

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛІСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет інженерії та енергетики

Кафедра агроінженерії та технічного сервісу

Кваліфікаційна робота
на правах рукопису

КУХАРЧУК ВАДИМ ЮРІЙОВИЧ

УДК 681.5

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Фрактальне конструювання матеріалів

208 «Агроінженерія»

Подається на здобуття освітнього ступеня магістр
кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень.
Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на
відповідне джерело

_____ Кухарчук В. Ю.
(підпис, ініціали та прізвище здобувача вищої освіти)

Керівник роботи
ГРАБАР І. Г.
д.т.н., професор
(науковий ступінь, вчене звання)

АНОТАЦІЯ

Кухарчук Вадим Юрійович. Фрактальне конструювання матеріалів. -

Кваліфікаційна робота на правах рукопису.

Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня магістра за спеціальністю 208 – Агроінженерія. – Поліський національний університет, Житомир, 2022.

Актуальність теми дослідження. В даній роботі зібрано та висвітлено, що фрактальні множини з високим ступенем симетрії можуть бути корисні для вирішення задач дизайну, ергономіки та естетики, для оздоблення будівель, одягу, взуття, іграшок, а також для створення матеріалів, що мають шумо- та віброзахисні властивості .

Теоретичні та експериментальні дослідження, а також надзвичайна перспективність застосування перколяційних систем в сучасному матеріалознавстві та високих технологіях привертають до них увагу світової науки. Характерно, що в більшості випадків результати досліджень перколяційно-фрактальних систем отримані завдяки комп'ютерному моделюванню.

Мета і завдання роботи. Метою даної наукової роботи є розробка теорій та алгоритмів для конструювання фракталів для потреб сучасного матеріалознавства, шумо- та теплоізоляції, дизайну.

Предмет та об'єкт дослідження. Предметом та об'єктом дослідження є процес створення (розробки) фрактальних матеріалів.

Методи дослідження. Методи дослідження базуються на використанні комп'ютерних технологій та практичного досвіду.

Наукова новизна досліджень полягає в впровадженні нових матеріалів для матеріалознавства та машинобудування та застосування фракталів в промисловості.

Структура роботи. Робота включає вступ, три розділи, висновки, список використаних джерел, виконана на 64 сторінках, включає 49 рисунків.

Ключові слова: фрактальні матеріали, алгоритми конструювання, 3D-проекування.

ANNOTATION

Kuharchuk V. Fractal construction of materials. – *Qualification work on the rights of the manuscript.*

Qualifying work for a master's degree in specialty 208 – Agricultural Engineering. – Polissya National University, Zhytomyr, 2022.

Relevance of the research topic. In this work, it is collected and highlighted that fractal sets with a high degree of symmetry can be useful for solving design, ergonomics and aesthetics problems, for decorating buildings, clothes, shoes, toys, as well as for creating materials with noise- and vibration-proof properties.

Theoretical and experimental studies, as well as the extraordinary prospects of using percolation systems in modern materials science and high technologies, draw the attention of world science to them. It is characteristic that in most cases the results of research on percolation-fractal systems are obtained thanks to computer simulation.

Keywords: fractal materials, design algorithms, 3D design.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Розділ 1. Способи конструювання фракталів.....	6
1.1. Алгоритми Барнслі.....	10
1.2. Алгоритми професора Грабара.....	12
Висновки до 1 розділу.....	17
Розділ 2. Проектування фракталів з наперед заданими властивостями.....	18
2.1. 3D- проектування.....	49
Висновки до 2 розділу.....	55
Розділ 3. Використання фрактальних матеріалів.....	56
3.1. Використання в дизайні.....	57
3.2. Використання в матеріалознавстві.....	59
3.3. Використання в конструюванні шумо- та теплоізоляційних.....	60
матеріалах	
Висновки до 3 розділу.....	61
Висновки.....	62
Список літератури.....	63

Вступ

«Фрактальна геометрія змінить ваше уявлення про світ. Читати далі небезпечно. Ви ризикуєте втратити дитяче сприйняття хмар, піни, галактик, листя, квітів, скель, бризок води тощо. Ніколи більше ваше враження про світ не буде таким ж».

Майкл Барнслі

Ще до недавнього часу фрактальні множини сприймалися науковцями світу, як екзотичні неприродні утворення, дуже далекі від проблем і задач практики. Але за останні 45-50 років ситуація суттєво змінилася. Роботи Бенуа Мандельбротта продемонстрували глибокий зв'язок фрактальних структур з природними об'єктами. Наступні роботи Фейгенбаума, Шустера, Федерера продемонстрували тісний зв'язок фрактальної геометрії з задачами нелінійної динаміки, теорії хаосу, синергетики.

Фрактал (лат. fractus - Подрібнений, зламаний, розбитий) – це складна геометрична фігура, що має властивості самоподібності, тобто складена з декількох частин, кожна з яких є копією відносно всього тіла цілком.

Природа має багато об'єктів з фрактальними властивостями. Для прикладу: узбережжя, хмари, крони дерев, сніжинки, кровоносна система і система альвеол людини або тварин.

Теоретичні та експериментальні дослідження, а також надзвичайна перспективність застосування перколяційних систем в сучасному матеріалознавстві та високих технологіях привертають до них увагу світової науки. Характерно, що в більшості випадків результати досліджень перколяційно-фрактальних систем отримані завдяки комп'ютерному моделюванню.

Саме поняття фрактал та фрактальна геометрія, що з'явилися наприкінці 70-х, та середини 80-х міцно увійшли в ужиток математиків і програмістів. Слово фрактал у перекладі означає, що складається з фрагментів. Воно було

запропоновано Бенуа Мандельбротом у 1975 році для позначення нерегулярних, але самоподібних структур, які він вивчав.

Розділ 1. Способи конструювання фракталів

Фрактали діляться на групи, серед яких виділяють:

1. геометричні фрактали;
2. алгебраїчні фрактали;
3. стохастичні фрактали.

Геометричні фрактали.

Цей тип фракталів виходить шляхом простих геометричних побудов. У двовірному випадку їх одержують за допомогою деякої ламаної (або поверхні в тривірному випадку), яка називається генератором. За один крок алгоритму кожен із відрізків, що становлять ламану, замінюється на ламану - генератор, у відповідному масштабі. В результаті нескінченного повторення цієї процедури виходить геометричний фрактал [1].

Алгебраїчні фрактали.

Свою назву вони отримали за те, що їх будують, на основі формул алгебри іноді дуже простих. Це найбільша група фракталів. Методів отримання фракцій алгебри кілька. Один з методів є багаторазовим (ітераційним) розрахунком функції $Z_{n+1}=f(Z_n)$, де Z - комплексне число, а f деяка функція. Розрахунок цієї функції триває до виконання певної умови. І коли ця умова виконається – на екран виводиться крапка. При цьому значення функції для різних точок комплексної площини може мати різну поведінку:

- З часом прагне до нескінченності.
- прагне до 0
- приймає кілька фіксованих значень та не виходить за їхні межі.
- поведінка хаотично, без будь-яких тенденцій [1].

Типовим представником алгебраїчних фракталів являється роботи Мандельброта.

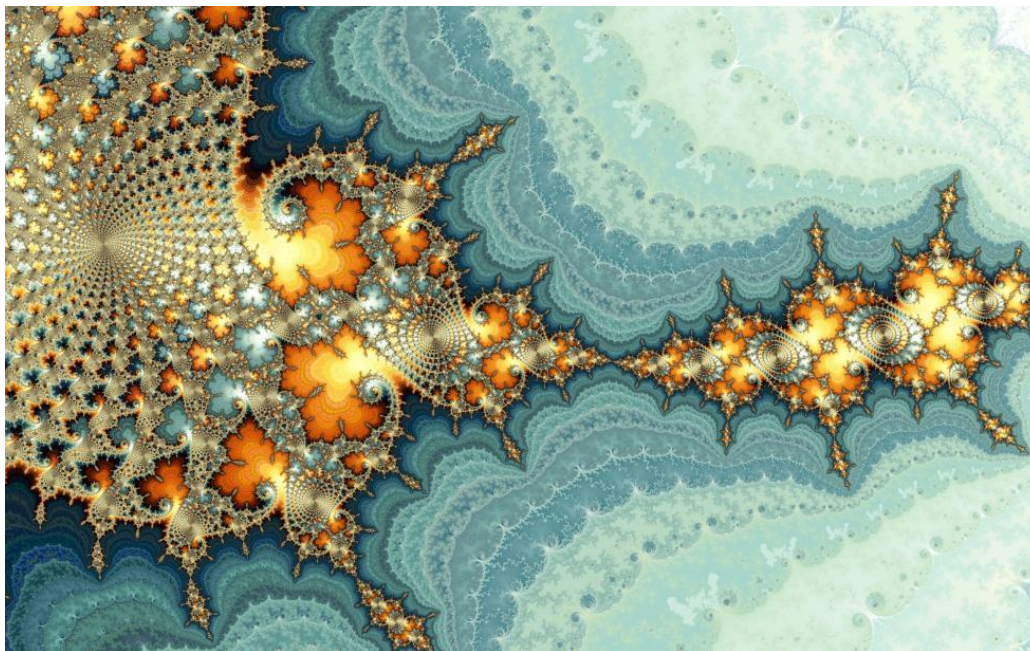


Рис.2 Множина Мандельброта

Стохастичні фрактали.

Ще одним відомим класом фракталів є стохастичні фрактали, які виходять у тому випадку, якщо в ітераційному процесі випадково змінювати будь-які його параметри. При цьому виходять об'єкти дуже схожі на природні – несиметричні дерева, порізані берегові лінії тощо. Двовимірні стохастичні фрактали використовуються при моделюванні рельєфу місцевості та поверхні моря.

Прикладом стохастичних фракталів є траєкторія [броунівського руху](#) на [площині](#) і в [просторі](#);

Існують і інші класифікації фракталів, наприклад розподіл фракталів на детерміновані (алгебраїчні та геометричні) та недетерміновані (стохастичні).

Аналіз відомих способів побудови фрактальних множин, очевидно, варто розпочати з алгоритму Кантора. В найпростішому випадку береться відрізок, розбивається на три рівні частини, і середня частина відкидається. Так утворюється перше покоління фрактальної множини Кантора. Аналогічна процедура по розбиттю на три рівні частини здійснюється з кожним відрізком, що залишились після першого покоління. Так отримуємо друге покоління фрактальної множини Кантора. Якщо повторювати данну процедуру нескінченну кількість разів отримаємо фрактал Кантора. Однак на практиці, як правило, процедура обмежується 4-5 поколінням через причин геометричних причин – реальна товщина ліній не дозволяє, не змінюючи масштабу, зобразити дуже малі відрізки наступних поколінь.

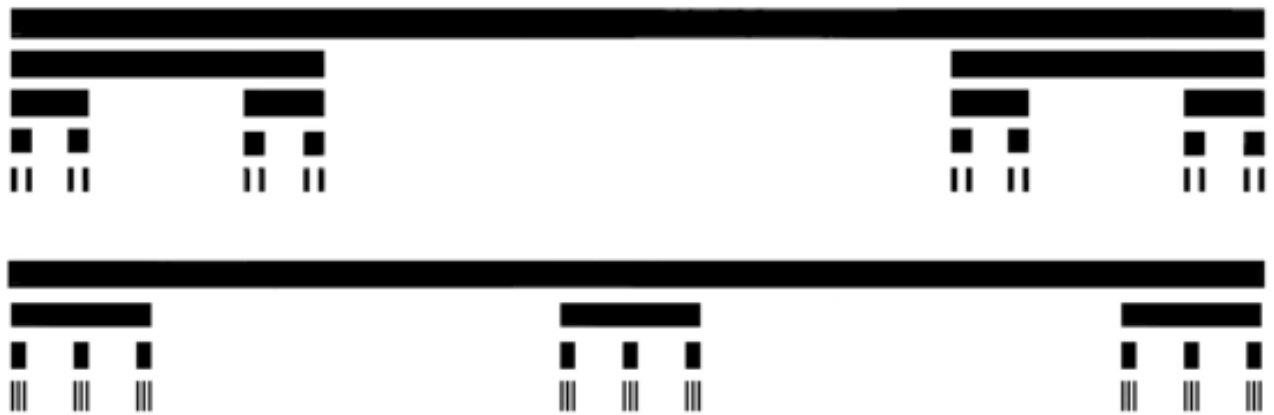


Рис. 3. Узагальнений алгоритм Кантора: дві множини з однаковою фрактальною розмірністю $D_s=1/2$: $N=2$ $r=1/4$ та $N=3$ $r=1/9$

Як показали подальші дослідження, в алгоритмі Кантора «...розбиття на три рівні частини...» можна значно розширити – розбивати можливо не тільки на три, і не тільки на рівні частини, і відкидати можливо не тільки один центральний відрізок (рис.3-4). Так відбувається перехід до узагальненого алгоритму Кантора



Рис. 4. Узагальнений алгоритм Кантора: мультифрактал з $l_1=1/4$ $l_2=2/5$

Розгорнувши фрактальну множину Кантора в R^2 для трьох та чотирьох полюсів можна отримати відповідно трикутник та серветку Серпинського, але матимемо ті ж 4-5 покоління із-за тих же геометричних обмежень. Переходячи до R^3 та задавши 4 чи 8 полюсів, отримуємо відповідно піраміду чи губку Серпинського. В випадках піраміди чи губки побудови займуть ще й дуже багато

