

МОДЕЛЬ РОЗСІЮВАННЯ ГРАНУЛ МІНЕРАЛЬНИХ ДОБРИВ ПІСЛЯ СХОДЖЕННЯ З ДИСКА ВІДЦЕНТРОВОГО РОЗКИДАЧА ПРИ ДІЇ ВІТРУ

У результаті проведених досліджень встановлено основні закономірності руху гранул мінеральних добрив після сходження з поверхні диска відцентрового розкидача з врахуванням дії вітру.

Обґрунтована фізична та механіко-технологічна модель руху гранул добрив як у повітрі, так і по поверхні поля (так звана модель дифузійної плями).

Постановка проблеми

Здійснити моделювання внесення мінеральних добрив з урахуванням усіх основних факторів, а саме фізико-механічних властивостей добрив, параметрів їх потоку в момент сходження з диска, висоти установки розкидальних органів над поверхнею поля, рельєфу поля, швидкості та напрямку вітру (дифузії по поверхні ґрунту). Вимагає розробки уточнених математичних моделей руху гранул мінеральних добрив, які б враховували ці фактори. Такий інженерний підхід дозволить суттєво підвищити продуктивність відцентрових розкидачів та ефективність роботи в умовах постійно діючої на полях вітрової ерозії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Основні закономірності руху частинок мінеральних добрив після сходження з диска відцентрового розкидача розглянуті у роботах [1–3]. Проте автори цих робіт у процесі досліджень не враховують дію сили вітру при поверхневому розсіюванні твердих мінеральних добрив.

Моделі розповсюдження шкідливих речовин внаслідок вітрової ерозії розглянуті в роботах [4–6]. Підходи, що запропоновані в цих роботах, нами будуть використані в подальших дослідженнях для всебічного динамічного аналізу руху частинок мінеральних добрив як у повітрі [4], так і на поверхні поля (модель дифузійної плями) [5, 6], під дією сили вітру.

Постановка задачі

Мета цього дослідження – створення адекватної моделі розсіювання гранул мінеральних добрив після сходження з диска відцентрового розкидача з врахуванням

дії вітру, що дозволяє встановити основні закономірності руху частинок добрив як у повітрі, так і на поверхні поля (розповсюдження дифузійної плями).

Виклад основного змісту дослідження

Побудуємо модель польоту гранул мінеральних добрив після їх сходження з диска відцентрового розкидача (у горизонтальному, по відношенню до поверхні ґрунту, напрямку) під дією сили вітру, враховуючи їх фізичні та геометричні властивості.

До фізичних властивостей, у першу чергу, можна віднести густину частинок ($\rho = 600\text{--}2000 \text{ кг/м}^3$; основні види мінеральних добрив мають таку об'ємну масу: суперфосфат – $(1,0\text{--}1,2) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, аміачна селітра – $(0,8\text{--}1,0) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, хлористий калій – $(0,9\text{--}1,0) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), а до геометричних – їх розмір (більша частина азотних добрив складається з часток $(0,25\text{--}7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$, суперфосфату подвійного – $(0,25\text{--}0,5) \cdot 10^{-3} \text{ м}$, суперфосфату порошкоподібного – $(0,25\text{--}1,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ (більше ніж на 77%), складних добрив – $(0,25\text{--}7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$, тукоsumішей – $(0,25\text{--}7,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Основна частина порошкоподібного суперфосфату складається з часточок, менших за $5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ (близько 65%). Такий гранулометричний склад суперфосфату значною мірою знижує його сипкість) [3]. Будемо розглядати частинки мінеральних добрив діаметром не менше за $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

Поставлено наступну задачу. Під дією сили вітру (і по інерції після сходження з диска відцентрового розкидача зі швидкістю v_{c_x}) починається процес розсіювання частинок мінеральних добрив з подальшим осіданням їх на землю (ґрунт). При цьому на частинку M (рис. 1) діють сила тяжіння, сила опору середовища (повітря) – як у вертикальному, так і в горизонтальному напрямках, – а також сила вітру (постійна за величиною та напрямком – горизонтально до землі та паралельно до v_{c_x}). Вважаємо, що, крім того, постійно дме вітер у горизонтальному напрямку зі швидкістю руху повітря v_g ($v_g \parallel v_{c_x}$). У подальшому розглянемо рух частинок мінеральних добрив у вертикальній площині (тобто, вектори \vec{F}_g , $\vec{P} = M\vec{g}$ – ваги; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, \vec{R} – опору повітря; v_g, v_{c_x} – компланарні). Частинку мінеральних добрив приймаємо за матеріальну точку. Рух складний, тому розглянемо рух точки окремо у вертикальному і горизонтальному напрямках. Оберемо точку 0 за початок координат. Вісь Ox спрямовано горизонтально вправо, а вісь Oy – вертикально вниз.

