МОДЕЛЬ УТВОРЕННЯ КЛАСТЕРІВ В УМОВАХ КОНКУРЕНЦІЇ

І. Г. Грабар,
доктор технічних наук, професор,
відмінник освіти України, академік АН ВШ України,
академік Академії технологічних наук України,
член НКУ з теоретичної і прикладної механіки,
Житомирський національний агроекологічний університет,
ivan-grabar@rambler.ru

Наведені результати кількісного дослідження утворення кластерів у відкритих стохастичних нелінійних системах в умовах конкуренції за ресурси, та показано їх розподіл, близький до нормального.

Ключові слова: кластери; конкуренція; розподіл Фермі-Дірака-Грабара (ФДГ)

На основі статистичного моделювання отримані кількісні співвідношення утворення з’єднуючих кластерів [1–4] в задачі D-просторової перколяції на кінцевомірних областях з характерним розміром L. Показано, що ймовірність появи з’єднуючого кластера W від ймовірності заповнення локального об’єму *p* гарно описується нелінійним диференційним рівнянням першого порядку, що враховує конкуренцію за обмежені ресурси (наближення Ферхлюйста):

$$\begin{cases} \dfrac{dW}{dp} = L * W(W_{\max} - W) \\ W\Big|_{P=P*} = \dfrac{1}{2} \\ W_{\max} = 1 \end{cases} \qquad (1)$$

Розв’язок (1) з урахуванням граничних умов дає [2]:

$$W = \frac{1}{1 + e^{L(p - p_*)}} \tag{2}$$

Варто відзначити, що даний вид розподілу ймовірності з'єднуючих кластерів отримано нами [1] в числових дослідженнях перколяції більше 20 років тому. До аналогічних результатів прийшли проф. Алієв С. А. та проф. Ролов Б. Н. в дослідженні кінетики розмиття фазових переходів.

Як показано в [2], апроксимація експериментальних даних, отриманих в статистичному моделюванні утворення з’єднуючих кластерів розподілом ФДГ (2) дає коефіцієнт кореляції не гірше 0,99 для кінцевомірних решіток з характерним розміром L = 10…320, що підтверджує адекватність моделі (1) процесу утворення кластерів в задачі D-просторової перколяції на кінцевомірних областях в умовах декартового розбиття. При цьому поріг перколяції P* для $1 \leq D \leq 3$ задовільняє декартовому наближенню проф. І.Г. Грабара [2] :

$$P_* = 1 - \ln \frac{D+1}{2} \tag{3}$$

Відомо, що модель Ферхлюйста гарно себе зарекомендувала в задачах динаміки популяцій саме в умовах конкуренції за обмежені ресурси.

Отримана функція (2) розподілу W(p) порівнювалась з інтегралом Рімана для апроксимації результатів високоточного комп’ютерного моделювання (10^6-10^7 повторів) утворення перколяційних кластера. Як слідує з рис. 1, можна говорити про рівноцінність апроксимації даних результатів як функцією (2), так і інтегралом Рімана (інтегралом з функції нормального розподілу) При цьому (2) має просту й зрозумілу фізичну трактовку; легко диференціюється та інтегрується в квадратурах; не вимагає громіздких числових методів; дозволяє при L→∞ коректно описати ФП навіть у випадку сходинки (критичні явища).

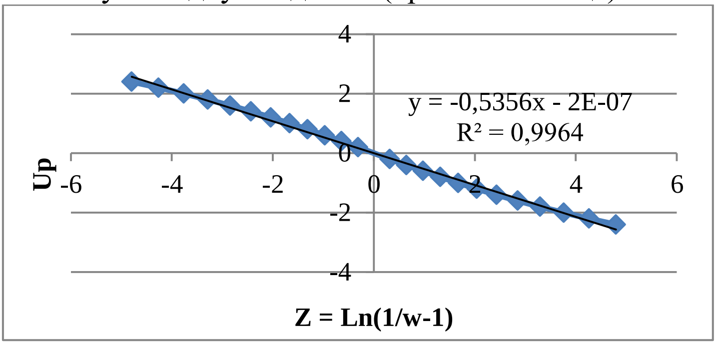

Рис. 1. Апроксимація інтеграла Рімана розподілом ФДГ

Результати порівняння, наведені на рис. 1, дозволяють запропонувати наступну гіпотезу: *конкуренція за обмежені ресурси* – першопричина нормального розподілу для всіх синергетичних (нерівновісних, стохастичних, нелінійних, відкритих) систем живої та неживої природи.

Список використаних джерел:

1. Грабар І. Г., Грабар О. І., Гутніченко О. А., Кубрак Ю. О. Перколяційно-фрактальні матеріали. – Житомир. – ЖДТУ. – 2007. – 354 с.

2. Грабар І. Г. Перколяційно-фрактальні моделі в сучасному матеріалознавстві. – Наукові нотатки ЛНТУ. – Луцьк. – 2015.

3. Грабар І. Г., Грабар О. І. Моделювання кінетики хаотизації Аттрактора Фейгенбаума і динаміка нелінійних систем. – Вісник ЖДТУ. – №3. – 2012.

4. Ivan G. Grabar[1], Olga I. Grabar[2], Yuri O. Kubrak[3], Mykola M. Marchuk[4] Chaos and a quantitative modeling of the kinetics of phase transitions on the final measure areas. – The 10 CHAOS International Conference. – Barselona. – 2017/ http://www.cmsim.org/.