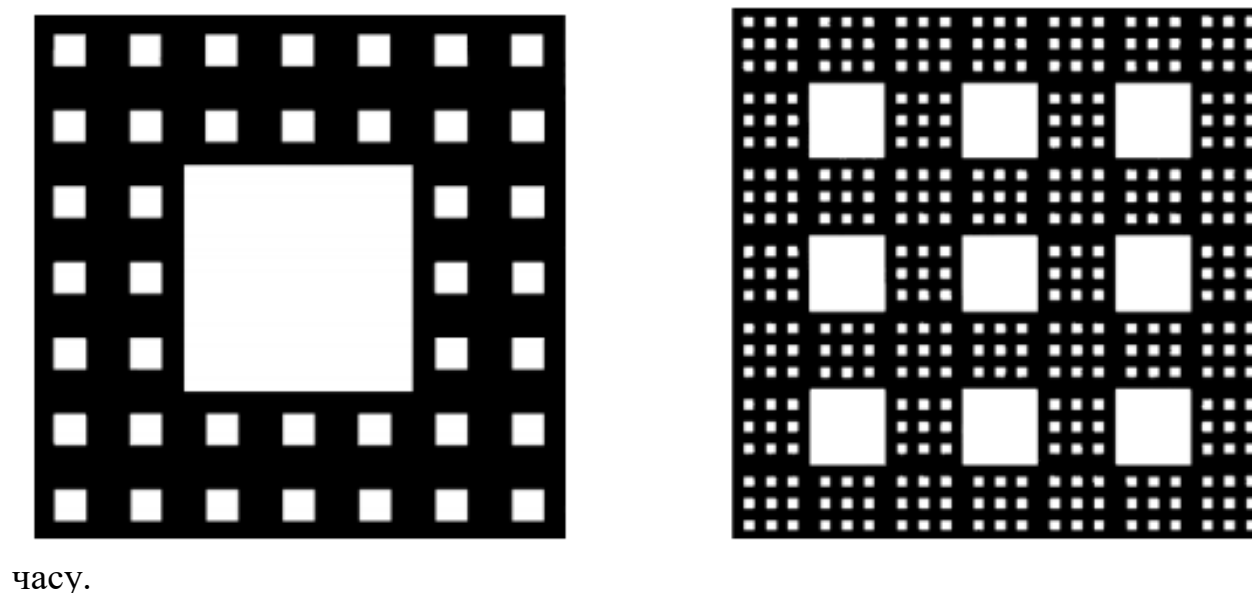


Рис. 5. Дві множини Серпинського з однаковою фрактальною розмірністю $D_s = \ln 40 / \ln 7 = 1,8957\dots$

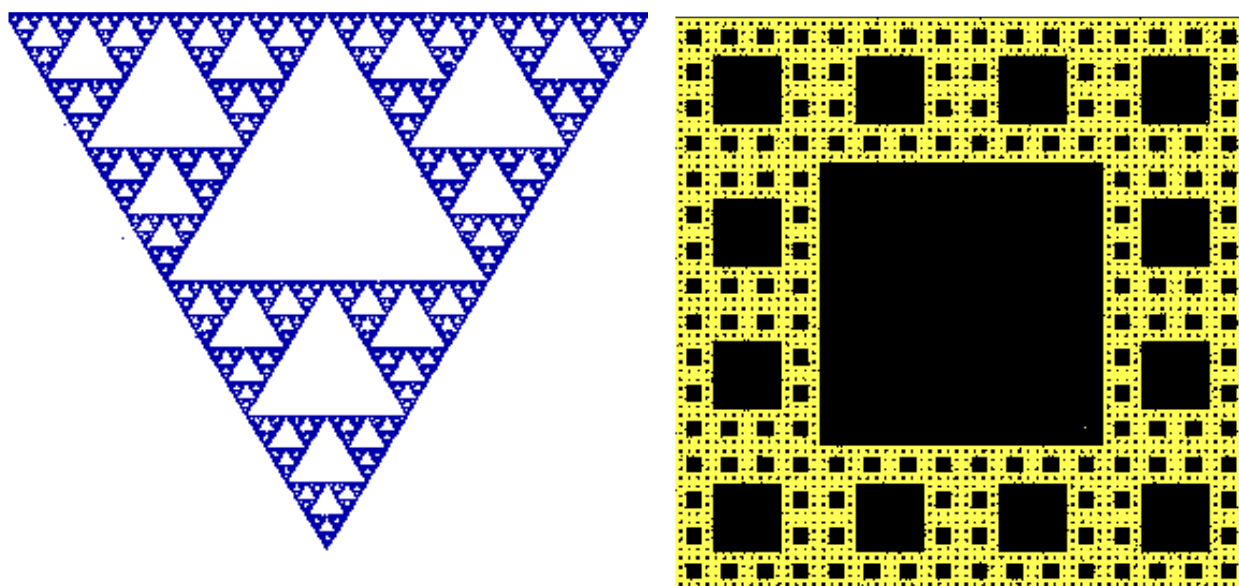


Рис. 6. Трикутник та серветка Серпинського та їх модифікації, котрі дозволяють відтворювати в широкому діапазоні фрактальних параметрів алгоритми проф. Грабар І.Г.

1.1 Алгоритми Барнслі

Майкл Філдінг Барнслі (нар. 1946) — британський та американський математик, дослідник і підприємець, що працював над фрактальним стисненням картинок. Близько 25 років тому М. Барнслі було запропоновано оригінальний алгоритм, який дозволяє виявити фрактальну природу деяких класів броунівського руху. Одним із обмежень даного алгоритму є постійний масштаб перетворень координат точки, що взаємодіє з обмеженим числом полюсів. Зокрема, для $N=3$ і масштабної константи $m=2$ за цим алгоритмом з легкістю можна побудувати трикутник Серпинського (рис. 5).

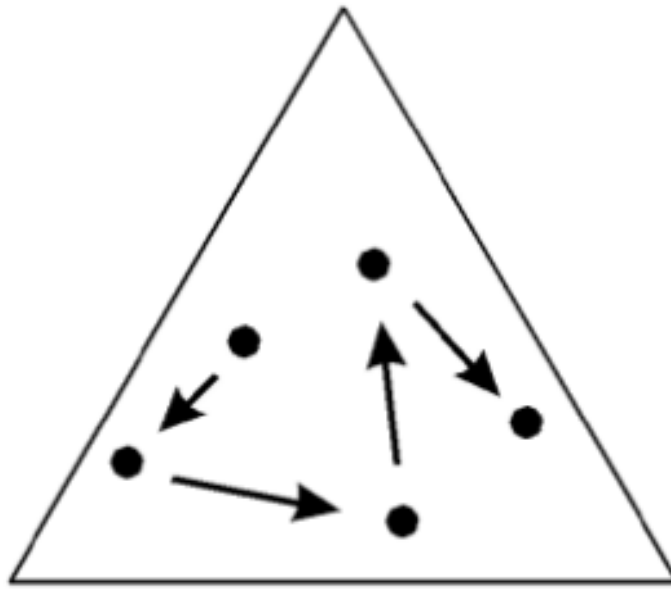


Рис. 7. Застосування алгоритму М. Барнслі до побудови фрактала Серпинського

Алгоритм базується на самоподібності елементів зображення і полягає в моделюванні малюнка декількома меншими частинами його самого [3].

За допомогою фракталів можна стискати й великі растрові зображення до частин їхніх нормальних розмірів. Це твердження випливає з [теореми Банаха про стискуючі відображення](#) й є результатом роботи дослідника [Майкла Барнслі з технологічного інституту шт. Джорджія](#).

Не зважаючи на те, що створено [програмне забезпечення](#), що реалізує ці [алгоритми](#) (наприклад, бібліотеки фрактального стиснення використовуються в [Microsoft Encarta](#)), досить ефективного методу не було знайдено досі, а сам Майкл Барнслі продовжує працювати в даному напрямкові.

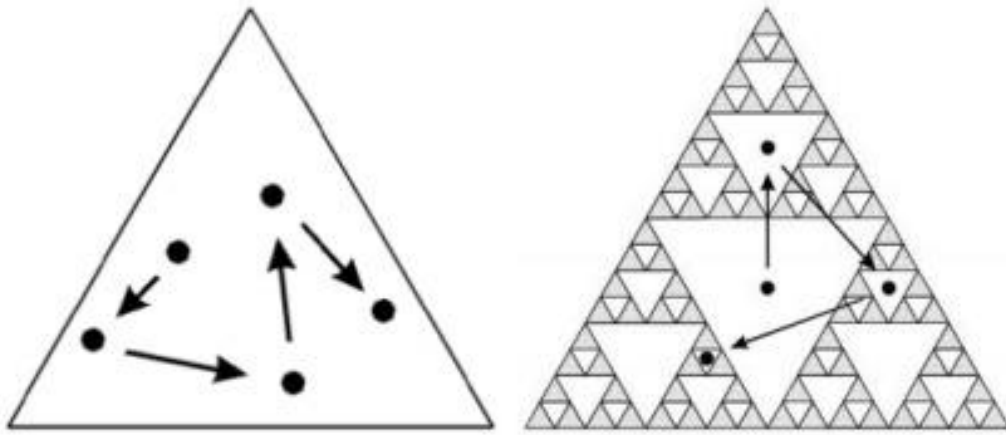


Рис.8 Побудова трикутника Серпинського через алгоритма Барнслі (Barnsley M.F., Rising H. Fractals Everywhere. – Boston: Academic Press, 1993) та послідовністю ітерацій системи функцій (Блукання і ділення навпіл)



Рис. 9 Папороть Барнслі

Папороть Барнслі є однією з основних прикладів "самоподібних" множин, тобто являє собою математично генерований "шаблон", який відтворюється при будь-якому збільшенні або зменшенні кількості ітерацій.

Будується папороть Барнслі за допомогою 4-х афінних перетворень виду:

Барнслі представив свій IFS-код папороті (Iterated function system - "Система функцій, що повторюються"). Барнслі був першим, хто використовував ітераційні функціональні системи для створення зображень папоротей.

1.2 Алгоритми професора Грабара

Професор Іван Григорович Грабар спільно з Грабар Ольгою Іванівною розробили сімейство алгоритмів побудови аттракторів (інтегрування руху) матеріальної точки під дією системи N центральних сил (1): $F_1(X_1 Y_1)$; $F_2(X_2 Y_2)$; $F_3(X_3 Y_3)$; ... ; $F_N(X_N Y_N)$ (1) де координати точок прикладення центральних сил $(X_1 Y_1)$; $(X_2 Y_2)$; $(X_3 Y_3)$; ... $(X_N Y_N)$ утворюють деяку множину Ω , що разом з характеристикою m «гравітації» поля визначає вид, форму, структуру, пористість і фрактальну розмірність аттрактора. При цьому в заданий дискретний момент часу на матеріальну точку діє лише одна з центральних сил $F_j(X_j Y_j)$, порядок вибору якої є випадковим. У наступний момент часу діє інша центральна сила з заданої множини N . Саме випадковий вибір центральної сили ріднить запропоновані алгоритми з відомими алгоритмами побудови фрактальних множин М. Барнслі. Фізична модель запропонованих алгоритмів базується на екрануванні в заданий дискретний $D(F_{ij}; \Omega; a; b; \omega) \delta_{ij} = f(t) \neq 0 \quad \delta_{ij} \sim |F_{ij}|$ момент часу $N-1$ центральних сил, крім однієї, вибраної випадковим чином за будь-яким законом розподілу випадкової величини. При цьому якщо точки прикладення центральних сил $(X_j Y_j)$ є незмінні, то аттрактор є незбурений. У даній роботі автори ставили за мету дослідити вплив збурення однієї чи кількох центральних сил на структуру та фрактальні властивості аттрактора. Зокрема, як ортогональне бігармонійне збурення однакової частоти впливає на розміри та геометрію підобласті аттрактора збуреної сили. Алгоритми реалізовані в середовищах C++, ПАСКАЛЬ, Turbo BASIC, у кожному з яких є свої переваги та недоліки в швидкості моделювання та управління файлами [1.4].

Алгоритми професора Івана Григоровича Грабара засновані на хаотичному русі матеріальної точки в полі N центральних сил, розміщених в певній

послідовності з заданими координатами $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ в просторах $R^1; R^2; R^3; \dots R^n$ зі значеннями «гравітаційних» параметрів кожної з центральних сил або однаковими (тоді алгоритми дозволяють генерувати монофрактальні множини), або неоднакові, різні для кожної центральної сили (що дозволяє генерувати мультифрактальні множини в широкому діапазоні значень фрактальних розмірностей).

Дані програмні продукти дозволяють генерувати $10^{40} \dots 10^{50}$ оригінальних фрактальних несхожих між собою структур, що можуть мати прикладне значення: для оздоблення тканини, металу, граніту, шкіри, вишивання, гаптування, 3D-сувенірів тощо з будь-яким поєднанням кольорів, фонів, масштабних перетворень тощо.

Крім цього, алгоритми проф. Грабара дозволяють в комп'ютерному моделюванні розфарбовувати фрактали.

В результаті моделювання фракталів йому вдалося отримати кількісні співвідношення між фрактальною геометрією, механікою руйнування, явищами перколяції тощо.

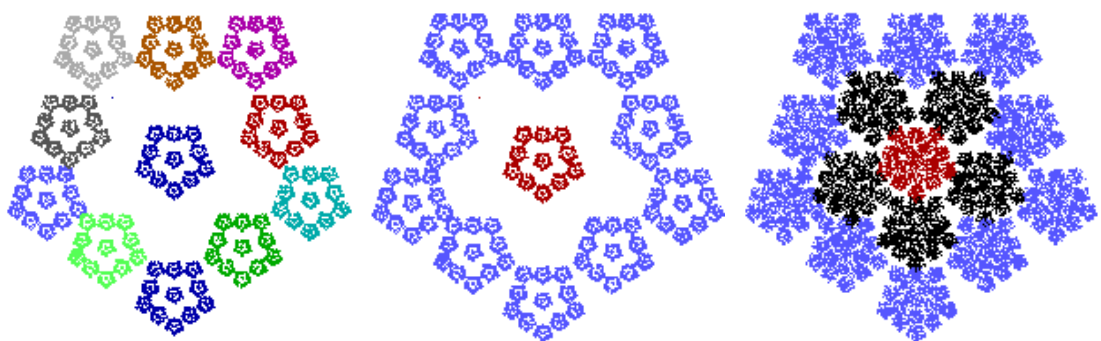


Рис. 10. Моделювання фрактальних орнаментів на 10N-кільці
(побудовано за алгоритмами І.Г. Грабара)