Диференціальне рівняння руху в проекції на вісь Oy :

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - R_y, \quad (1)$$

де P – вага матеріальної точки з густиною ρ ; R_y – вертикальна складова сили опору повітря.

Далі будемо вважати, що сила опору R_y прямо пропорційна квадрату швидкості руху частинки у вертикальному напрямку ($\sim v_y^2$) і площі проекції частинки на площину, перпендикулярну до напрямку її руху, δ [4]:

$$R_y = K \cdot \delta \cdot v_y^2, \quad (2)$$

де K – коефіцієнт пропорційності, що залежить від форми частинки, яку вважаємо кулькою із заданим діаметром. Для кульки, як свідчать експерименти Еліфеля [6], $K = 2,45 \cdot 10^{-1}$, при цьому сила опору $[R_y] = H$, $[\delta] = m^2$,

$$[v_y^2] = m/c. \text{ (зрозуміло, що } [K] = \frac{H \cdot c^2}{m^2 \cdot m^2} = \frac{H \cdot c^2}{m^4} = \frac{\kappa z \cdot m \cdot c^2}{m^3} \text{).}$$

Аналогічно виглядає залежність R_x , від v_x^2 :

$$R_x = K \cdot \delta \cdot v_x^2, \quad (3)$$

Таким чином, диференціальні рівняння вповдовж осей Oy та Ox мають такий вигляд:

– вповдовж вісі Oy :

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - K \cdot \delta \cdot v_y^2; \quad (4)$$

– вповдовж вісі Ox :

$$M \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_6 - K \cdot \delta \cdot v_x^2. \quad (5)$$

Позначимо $\frac{P}{K \cdot \delta} = c_y^2$, $\frac{F_6}{K \cdot \delta} = c_x^2$, тоді (4) та (5) набудуть вигляду:

$$M \cdot \frac{dv_y}{dt} = P - \frac{P \cdot v_y^2}{c_y^2} \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = \frac{g}{c_y^2} \cdot (c_y^2 - v_y^2); \quad (6)$$

$$M \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_6 - \frac{F_6 \cdot v_x^2}{c_x^2} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = \frac{F_6}{M \cdot c_x^2} \cdot (c_x^2 - v_x^2). \quad (7)$$

Систему рівнянь (6) та (7) будемо розв'язувати за таких початкових умов:

$$v_{y/t=0} = 0; \quad v_{x/t=0} = v_{c_x} + v_6. \quad (8)$$

Розділивши змінні та проінтегрувавши (6), (7), маємо:

$$\left\{ \frac{g \cdot t}{c_y^2} = \frac{1}{2c_y} \cdot \ln \left| \frac{c_y + v_y^2}{c_y - v_y^2} \right| + A_1, \quad (9) \right.$$

$$\left. \frac{F_6 \cdot t}{M \cdot c_x^2} = \frac{1}{2c_x} \cdot \ln \left| \frac{c_x + v_x^2}{c_x - v_x^2} \right| + A_2. \quad (10) \right.$$

У (9) та (10) A_1, A_2 – довільні сталі, які можна знайти при інтегруванні (6), (7) за початкових умов (8). Легко отримати з першої умови (8) $A_1 = 0$, а для A_2 з другої умови (8) матимемо:

$$A_2 = -\frac{1}{2c_x} \cdot \ln \left| \frac{c_x + (v_{c_x} + v_g)^2}{c_x - (v_{c_x} + v_g)^2} \right|. \quad (11)$$

Тоді знаходимо:

$$v_y = c_y \cdot th \left\{ \frac{gt}{c_y} \right\}. \quad (12)$$

Для v_x маємо:

$$v_x = c_x^{1/2} \cdot \left[\frac{\alpha \cdot \exp \frac{2F_g t}{Mc_x} - 1}{\alpha \cdot \exp \frac{2F_g t}{Mc_x} + 1} \right]^{1/2}, \quad \alpha = \left[\frac{c_x + (v_{c_x} + v_g)^2}{c_x - (v_{c_x} + v_g)^2} \right]. \quad (13)$$

