед. наук України, 2007. – № 1. – С. 70-78.
3. Корнійчук О. Е. GRAN–ілюстрація та прогнози обчислення еколого-економічної моделі / О. Е. Корнійчук // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Сер. №2. Комп'ютерно орієнтовані системи навчання. – Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2007. – Вип. 5 (12). – С. 131-136.
4. Корнійчук О. Е. Напрями інтеграції математики з інформатикою в процесі підготовки молодших спеціалістів економічного профілю / О. Е. Корнійчук // Освіта. Технікуми, коледжі. – Київ : НМЦ Мін-ва аграрної політики України, 2007. – № 1 (16). – С. 56-58.
5. Михалін Г. О. Компетентнісний підхід та тренінг в процесі навчання вищої математики / Г. О. Михалін, О. Е. Корнійчук // Вісник Київського інституту бізнесу і технологій. – Київ : КІБІТ, 2007. – № 2. – С. 122-127.
6. Корнійчук О. Е. Мотиваційні детермінанти в структурі методичної системи навчання математики для економістів / О. Е. Корнійчук // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наук. пр. – Кривий Ріг : Національна металургійна академія України, 2008. – Вип. 7, т. 1. : Теорія та методика навчання математики. – С. 61-66.
7. Корнійчук О. Е. Комп'ютерно орієнтована методична система навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей коледжів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / О. Е. Корнійчук. – Київ : Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова, 2010. – 21 с.
8. Корнійчук О. Застосування вищої математики до розв'язання актуальних питань з проблеми екологізації економіки / Олена Корнійчук // Проблеми та перспективи наук в умовах глобалізації : матеріали VI Всеукр. наук. конф., 15 груд. 2010 р. – Тернопіль : Тернопільський нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка, 2010. – Ч. I. : Педагогіка, психологія, суспільствознавство, мовознавство. – С. 24-30.
9. Корнійчук О. Е. Ієрархія особистісних результатів у математичній освіті майбутніх економістів / О. Е. Корнійчук // Горизонти освіти. – Севастополь : Севаст. міський гуманітарний ун-т; Ун-т менеджменту освіти Нац. академії пед. наук України, 2012. – № 2 (35). – С. 151-156.
10. Корнійчук О. Е. Математичний фактор в інфраструктурі економічної теорії / О. Е. Корнійчук // Педагогіка та психологія: минуле, сучасне, майбутнє : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., 24-25 лютого 2012 р. – Одеса: ГО «Південна фундація педагогіки», 2012. – С. 46-48.
11. Корнійчук О. Система Maple в процесі навчання методам диференціального числення / Олена Корнійчук // Інформаційні технології в професійній діяльності : матеріали VI Всеукр. наук.-практ. конф., 28 берез. 2012 р. – Рівне : Рівненський держ. гуманітарний університет, 2012. – С. 28-30.
12. Корнійчук О. Е. Новітні методи і прийоми навчання математичного моделювання та дослідження організації виробництва / О. Е. Корнійчук // Освіта та педагогічна



наука. – Луганськ : Луганський національний педагогічний університет імені Тараса Шевченка, 2012. – № 3 (152). – С. 54-61.

13. Корнійчук О. Е. Особистісний та компетентнісний підходи у формуванні математичної культури фахівців економічного профілю / О. Е. Корнійчук // Проблеми гуманізації навчання та виховання у вищому закладі освіти : матеріали X Ірпінських міжнар. наук.-пед. читань. – Ірпінь : Національний університет державної податкової служби України, 2012. – Ч. 2. – С. 168-180.

14. Корнійчук О. Мотивація в системі навчання математичних дисциплін / Олена Корнійчук // Витоки педагогічної майстерності. Сер. Педагогічні науки. – Полтава : Полт. Нац. пед. університет ім. В. Г. Короленка, 2012. – Вип. 10. – С. 144-148.

15. Корнійчук О. Е. Взаємодія між дисциплінами фундаментальної і професійної підготовки в процесі вивчення компонент інтелектуальної системи / О. Е. Корнійчук, Є. Ю. Тімченко // Комп'ютер у школі та сім'ї. – Київ : Інститут педагогіки Нац. академії пед. наук України; Інститут інф. технологій і засобів навчання Нац. академії пед. наук України, 2012. – № 7 (103). – С. 15-19.

16. Корнійчук О. Е. Методи інтегрального числення та GRAN-застосування для розв'язування задач економічного змісту / О. Е. Корнійчук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – Київ : Інститут педагогіки Нац. академії пед. наук України; Інститут інф. технологій і засобів навчання Нац. академії пед. наук України, 2012. – № 8 (104). – С. 12-16.

17. Корнійчук О. Е. Прикладна математика організації виробництва на основі MathCAD / О. Е. Корнійчук // Передові технології сільсько-госп. продукції, енергозбереження та забезпечення тепловою й електричними енергіями. Перспективи та проблеми впровадження в сільське гос-во Полісся : збірник доповідей міжвуз. науково-технічної конференції, присв. 90-річчю ЖНАЕУ, 24 вер. 2012 р. – Житомир : ЖНАЕУ, 2012. – С. 32-39.

18. Корнійчук О. Е. Професійно орієнтований тренінг у формуванні математичних компетентностей інженерів еколого-природознавчого напрямку / О. Е. Корнійчук // Гуманітарний вісник державного вищого навчального закладу «Переяслав-Хмельницький держ. пед. університет ім. Г. Сковороди». Сер. Педагогіка. Психологія. Філософія. – 2013. – Вип. 28, т. 2. – С. 439-445.

19. Корнійчук О. Е. Формування професійного інтелекту в процесі моделювання систем штучного інтелекту / О. Е. Корнійчук // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського нац. ун-ту ім. І. Огієнка. Сер. педагогічна. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2014. – Вип. 20. – С. 90-93.

20. Корнійчук О. Е. Пропедевтика математичного моделювання в курсі вищої математики / О. Е. Корнійчук // Сборник научных трудов межд. Конференции «Современные инновационные технологии подготовки инженерных кадров для горной промышленности и транспорта 2016». – Днепропетровск, ГВУЗ «Нац. горный университет», 2016. – С. 431-440.

21. Корнійчук О. Е. Вивчення похідної разом із Maple / О. Е. Корнійчук // Фізико-математична освіта. – Суми : Сумський держ. пед. університет ім. А. С. Макаренка, 2016. – № 3(9). – С. 61-69.

22. Корнійчук О.Е. Моделі динаміки у задачах менеджменту лісового та мисливського господарства / О. Е. Корнійчук // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – Суми : Сумський держ. пед. ун-т ім. А. С. Макаренка, 2017. – Вип. 1(11). – С. 62-67.