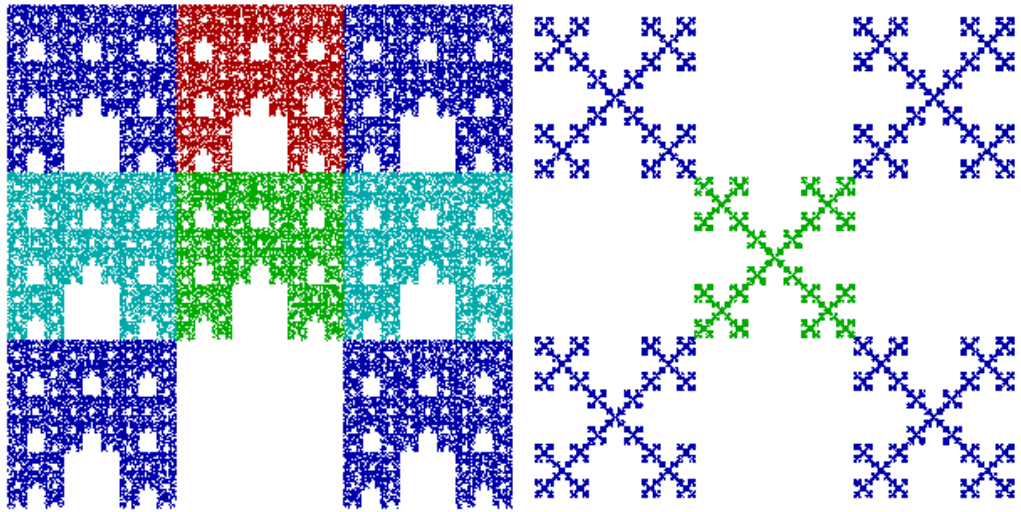


Рис. 11 Фрактальні структури на решітці 3x3

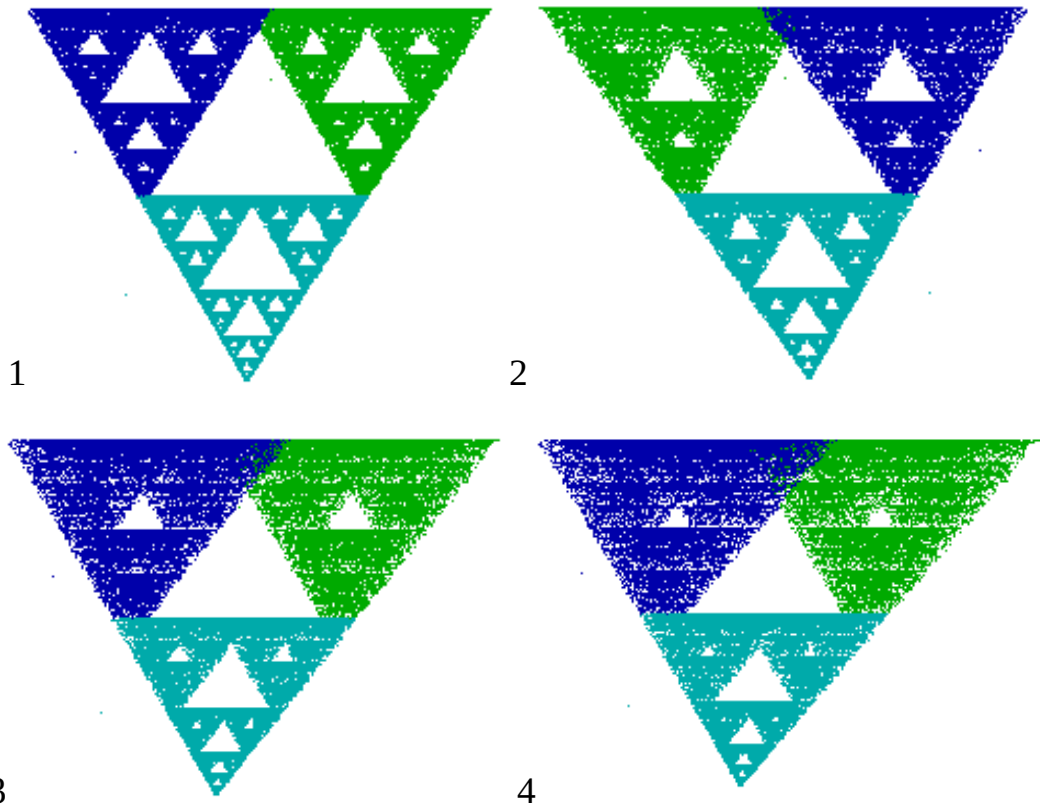


Рис. 12. Деформування трикутника Серпинського крученням вправо навколо нижньої вершини на кільці $N=3$

Нижче наведені приклади конструювання незбурених і збурених фракталів:

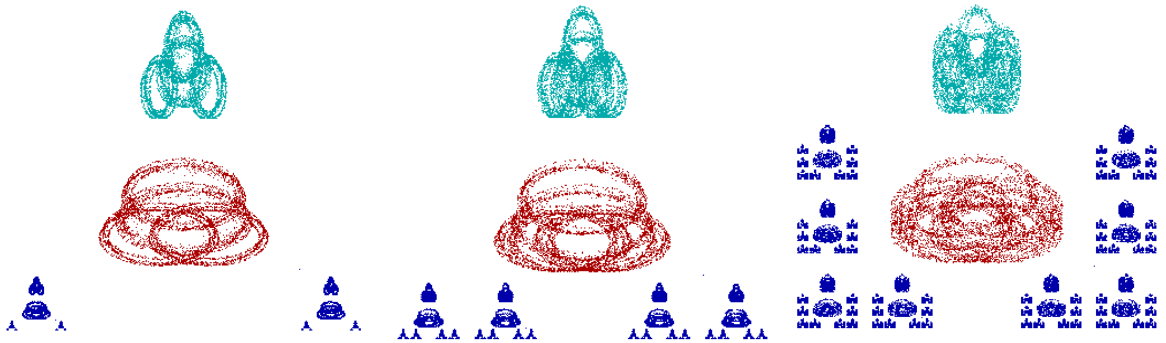


Рис.13. Фрактальні структури, побудовані за нашими алгоритмами, при циклічному збуренні двох центральних сил

Окремо потрібно звернути увагу на зародження регулярних фрактальних структур, що проявляються як аттрактор при випадкових блуканнях в полі центральних сил. Поєднавши ці алгоритми із сучасними можливостями 3D-технологій, професором запропоновано низку технологій нової галузі – фрактального матеріалознавства.

Є кілька особливостей, що відрізняють його дослідження від інших досліджень:

- вперше досліджено фрактальні структури на кільцях та періодичних решітках;
- вперше систематизовано N -, $N \times N$ - та $N \times N \times N$ -фрактали;
- вперше проведено комбінаторний аналіз варіантів $N \times N$ -фракталів з врахуванням семи основних кольорів;
- вперше запропоновано технологію генерації та 3D-друкування мультифрактальних орнаментів;
- вперше розроблені алгоритми продукування деформованих фрактальних орнаментів із потрібним масштабом;

- вперше запропоновано коректний розв'язок оберненого завдання фрактального аналізу.

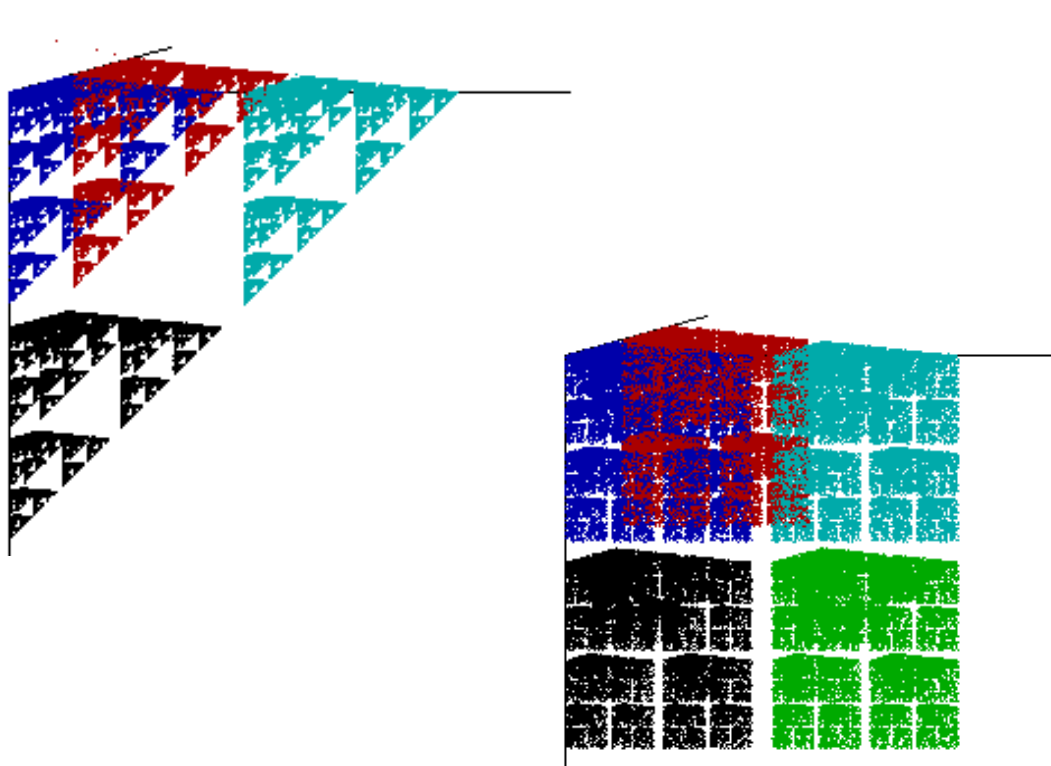


Рис.14. Приклад 3D-фракталів 2x2x2 (N=4 та N=5)

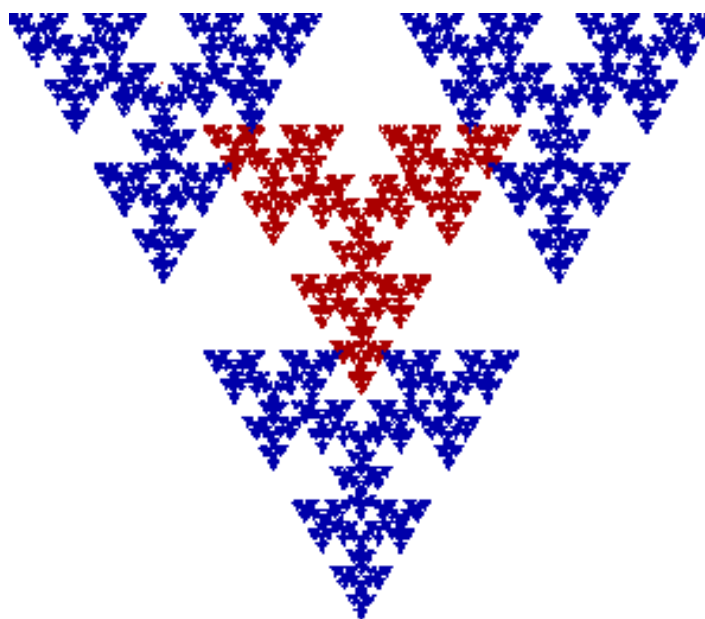


Рис.15. Модернізований трикутник Серпинського

Розділ 2

Розділ 2. Проектування фракталів з наперед заданими властивостями

Природа має багато об'єктів з фрактальними властивостями. Для прикладу у живій природі:

- [Корали](#);
- [Морські зірки](#) і [їжаки](#);
- [Морські раковини](#);
- [Квіти](#) і [рослини](#) (броколі, капуста);
- [Плоди](#) (ананас);
- [Крони дерев](#) і листя рослин;
- [Кровоносна система](#) і [бронхи](#) людей і тварин;

У неживій природі:

- Межі географічних об'єктів (країн, областей, міст);
- [Берегові лінії](#);
- [Гірські хребти](#);
- [Сніжинки](#);
- [Хмари](#);
- [Блискавки](#);
- Утворені на склі візерунки;
- [Кристали](#);
- [Сталактити](#), [сталагміти](#), геліктити.

Фрактали, особливо розміщені на площині, популярні завдяки поєднанню краси з простотою побудови за допомогою штучного інтелекту.



а



б

Рис. 1 Молюски – типові представники природних фракталів

а- Молюски

б- папороть

Система алгоритмів професора Грабара дозволяє коректно розв'язувати обернені задачі фрактального аналізу, тобто створення та генерування множин фракталів з наперед заданими властивостями: щільністю, фрактальною розмірністю, пористістю, залишковою механічною міцністю тощо.

Методи генерації наведені нижче та поділяються на: Фрактальні орнаменти на N -кільцях, фрактальні орнаменти $N \times N$ -решітках, розмиті фрактальні орнаменти, мультифрактальні орнаменти, нелінійні фрактальні орнаменти, деформовані фрактальні орнаменти та перколяційно-фрактальні орнаменти.

Данні методи генерації та конструювання моно- та мультифракталів дозволяє запропонувати шляхи розв'язку оберненої задачі – під наперед задані характеристики моно чи мультифракталів генерувати відповідні фрактальні структури

ФРАКТАЛЬНІ ОРНАМЕНТИ НА КІЛЬЦЯХ

Цей розділ показує результати комп'ютерного моделювання аттракторів руху матеріальної точки в полі N центральних сил з імпульсним включенням сил. Нехай маємо

$$F_3, \dots, F_N] * = \{F_{ij}\} * \{\delta_{ij}\},$$

де $\{\delta_{ij}\} =$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

в кожен момент часу лише однієї із F_{ij} значення вектора $F_{ij}(t)$, $F_{ij}(t) = [F_1, F_2,$

В кожен дискретний момент часу Δt маємо $N-1$ координат має $N-1$ моменту часу Δt маємо появу одиниці на місці іншої координати, решта $N-1$ координат рівні нулю.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

момент часу N -мірний вектор $\{\delta_{ij}\}$ із нулів, та. $\delta_{ij}=1$. Для наступного маємо появу одиниці на місці іншої

Порядок переміщення одиничної координати вздовж стовпчика $\{\delta_{ij}\}$ є випадковим, за одним із законів розподілу випадкової величини. Досліджено 4 види розподілу ймовірності $P(\delta_{ij}=1)$ – степеневий, рівномірний, нормальний, експоненційний.

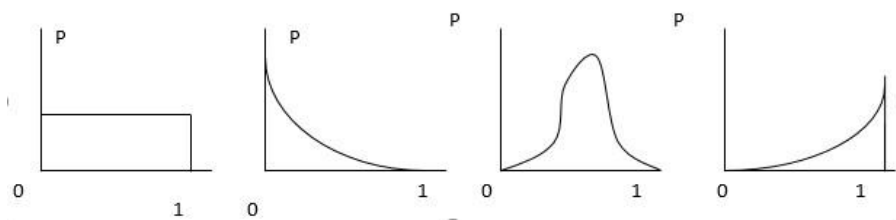


Рис. 16 Чотири види розподілу випадкової величини $P(\delta_{ij}=1)$

Точки P прикладення центральних сил розміщували у вершини правильних N – кілець (рис.17). При цьому, змінювали характеристику «гравітації» кожної із ΔF_i сил в широкому діапазоні:

$$[M_1=(0<m<1)] \cup [M_2=(1<m<\infty)].$$

Як показали результати моделювання, значення «гравітаційної» характеристики m суттєво впливає на аттрактор:

- 1) Для всіх значень m для всіх досліджених значень N аттрактор на кільцях є фрактальний;
- 2) при $m > 1$ аттрактор розміщується в середині області контурів, зображених на рис. 17;
- 3) для кожного значення N існує своє значення m^* , при якому підмножини двох сусідніх центральних сил F_i та F_{i+1} дотикаються без перетину;
- 4) при $0 < m < 1$ для випадку кілець аттрактор розміщується зовні області контура (рис. 17);
- 5) при $m = 1$ аттрактор стягується в множину N точок, що співпадають з точками прикладення сил;
- 6) при повному екрануванні однієї чи кількох N центральних сил на кільці (рис. 17) утворюються розриви, що спостерігаються на всіх поколіннях фрактальних підмножин;
- 7) при зростанні $m > m^*$ аттрактор поступово стягується в розмити пляму, що концентрується в центрі кільця. На рис. 18. наведено приклад еволюції аттрактора руху матеріальної точки у полі 2-х центральних сил в широкому діапазоні значень «гравітаційної» характеристики m . Так, для $0 < m < 1$ аттрактор займає зовнішню область відносно відрізка $F_1 F_2$.