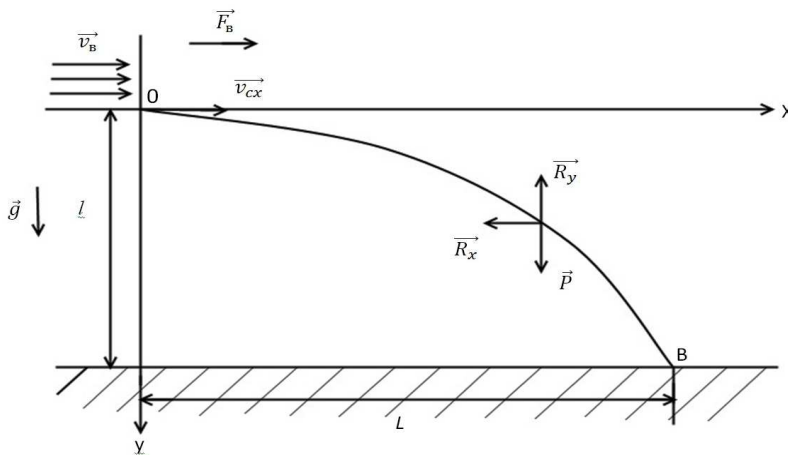


Рис. 1. Траєкторія польоту часток мінеральних добрив після сходження з диска відцентрового розкидача

Розглянемо далі випадок, коли виконується така умова:

$$F_g \gg K \cdot \delta \cdot v_x^2. \quad (14)$$

Тоді, враховуючи, що $v_x = \frac{dx}{dt}$, матимемо з (5) за умови (14):

$$x = \frac{F_6 \cdot t^2}{2M} + (v_{c_x} + v_6) \cdot t, \quad (15)$$

де врахована початкова умова (8).

Враховуємо, що $v_y = \frac{dy}{dt}$ і проінтегруємо (12) по t :

$$\frac{dy}{dt} = c_y \cdot th \left\{ \frac{gt}{c_y} \right\}, \quad (16)$$

звідки

$$y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left(\frac{gt}{c_y} \right) \right\} + B, \quad (17)$$

де B – довільна стала інтегрування, яку знайдемо з початкової умови: $t = 0$, $y = 0$, звідси $B = 0$ і

$$y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left(\frac{gt}{c_y} \right) \right\}. \quad (18)$$

Тоді закон руху точки запишеться у такому вигляді (параметрична форма запису):

$$\begin{cases} x = \frac{F_6 \cdot t^2}{2M} + (v_{c_x} + v_6) \cdot t; \\ y = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left(\frac{gt}{c_y} \right) \right\}. \end{cases} \quad (19)$$

Час падіння τ з висоти h можна знайти з рівняння:

$$h = \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln \left\{ ch \left(\frac{g\tau}{c_y} \right) \right\} \Rightarrow \tau = \frac{c_y}{g} \cdot Arch \left(\exp \left[\frac{gh}{c_y^2} \right] \right). \quad (20)$$

Тоді дальність польоту частинки мінеральних добрив L знайдемо таким чином:

$$(x = L, t = \tau) \Rightarrow L = \frac{F_6}{2M} \cdot \tau^2 + (v_{c_x} + v_6) \cdot \tau. \quad (21)$$

Враховуючи (20), з (21) матимемо:

$$L = \frac{F_6}{2M} \cdot \frac{c_y^2}{g^2} \cdot \left\{ Arch \left(\exp \left[\frac{gh}{c_y^2} \right] \right) \right\}^2 + (v_{c_x} + v_6) \cdot \frac{c_y}{g} \cdot Arch \left(\exp \left[\frac{gh}{c_y^2} \right] \right). \quad (22)$$

Час падіння можна знайти, використовуючи асимптоту для кривої (18), яка має вигляд:

$$y = c_y \cdot t - \frac{c_y^2}{g} \cdot \ln 2. \quad (23)$$

Поклавши $y = h$ знайдемо час τ :

$$t = \frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \ln 2. \quad (24)$$

Тепер визначимо дальність польоту L (наближено):

$$L = \frac{F_g \cdot \tau^2}{2M} + (v_{c_x} + v_g) \cdot \tau \approx \frac{F_g}{2M} \cdot \left[\frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right]^2 + (v_{c_x} + v_g) \cdot \left(\frac{h}{c_y} + \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (25)$$

Тут

$$c_y = \sqrt{\frac{P}{K \cdot \delta}} = \sqrt{\frac{Mg \cdot 4}{K \cdot \pi d^2}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot 4}{K \cdot \pi \cdot 4 \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{2\rho \cdot g \cdot d}{3K}}, \quad (26)$$

де ρ – щільність матеріалу частки; d – її діаметр.