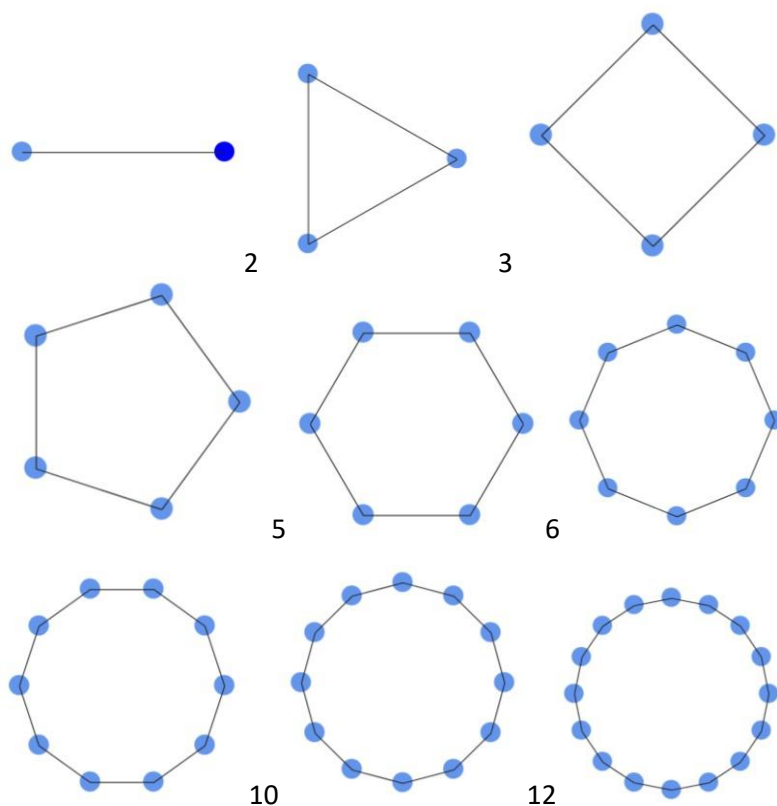


Рис. 17. Точки розміщення центральних сил на кільцях

При $1 < m < m^* = 2$ аттрактор демонструє фрактальну структуру, з поступовим переходом від дискретних ізольованих підмножин до безперервної лінії при досягненні $m \rightarrow 2$.

При $m > 2$ спостерігаються часткові прояви неоднорідної будови аттрактора з поступовим стягненням до середини відрізка $F_1 F_2$.

На рис. 18. показана еволюція аттрактора на кільці $N=3$ в широкому діапазоні значень $m > 1$. Так, для $1 < m < 2$ чітко спостерігається як мінімум 5 поколінь самоподібних перетворень ізольованих підмножин, що поступово зближуються, і при $m = 2 = m^*$ дотикаються, а при $m > 2$ – взаємоперетинаються. При $m \rightarrow 3$ фрактальність структури аттрактора розмивається.

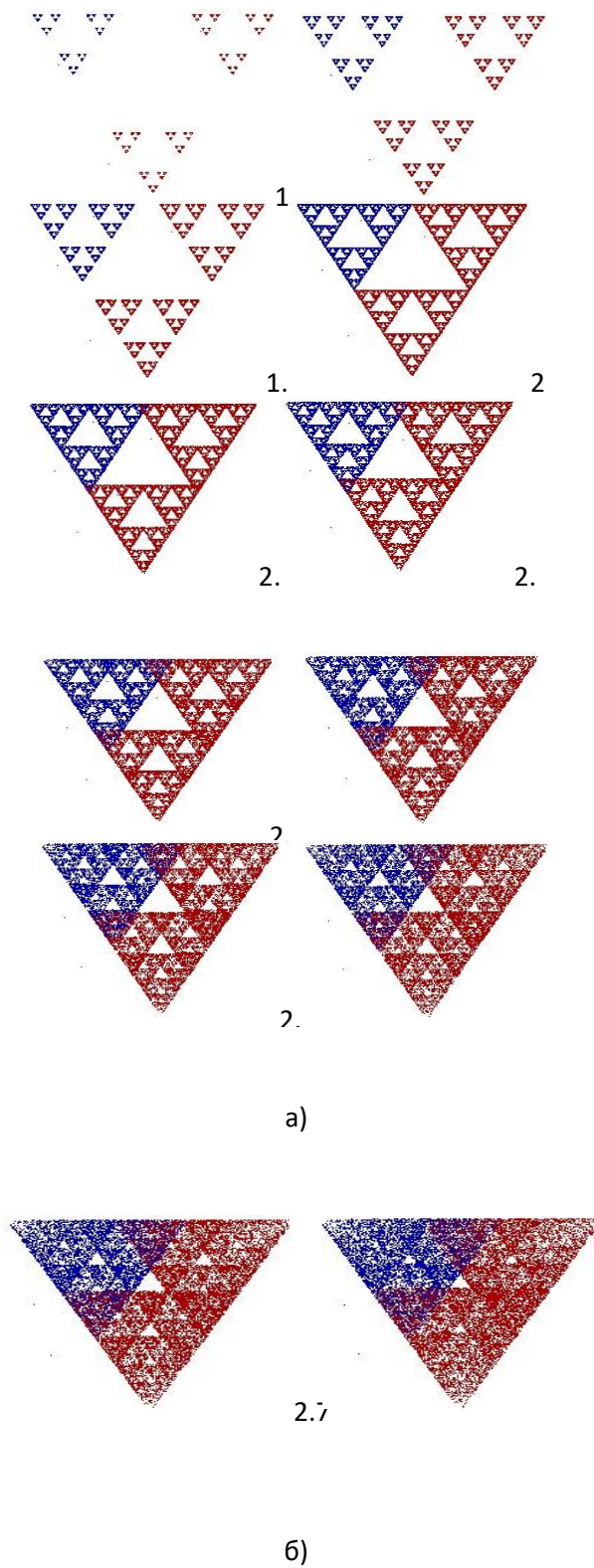


Рис. 18. Моделювання елементів орнаментів на аттракторах руху
матеріальної точки у полі центральних сил
(ПЦС) ($N=3$ при варіації $m=1.5\dots22$ – а) та $m=2.3\dots2.7$ – б))
(Трикутник Серпинського зі змінним масштабом)

4N-кільця

ФРАКТАЛЬНІ ОРНАМЕНТИ НА РЕШІТКАХ

В даному розділі наведені результати комп'ютерного моделювання фрактальних орнаментів на решітках $N \times N$. При цьому, поле на екрані комп'ютера розмірами a та b розбивається на квадрати $b \times b$, де $b = a/(N-1)$ і в вузлах (вершинах) цих квадратів розміщується N^2 центральних сил F_{ij} . Аттрактор руху матеріальної точки у полі F_{ij} центральних сил при їх імпульсному включенні за випадковим законом, як і в випадку кілець (попередній розділ), має фрактальну структуру. При цьому, для $m > 1$ фрактал займає внутрішню область контура, а при $0 < m < 1$ – зовнішню відносно кожного концентричного контура, що можна побудувати на решітці $N \times N$.

На рис. 19- 20 наведені фрактальні орнаменти, побудовані на решітках 3×3 при варіації кольорів, «гравітаційного» множника m та кількості екранованих центральних сил F_{ij} .

Комп'ютерне моделювання показало, що значення m^* , при якому аттрактори двох сусідніх центральних сил дотикаються (без взаємоперетину) має вигляд:

$$m_* = \frac{N}{N-1}$$

На рис. 19 зображенні зразки фрактальних орнаментів на решітці 3×3 для $m = m_* = \frac{3}{3-1} = 1,5$.

Для решіток при значеннях $m = m_*$ фрактальну розмірність можна обчислити за формулою:

$$D = \frac{\ln(N^2 - Z)}{\ln N}$$

Таблиця 1 (до рис. 19)

Рис.3.1	а	б	в	г	д
---------	---	---	---	---	---

Z	0	0	1	2	1
D	2	2	$\frac{\ln 8}{\ln 3}=1,8928$	$\frac{\ln 7}{\ln 3}=1,7712$	$\frac{\ln 8}{\ln 3}=1,8928$

Як впливає з таблиці 1, фрактальні розмірності орнаментів (в) і (д) співпадають. Орнамент рис. 19д є класичним орнаментом Серпинського, який будується на решітці 3х3 з повним екрануванням центральної сили F₂₂. На рис. 3.2 показана еволюція килима Серпинського (рис. 19., д) при різних значеннях «гравітаційного» параметра m. З рис. 20, впливає, що для m< m* фрактальний орнамент розпадається на ізольовані підмножини, а при m≥ m* - данні множини взаємоперетинаються.

При цьому, фрактальна розмірність орнаменту може бути обчислена за формулою:

$$D=[\ln(N^2-Z)]/[\ln(a/b)], \tag{3.3}$$

де a/b відношення сторін двох сусідніх поколінь фракталу, Z- кількість вікон (пустот).

Таблиця 2. (до рис. 20)

m	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2
Z	1	1	1	1	1	1
a/b	$\frac{100}{17}=5,88$	$\frac{100}{20}= 5$	$\frac{100}{33}= 3$	$\frac{100}{37}= 2,70$	$\frac{100}{44}= 2,27$	$\frac{100}{50}= 2$
D	1,1738	1,292	1,8927	2,0935	2,5365	3

Як слідує з таблиці 2, при m=1,6 фрактальна розмірність D=2,0935, що можна пояснити взаємоперетинами, які створюють об’ємність.

На рис. 21 (m= m*=1,5) продемонстровано можливості конструювання орнаментів на решітці 3х3 з повним екрануванням частини центральних сил F_{ij}.

Таблиця 3 (до рис. 21)

Рис.3.3	а	б	в	г	д
---------	---	---	---	---	---

Z	1	2	4	5	4
D	1,8928	1,7712	1,4649	1,2618	1,4649

На рис. 13 показано можливості видозмін килима Серпинського на решітці 3x3 з екранованою центральною силою F₂₂ та зміщеннями (у відсотках) сил F₁₂- F₂₁- F₂₃- F₃₂.

На рис. 24 наведено результати комп’ютерного моделювання фрактальних орнаментів на решітках 4x4. Значення m* для цих решіток

$$m_* = \frac{N}{N-1} = \frac{4}{3} = 1,333$$

Як слідує з даних прикладів, збільшення розмірності решіток NxN, аналогічно до кількості пікселів на екрані дисплея, різко збільшує можливості різноманітності конструювання орнаментів. Іншими словами, збільшення розмірності решітки NxN збільшує кількість варіантів орнаментів Q~(N²)!

Оцінимо збільшення кількості варіантів на решітках 4x4 і 5x5 та 5x5 і 6x6.

$$\frac{Q_{5x5}}{Q_{4x4}} \cong \frac{25!}{16!} = 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot ...18 \cdot 17 = 7.41 \cdot 10^{10} \tag{3.5}$$

$$\frac{Q_{6x6}}{Q_{5x5}} = \frac{36!}{25!} = 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot ...27 \cdot 26 \approx 32^9 \approx 31^{10} = 2.5 \cdot 10^{16} \tag{3.6}$$

Оціночні значення (3.5), (3.6) показують, що різноманітність орнаментів при переході від решітки 4x4 до решітки 5x5 збільшується в 7,4·10¹⁰ разів, тобто на кожного жителя землі – по 100 нових (ексклюзивних) орнаментів, а при переході від 5x5 до 6x6 це збільшення сягає 2,5·10¹⁶ разів, або вже по 33 млн ексклюзивних орнаментів на жителя нашої Планети. Закони розвитку природи підтверджують переваги різноманітності в процесі еволюції. З наведених міркувань зрозуміло, що повний комбінаторний перебіг орнаментів навіть на решітках 6x6, навіть без варіацій кольорів та

«гравітаційного» множника m , дає кількість варіантів орнаментів $\sim 10^{16}$. Для решіток 7×7 чи 8×8 , які, до речі, дуже легко алгоритмуються, кількість орнаментів дає число $\sim 10^{30}$. Час генерації одного орнаменту з формуванням електронного паспорта складає 10...100 мс.

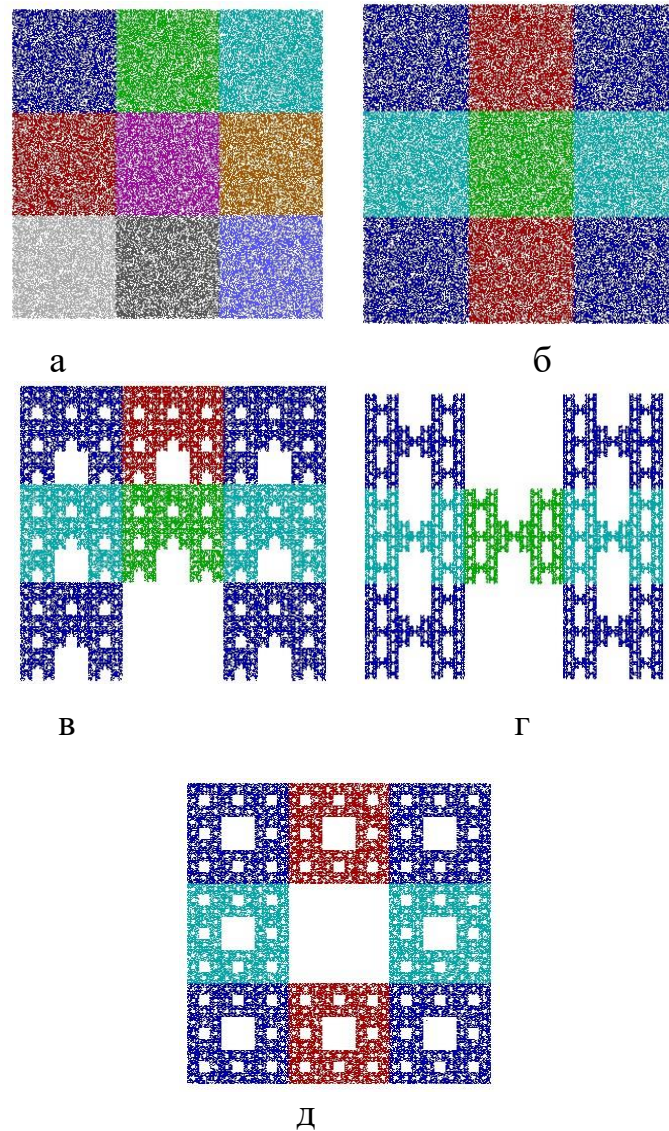


Рис. 19. Фрактальні орнаменти на решітках 3×3 . $m = 1.5$. Варіації кольору та кількості екранованих сил F_{ij}

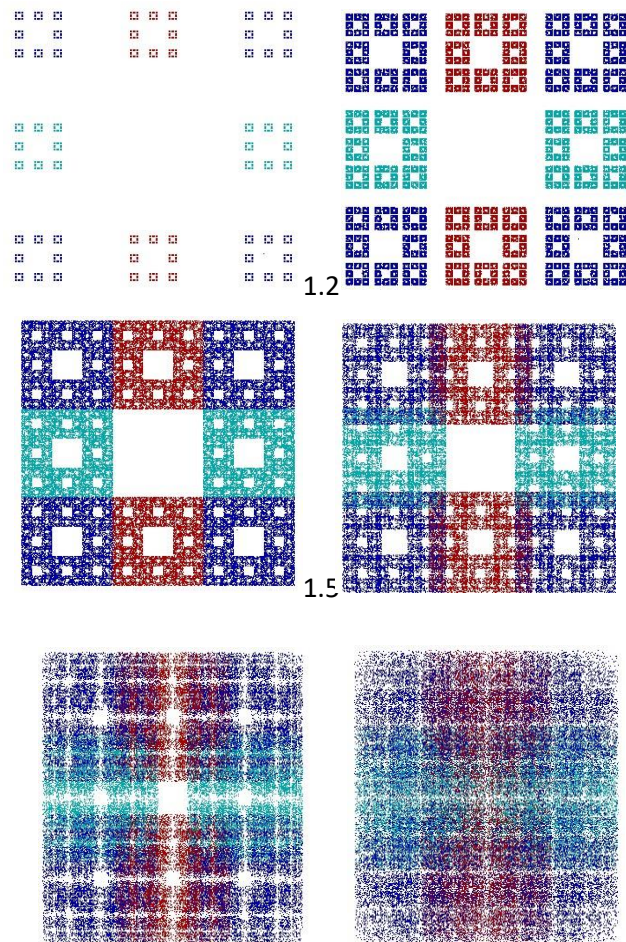


Рис. 20 Фрактальні орнаменти на решітках 3×3 . m

$=1.2 \dots 2$. Три кольори на килимі Серпинського. Центральна сила (F_{22}) - повністю екранована

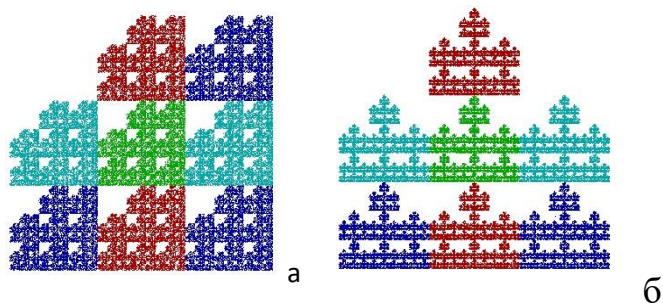


Рис. 21. Фрактальні орнаменти на решітках 3×3 . $m = 1.5$. 4

кольори на килимі Серпинського з екранованими: F_{11} – а; F_{11} -

F_{13} – б; F_{11} - F_{13} - F_{31} - F_{33} – в; F_{11} - F_{13} - F_{31} - F_{33} - F_{22} – г; F_{12} - F_{21} - F_{23} - F_{32} – д

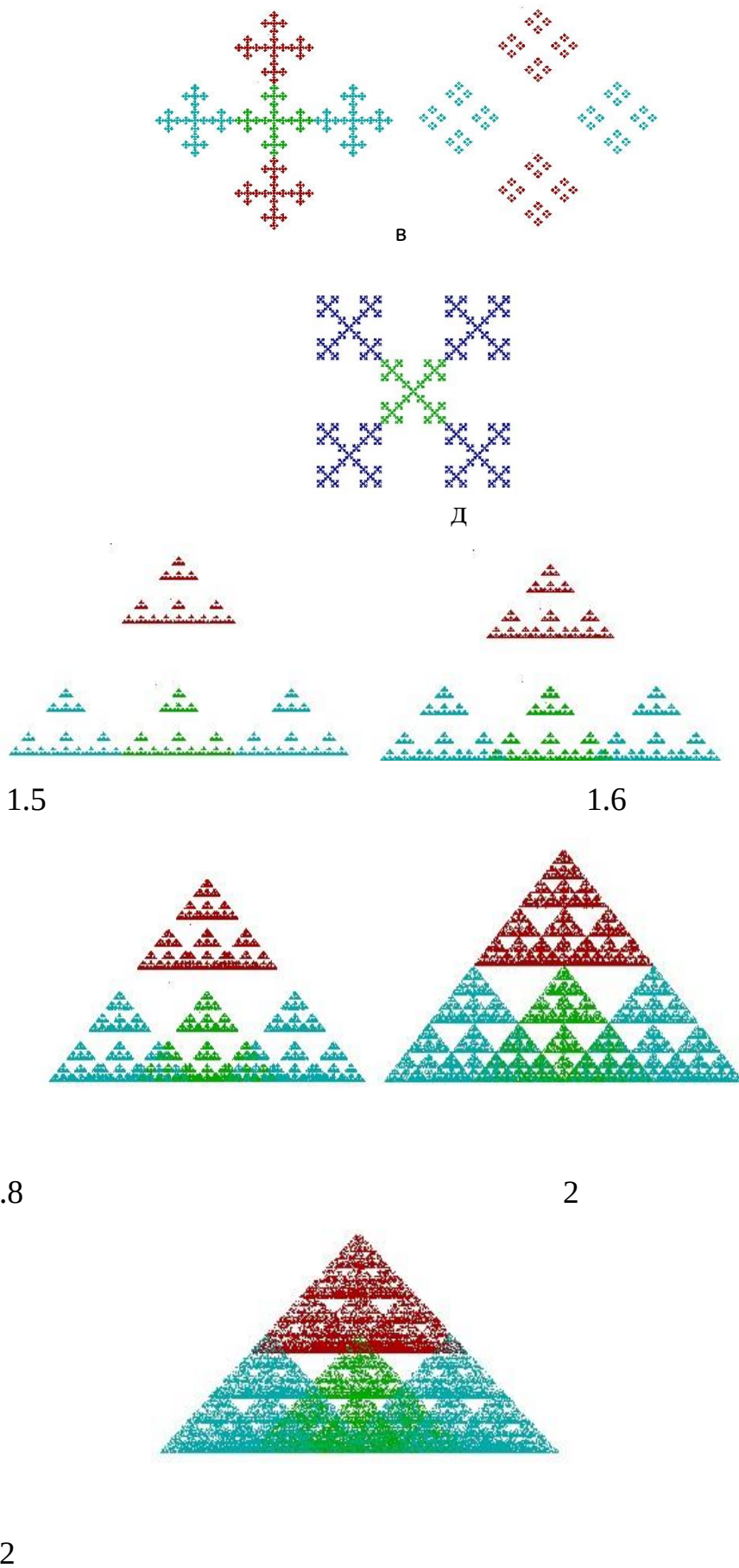
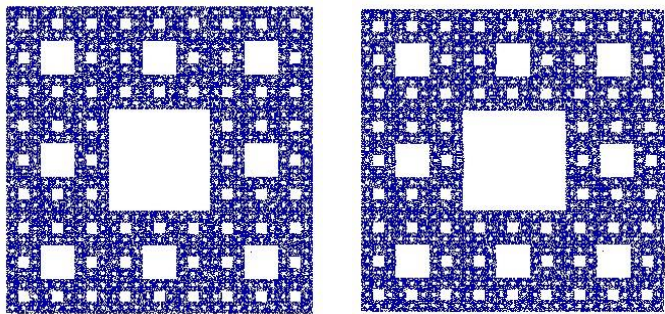


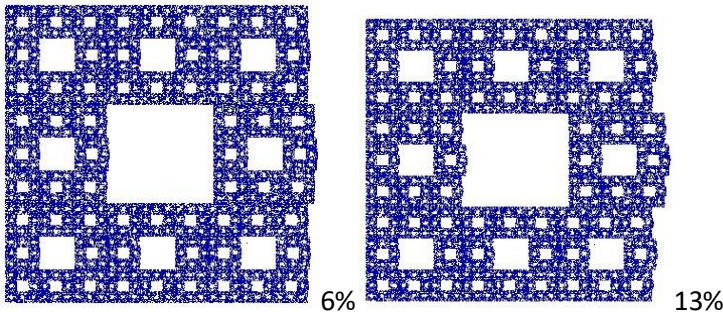
Рис. 22. Фрактальні орнаменти на решітках 3x3. $m = 1.5 \dots 2.2$.

Три кольори. Екрановано: F_{11} - F_{13} - F_{31} - F_{32} - F_{33}



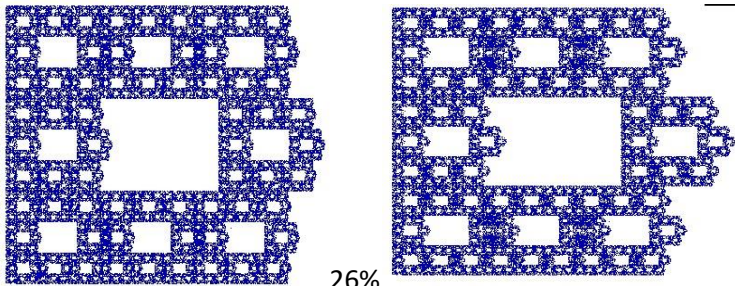
0

3%



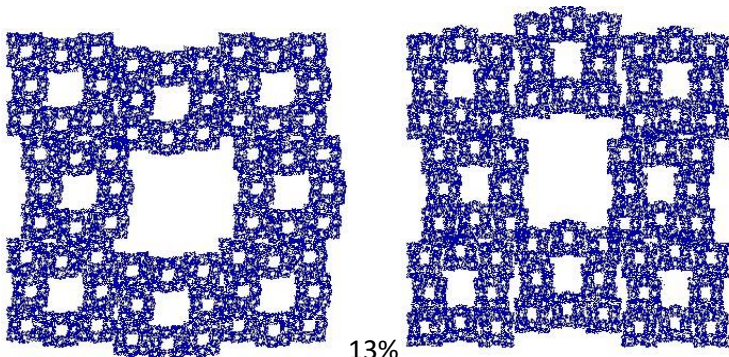
6%

13%



26%

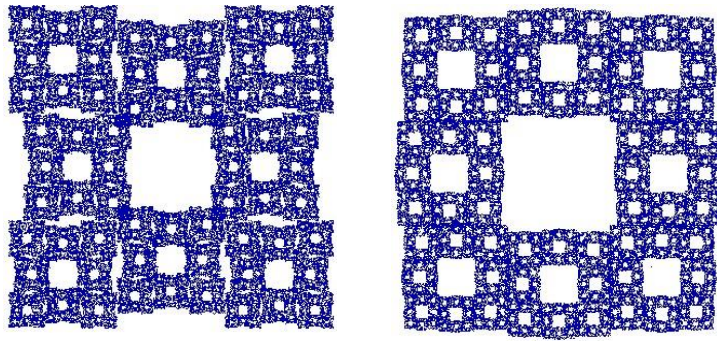
53%



13%

a

13% 13% 6%



6

Рис. 23. Фрактальні орнаменти на решітках 3x3. $m=1.5$.

1 колір на трикутнику Серпинського з екранованим F22 та зміщенням (у відсотках): F23 – а; F12-F21-F23-F32 - б

Решітки 4x4

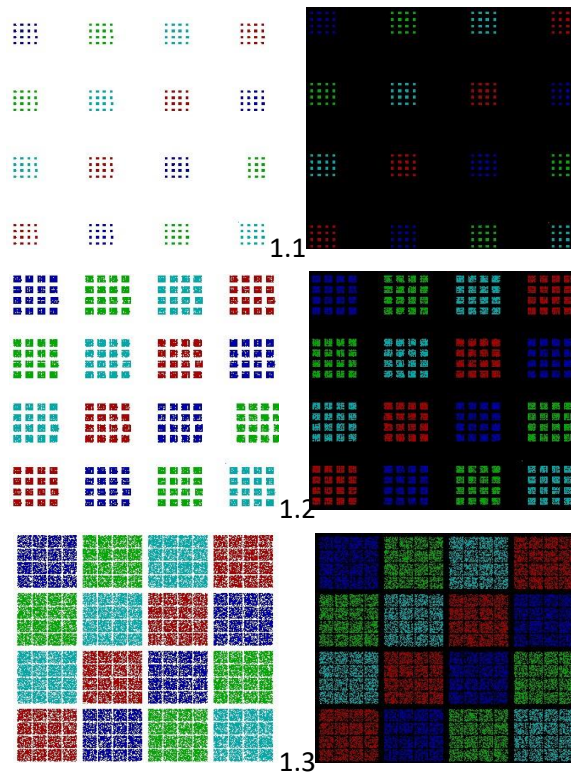
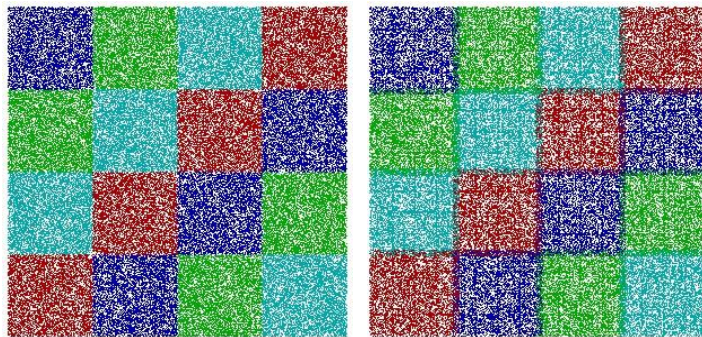


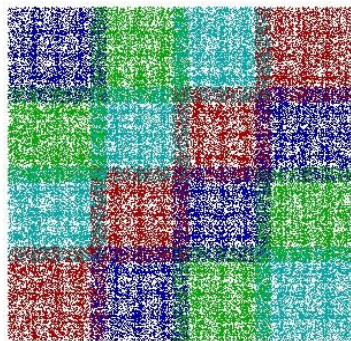
Рис. 24. Фрактальні орнаменти на решітках 4x4. $m=1.1...1.3$.