У таблиці 1 наведено результати розрахунку L за формулою (25) при $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$; $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $v_g = 5 \text{ м/с}$; $h = 0,5 \text{ м}$; $v_{c_x} = (20\text{--}55) \text{ м/с}$; $F_g = 10^{-6} \text{ Н}$.

Для вказаних даних використовується умова:

$$\frac{h}{c_y} \ll \frac{c_y}{g} \cdot \ln 2. \quad (27)$$

З урахуванням (27) формула (25) набуває вигляду:

$$L \approx \frac{F_g}{2M} \cdot \left(\frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right)^2 + (v_{c_x} + v_g) \cdot \left(\frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (28)$$

При $F_g = 0$ з (28) маємо:

$$L \approx (v_{c_x} + v_g) \cdot \left(\frac{c_y}{g} \cdot \ln 2 \right). \quad (29)$$

У таблиці 2 наведено результати розрахунку L за формулою (29) за $F_g = 0$ і інших параметрах, які були використані при розрахунках за співвідношенням (25) (табл. 1). Аналіз результатів таблиць 1 та 3 показує, що вплив $F_g \neq 0$ несуттєво зростає при її збільшенні у 100 разів ($(F_g, \text{ табл. 1}) / (F_g, \text{ табл. 3}) = 0,01$), що призводить до одночасного несуттєвого зростання L .

Таблиця 1. Значення L , м, обчислені за (28), $F_g = 10^{-6}$ Н

v_{c_x} , м/с	L , м
20	15,76 (15,75)
30	22,06 (22,05)
40	28,36 (28,35)
50	34,66 (34,65)
55	37,81 (37,80)

Примітка: У дужках вказані значення L , при $F_g \equiv 0$

Таблиця 2. Значення L , м, обчислені за (29), $F_g \equiv 0$

v_{c_x} , м/с	L , м
20	15,75 (12,60)*
30	22,05 (18,90)
40	28,35 (25,20)
50	34,65 (32,50)
55	37,80 (34,65)

Примітка: У дужках вказані значення L при $v_g \equiv 0$

Таблиця 3. Значення L , м, обчислені за (28), $F_g = 10^{-4}$ Н

v_{c_x} , м/с	L , м
20	17,16 (15,76)*
30	23,46 (22,06)
40	29,76 (28,36)
50	36,06 (34,66)
55	39,21 (37,81)

Примітка: У дужках вказані значення L при $F_g = 10^{-6}$ Н

У таблиці 4 наведені значення L , м при $F_g = 10^{-3}$ Н. (За таких значень F_g для частинок мінеральних добрив діаметра $d = 3 \cdot 10^{-3}$ м і $\rho = 10^3$ кг/м³ виникає суттєвий вплив сили вітру на рух частинок і, зокрема, на L).

Таблиця 4. Значення L , м, обчислені за (28), $F_g = 10^{-3}$ Н

v_{c_x} , м/с	L , м
20	29,85 (17,16)
30	36,15 (23,46)
40	42,45 (29,76)
50	50,15 (36,06)
55	51,90 (39,21)

Примітка: У дужках вказані значення L при $F_g = 10^{-4}$ Н

Після падіння на ґрунт частинки мінеральних добрив за принципом розповсюдження дифузійної плями [5] починають свій рух по поверхні землі. Засобами теорії ймовірності виявлено [6], що радіус дифузійної плями r_{nl} пов'язаний з часом t наступною залежністю:

$$r_{nl} = \alpha \cdot \sqrt{t}, \quad (30)$$

одержаною А.Ейнштейном. Тобто за таким законом збільшується радіус концентричних кіл, по яких переміщуються блукаючі частинки мінеральних добрив, що знаходяться на поверхні ґрунту (але продовжують рухатись за рахунок дії сили вітру). У (30) α – коефіцієнт пропорційності, який залежить від фізико-хімічних властивостей як самих частинок мінеральних добрив, так і тієї поверхні, по якій вони рухаються.

Закон розповсюдження дифузійної плями [5, 6] показує, що відстань ρ з часом буде збільшуватись, особливо в напрямку дії сили вітру (тут ρ – відраховується на ґрунті від точки падіння на нього гранули мінеральних добрив). Подальший рух частинок в радіальному напрямку визначається за таким законом:

$$\vec{r} = \left\{ \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_g \cdot t + \frac{F_g \cdot t^2}{2M} \right\} \cdot \vec{i} + \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi \cdot \vec{j}, \quad (31)$$

де φ – кут, що утворює радіус-вектор \vec{r} з напрямом дії сили вітру (\vec{i}, \vec{j}) – орти вдовж двох взаємоортогональних осей (одна з них паралельна векторам \vec{v}_B та \vec{F}_B , а інша – перпендикулярна (рис. 2).