4 кольори на білому і чорному фонах. Екранованих F_{ij} немає

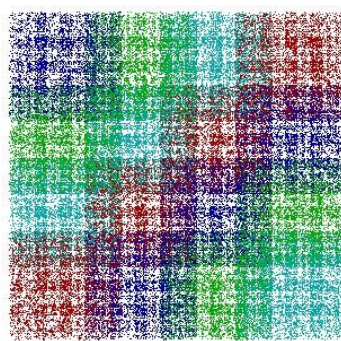


1.333

1.36



1.4



1.5

Рис. 25. Фрактальні орнаменти на решітках 4×4 . $m \geq m^*$
($m = 1.333 \dots 1.5$. Чотири кольори, білий фон)

РОЗМИТІ ФРАКТАЛЬНІ ОРНАМЕНТИ

Професором були розроблені та реалізовані алгоритми, що дозволяють моделювати плавні переходи від циклічних груп та решіток типу $N \rightarrow (N+1)$, що досягається управлінням прозорістю бар'єра однієї чи кількох центральних сил, відповідно, на решітці чи кільці. Це дозволило генерувати перехідні структури та створити ефект розмитих фрактальних орнаментів. Нижче наведені результати моделювання розмитих структур на кільцях $N=3$; $N=4$; $N=5$; ... та на решітках 3×3 4×4 5×5 ... Плавна зміна керуючого параметра $N \rightarrow (N+1)$ сприяє плавному переходу орнаментів двох сусідніх кілець чи решіток. Для орнаментів, що використовуються для оздоблення тканин, одягу,

взуття, шкарпеток, сувенірів, товарних знаків це збільшує кількість оригінальних варіантів орнаментів на 3–5 порядків, а також створює нові варіанти нових ефектів. Для 3D-друкування квазіфрактальних пористих матеріалів ефект розмитості дозволяє суттєво розширити діапазон службово-корисних властивостей: залишкової міцності, пористості; тепло-гідрозвуко поглинання; адсорбційних властивостей; фільтруючих властивостей; питомої ваги; електропровідності; фрактальної розмірності тощо.

Одним із методів реалізації моделювання та 3D продукування розмитих квазіфракталів, як показано вище, є управління прозорістю бар'єра однієї чи кількох центральних сил. На рис. 26-28 наведені приклади моделювання розмитих фрактальних орнаментів.

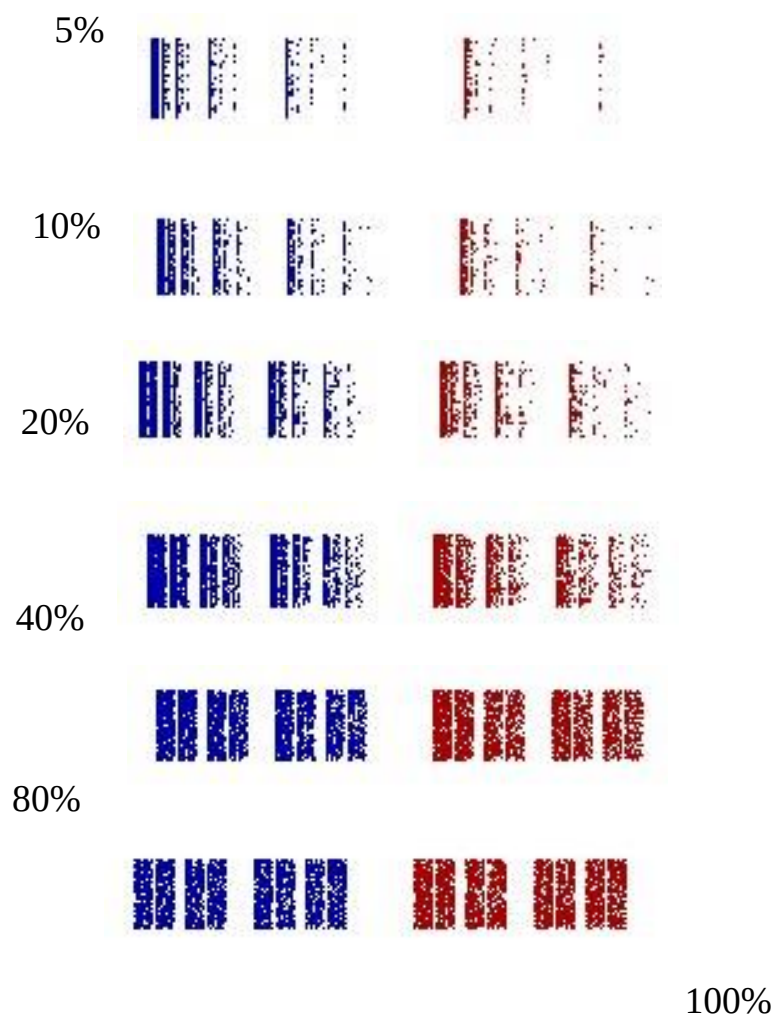
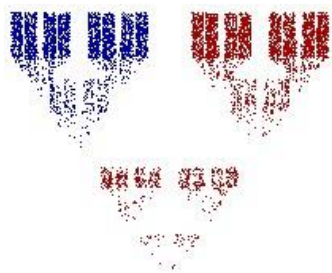


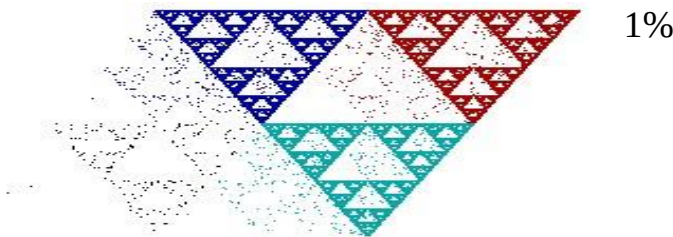
Рис. 26. Розмиті фрактальні орнаменти на кільці $N=2$.

Для поля двох центральних сил прозорість бар'єра сили F2 змінювали від 5 до 100% ; $m=1.75 < m^*$

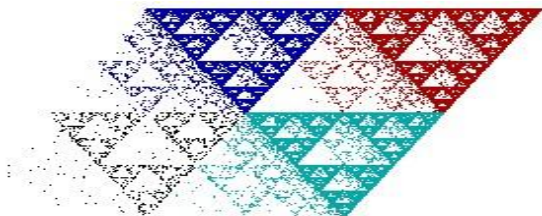


10%

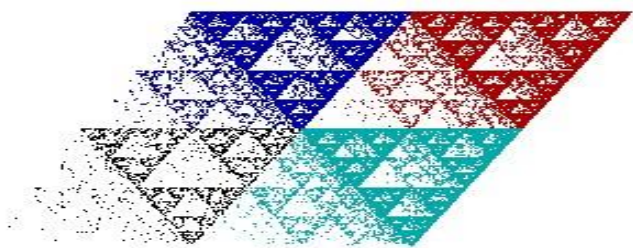
Рис. 27. Деформовано-розмитий фрактальний орнамент на кільці N=3 при прозорості бар'єра F3 в 10%; $m=1.75$



1%



5%



10%

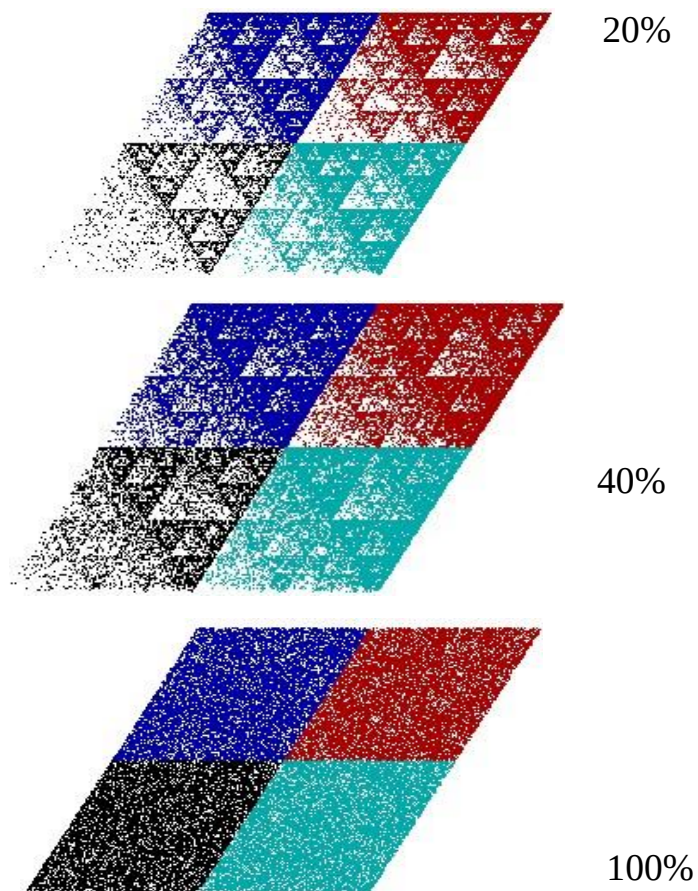


Рис. 28. Розмиті фрактальні орнаменти на кільці $N=4$ при зміні прозорості бар'єра F_4 від 1 до 100%; $m=2.0 = m^*$. 4 кольори

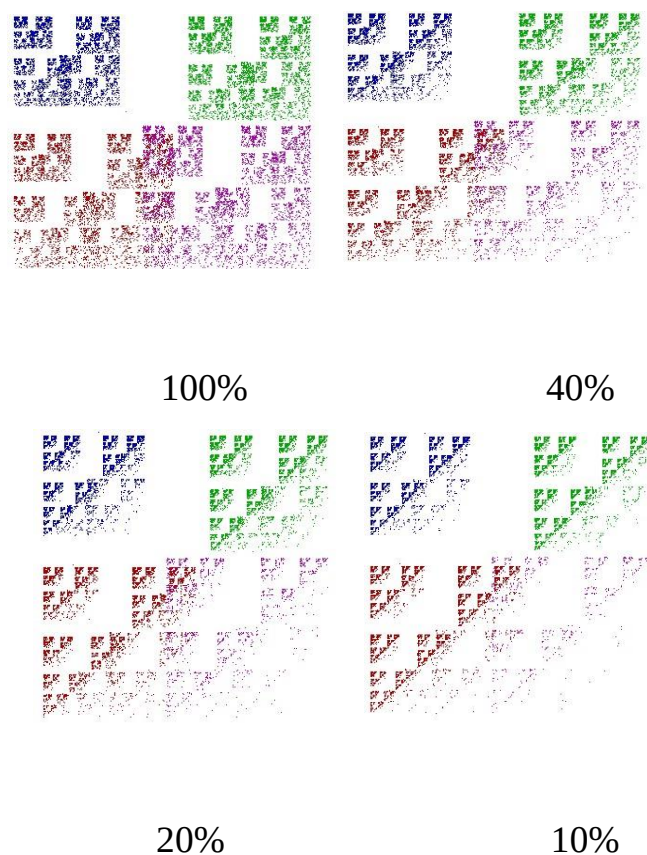


Рис. 29. Розмиті мультифрактали на кільці $N=4$. $m=1.5+0.05 \cdot Z$. Прозорість бар'єра F_4 змінювали в діапазоні 10...100%

Фрактальна розмірність змінюється від $D = \ln 2 / \ln 2 = 1$ до $D = \ln 3 / \ln 2 = 1,58496\dots$. Формула фрактальної розмірності D від коефіцієнта прозорості ε бар'єра F3: $D = \ln(2 + \varepsilon) / \ln 2$

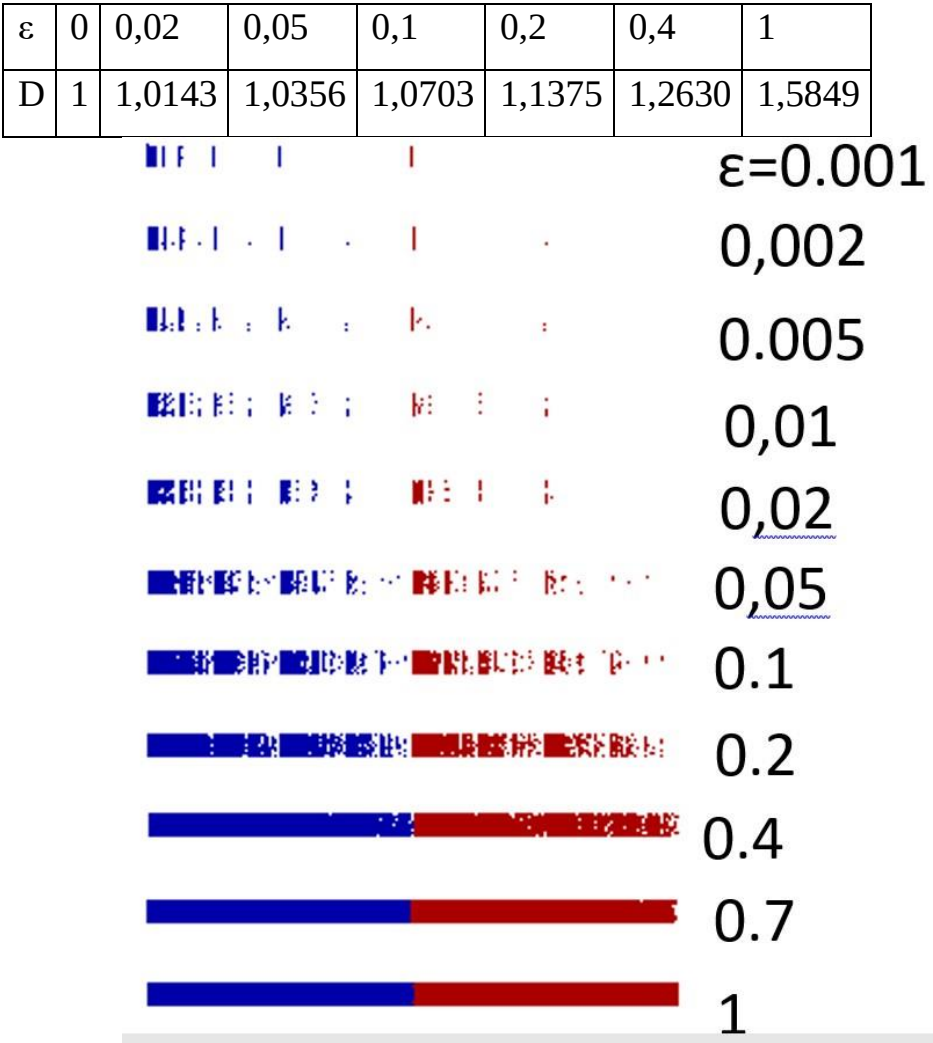


Рис. 30. Розмиті фрактальні орнаменти на кільці N=2

МУЛЬТИФРАКТАЛИ

Всі розділи, що були вище, присвячені моделюванню та вивченню властивостей монофракталів. Але куди більше практичне застосування можливе з мультифракталами. Надалі наведено результати конструювання мультифрактальних орнаментів вказаним способом. Побудовані алгоритми генерації монотонних та кольорових мультифрактальних множин на кільцях та решітках матричної структури з можливістю керування потенціалом поля кожної j -ої центральної сили. Це можна робити випадковим чином, або за допомогою будь-якої з детермінованих функцій: поліноміальними, степеневими, періодичними, як з постійними, так і зі змінними коефіцієнтами. У випадку незмінного потенціалу поля це дає можливість генерувати монофрактальні орнаменти.

На рис.5.1–5.34 продемонстрована можливість отримання мультифрактальних орнаментів у широкому діапазоні зміни параметрів. Показано, що вид початкового (реліктового) хаосу (вид розподілу початкової випадкової величини) практично не впливає на фрактальні властивості аттрактора руху матеріальної точки в полі центральних сил зі змінним множником модуля j -ої центральної сили.

Побудовано 9-мірний вектор простору параметрів мультифракталів та паспорт кожного мультифрактала у цьому просторі. Окреслено можливі діапазони зміни цих параметрів у заданому алгоритмі. Отримано оцінки потужності множини мультифракталів, котрі можливо отримати навіть на решітках невеликою розмірності. Так, оцінки показують, що на решітках 5×5 та 6×6 кількість можливих варіантів генерації оригінальних фрактальних орнаментів досягає значень $\sim 10^{35} \dots 10^{40}$ структур. Продemonстровані можливості формування структур із хаосу та навпаки – розмивання структур та перехід до хаосу. Це дає можливість припустити можливість застосування аналогічних алгоритмів руху

матеріальної точки в полі N центральних сил при хаотичному включенні в кожен момент часу лише однієї сили (незалежно від закону розподілу функції випадкової величини) до побудови виникнення структур взагалі, і в тому числі – виникнення живих організмів. Хоча, за висловом А.Ейнштейна, «Господь не грав у кості», даний алгоритм здатен генерувати порядок із хаосу та навпаки, що і продемонстровано в даному розділі.

Паспорт мультифрактала

N – кількість центральних сил

A – зміщення початку координат системи центральних сил

$G=(N \cdot \text{RND})+1$ – випадкове число від 1 до N

$Z=G^r$ – заміна рівномірного розподілу на степеневий m_1 – постійна складова модуля центральної сили

Δm – крок зміни модуля центральної сили

$L = C + Z/D$ – колір підмножини, як лінійна функція Z Тоді 9-мірний вектор:

$$R\{N, A, G, Z, r, m_1, \Delta m, C, D\}$$

задає всі параметри мультифрактального орнаменту і легко відтворюється нашими алгоритмами.

Загалом виникнення мультифрактальних структур є наслідком протікання заданих фізичних процесів у локально неоднорідних полях. Це може бути, крім вказаного вище руху матеріальної точки в полі N центральних сил з неоднорідним полем, також конденсація твердої фази з локально неоднорідними концентраціями, температурами, потенціалом взаємодії (електростатичної, електродинамічної, магнітної, гравітаційної тощо природи), виникнення колективних мод в рідинах, газах і плазмі за наявності локальних градієнтів поля, і особливо – за наявності ротаційних його мод тощо. При цьому, мультифрактальні орнаменти є суперпозицією фрактальних підмножин, кожна з яких має свій набір фрактальних розмірностей.

При цьому, набір фрактальних розмірностей мультифрактала (кінцевомірний вектор фрактальних розмірностей D_{ij}) характеризує локальні та інтегральні службовокорисні властивості мультифрактала, що все більше привертає увагу математиків, фізиків, матеріалознавців та інших представників сучасної науки. Як показано на рис. 31-35, керуючи потенціалом поля центральних сил – локально для кожної із N сил – алгоритми дозволяють генерувати мультифрактали з заданим вектором фрактальних розмірностей D_{ij} . Ці алгоритми дають гарні результати і для кілець, і для решіток. Аналіз отриманих мультифрактальних орнаментів показує, що у всіх випадках (рис. 31-35) прослідковуються ознаки самоподібності на всіх доступних масштабних рівнях. А це підтверджує фрактальну природу вказаних мультифрактальних орнаментів.

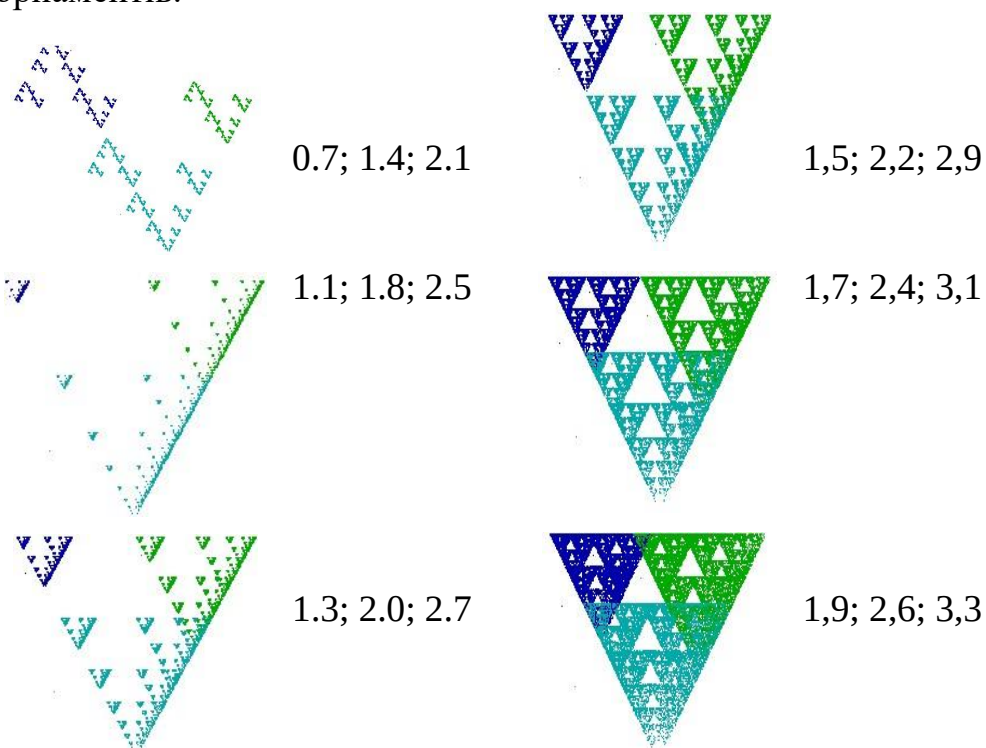


Рис. 31 Мультифрактальні орнаменти на кільці $3N$ ($m^*=2$) для різних поєднань трьох масштабів m_1 - m_2 - m_3 відносно m^* .

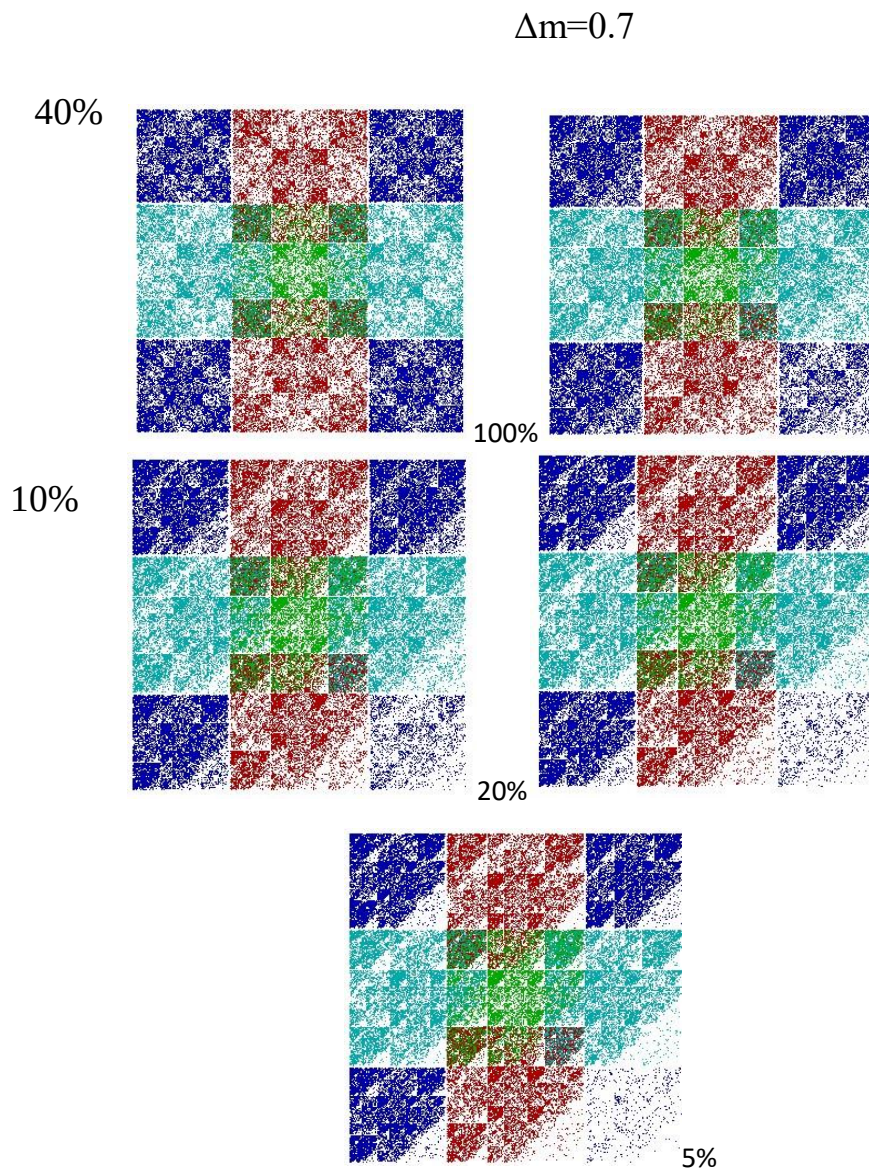
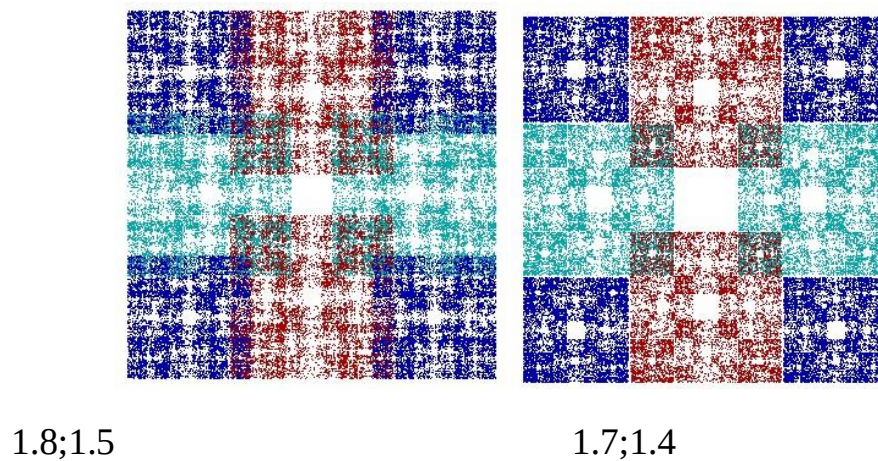


Рис. 32. Розмиті мультифрактальні орнаменти на решітці 3×3

($m^*=1.5$) типу «Мармур» Два масштаби $m_1=1.4 < m^*$, $m_2=1.7 > m^*$.

$\Delta m = 0.3$ (Program H3x3_M) Прозорість бар'єра F33

змінювали в межах 5%...100%



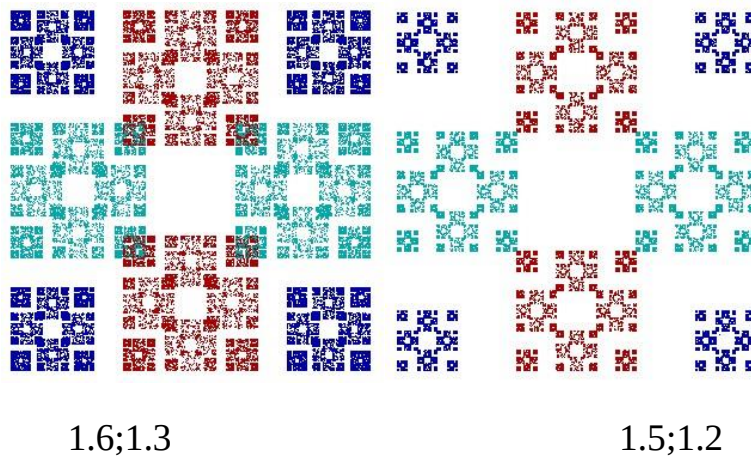


Рис. 33. Мультифрактальні орнаменти на решітці 3x3
($m^*=1.5$) Два масштаби m_1 та m_2 . $\Delta m=0.3$ F22 екрановано.
(Program H3x3_M)

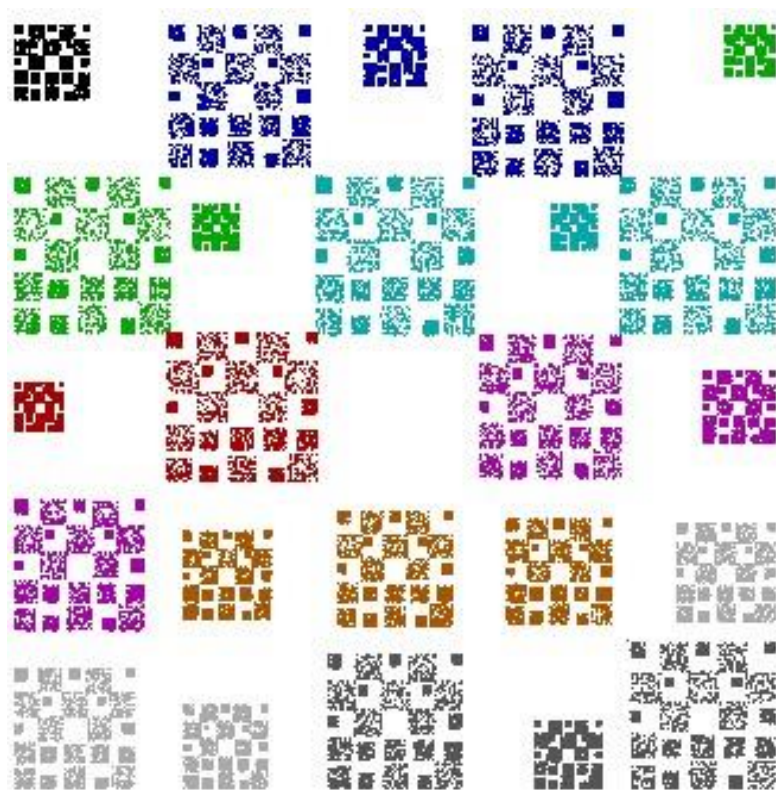


Рис. 34. Мультифрактальні орнаменти на решітці 5x5
($m^*=1.25$). 9 кольорів, 24 масштаби m_{ij} , що змінюються по закону синусоїди. Зміна кольорів по лінійному закону $Z/3$. F33 екрановано