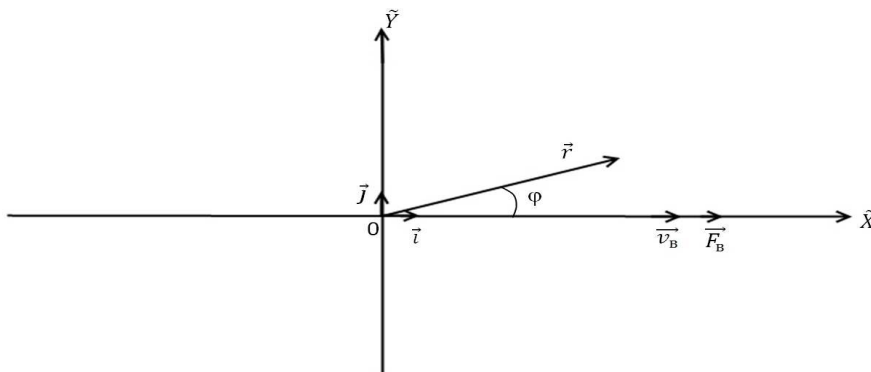


Рис. 2. Взаємна орієнтація векторів \vec{v}_g , \vec{F}_g , \vec{r}

Слід зазначити, що з часом t формула дифузійної плями, витягненої вздовж осі Ox – еліпс з піввісьями $a(t)$ та $b(t)$, причому $a(t) > b(t)$ при $t > 0$:

$$\begin{cases} a(t) = \alpha\sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_g \cdot t + \frac{F_g \cdot t^2}{2M}. \\ b(t) = \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi. \end{cases} \quad (32)$$

Площа фізичної плями $S(t)$ визначається зі співвідношення:

$$S(t) = \pi \cdot a(t) \cdot b(t) = \pi \cdot \left\{ \alpha\sqrt{t} \cdot \cos \varphi + v_g \cdot t + \frac{F_g \cdot t^2}{2M} \right\} \cdot \left\{ \alpha \cdot \sqrt{t} \cdot \sin \varphi \right\}. \quad (33)$$

Висновки

1. Обгрунтована фізико-механічна модель розсіювання гранул твердих мінеральних добрив після сходження з диска відцентрового розкидача при дії вітру та визначені її основні кінематичні характеристики: швидкість польоту та його тривалість, дальність залежно від основних механіко-технологічних та фізичних параметрів гранул.

2. Встановлено основні закономірності та характеристики дифузійної плями, яка є моделлю розсіювання гранул по поверхні поля під дією вітру та його швидкості.

3. Отримані результати у подальшому слугуватимуть для уточнення і вдосконалення інженерних методів розрахунку відцентрових розкидачів мінеральних добрив із врахуванням дії сили та швидкості вітру.

Література

1. *Заїка П.М.* Методические указания к изучению расчетного курса лекций «Сельскохозяйственные и мелиоративные машины». Избранные задачи земледельческой механики. Тема 8. Движение обрабатываемого материала в сопротивляющейся среде / *П.М. Заїка*. – Харьков : ХИМЭСХ, 1991. – 62 с.
2. *Заїка П.М.* Свободное движение материальной точки в спокойной изотропной газообразной среде / *П.М. Заїка, В.И. Мельник, А.И. Аникеев* // *Вестник Харьковского государственного технического университета «Харьковский политехнический институт»*. Динамика и прочность машин. – 2001. – Вып. 25.
3. *Заїка П.М.* Теорія сільськогосподарських машин. Том 1. Частина 3. Машини для приготування і внесення добрив / *П.М. Заїка*. – 2002. – 342 с.
4. *Камаєва І.О.* Чисельний аналіз забрудненості територій в результаті промислових викидів / *І.О. Камаєва* // *Методи та прилади контролю якості*. – Івано-Франківськ, 2005. – № 5. – С. 62–63.
5. Математична модель розсіювання викидів промислових підприємств / *І.О. Камаєва, Я.М. Сенчук та ін.* // *Вісник ХНТУ*. – 2005. – № 2 (22). – С. 143–147.

6. *Камаєва І.О.* Модель розповсюдження шкідливих речовин внаслідок вітрової ерозії / *І.О. Камаєва, Я.М. Сенчук та ін.* // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон : ХНТУ, 2007. – Вип. 2 (28). – С. 131–136.