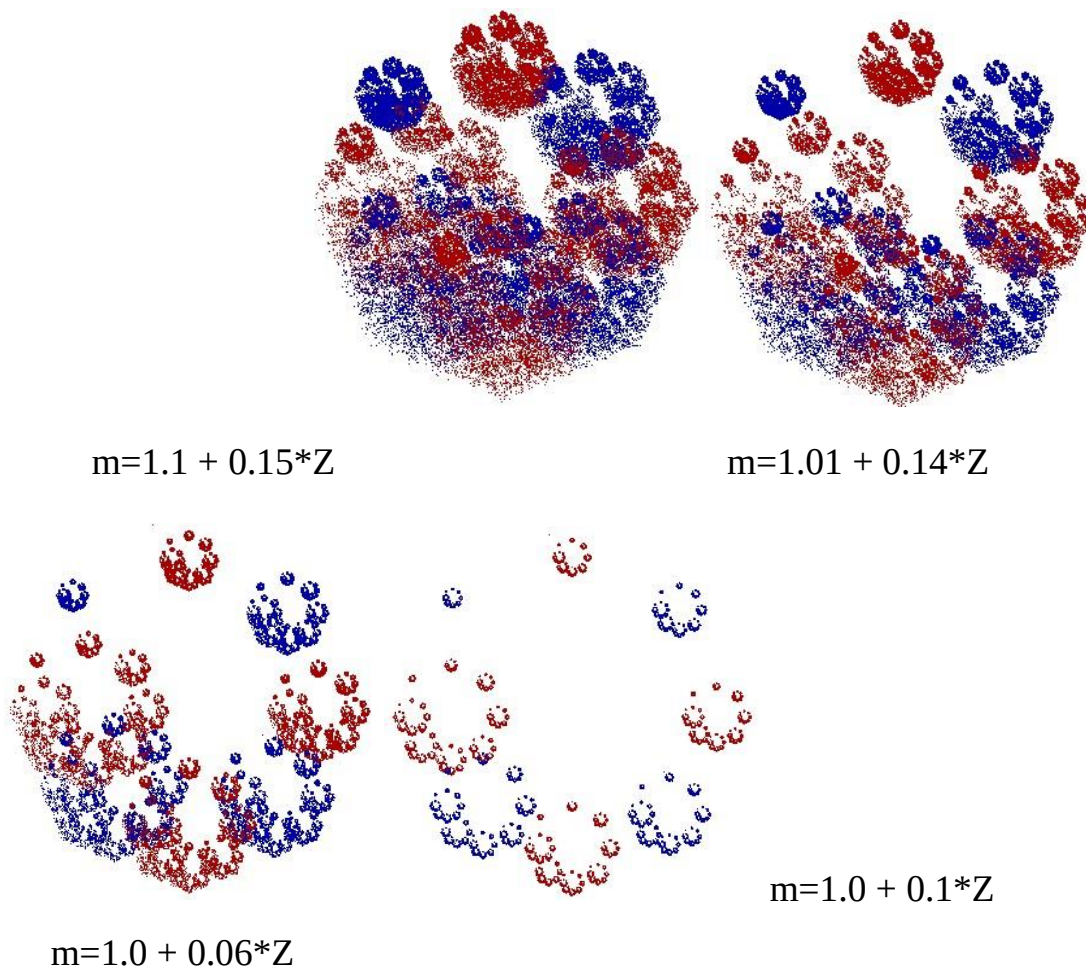


Рис. 35. Мультифрактальні орнаменти на 8N-кільці ($m^*=1.414$). Лінійна залежність зміни локальних масштабів

НЕЛІНІЙНІ ОРНАМЕНТИ

На рис. 6.1–6.8 наведено результати моделювання фрактальних орнаментів на кільцях $N=3$ та $N=4$ з врахуванням квадратичного потенціалу поля центральної сили, тобто введенням множника зворотного зв'язку

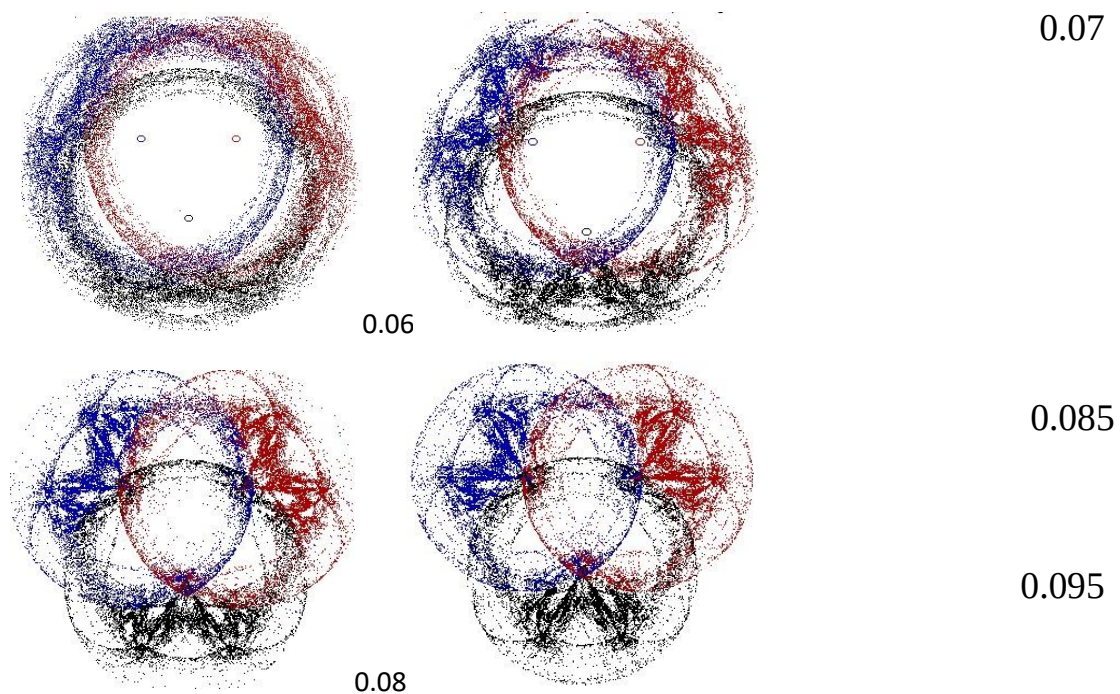
$$F_{ij} = F_o / (m * r^2), \quad (6.1)$$

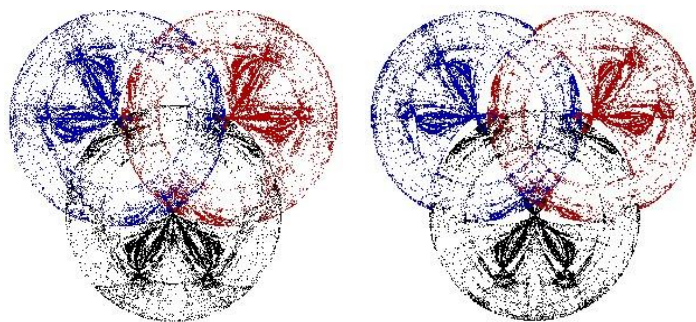
де F_o – константа поля, m – скалярний множник, r – відстань від рухомої точки до центральної сили F_{ij} , що в даний момент притягує рухому точку.

Як показано на рис. 6.1, зі збільшенням скалярного множника m від значень 0,06 до 0,15 суттєво змінюється структура аттрактора руху

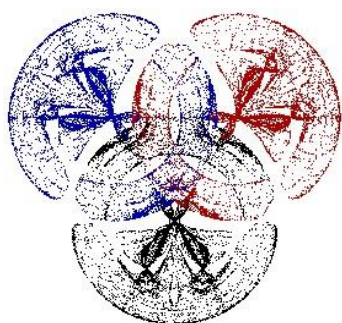
матеріальної точки в полі трьох рівновіддалених центральних сил, що імпульсно включаються випадковим чином. Так, в сильному полі (менші значення m), траєкторія матеріальної точки витісняється за межі контура $A_1A_2A_3$ точок прикладання (позначені кружечками) центральних сил F_1, F_2, F_3 . При ослабленні поля (збільшенні множника m в (6.1)) аттрактор частково розповсюджується і на внутрішню область контура $A_1A_2A_3$, прямуючи до майже ідеальних кругових орбіт з центрами в точках $A_1; A_2; A_3$, особливо при значеннях $m=0.09...0.0095$. В подальшому при $m = 0.13...0.14$ аттрактор перебудовується вздовж ліній $A_1A_2; A_2A_3; A_3A_1$ з залишками кругових траєкторій. Таким чином, вироджується ніби в три X-подібні підмножини з центрами в точках $A_1; A_2; A_3$.

На рис.36 цей же сценарій конструювання фрактальних орнаментів реалізовано на кільці $N=4$. Значення керуючих параметрів наведено в написах під рисунками.

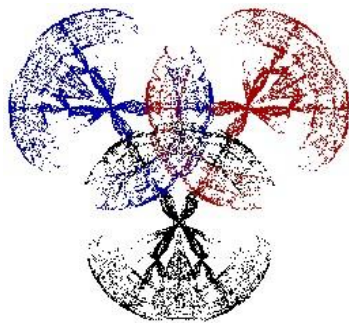




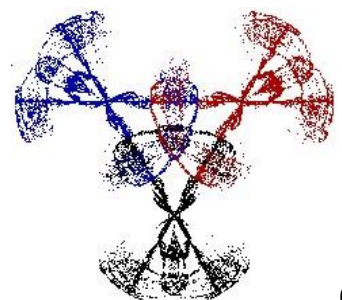
0.09



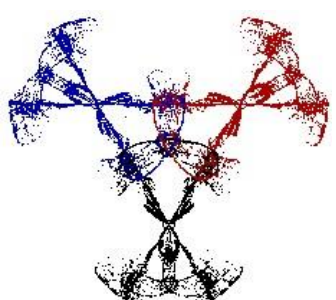
0.1



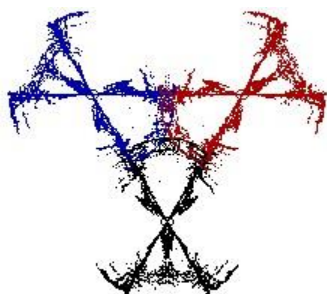
0,11



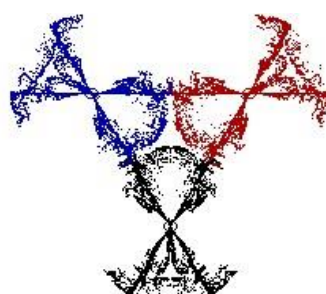
0.12



0.13



0.14



0.15

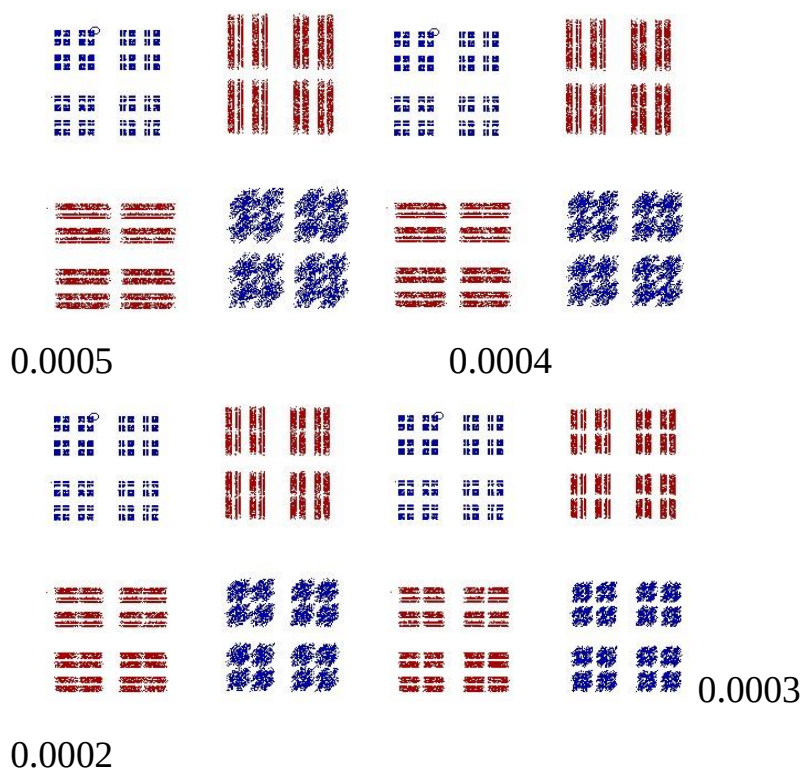
Рис. 36. Нелінійні фрактальні орнаменти на кільці $N=3$. $m=0.06\dots 0.15$

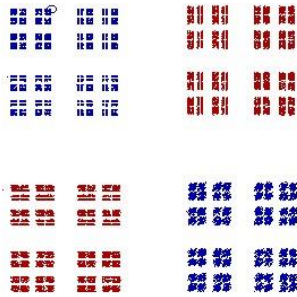
ДЕФОРМОВАНІ ФРАКТАЛЬНІ ОРНАМЕНТИ

В даному розділі показані результати моделювання фрактальних орнаментів з невеликим збуренням точок прикладання центральних сил. При цьому, реалізовано чотири різних способи цих взаємоузгоджених еволюцій:

- обертальний рух контура точок прикладання центральних сил, як цілісної конструкції, відносно заданої точки (рис. 37);
- поступальний рух контура точок прикладання центральних сил, як цілісної конструкції в заданому напрямку (рис. 38);
- малі переміщення частини точок прикладання центральних сил (рис. 39);
- малі переміщення частини точок прикладання центральних сил з одночасним управлінням прозорістю одного із бар'єрів (рис. 40-42).

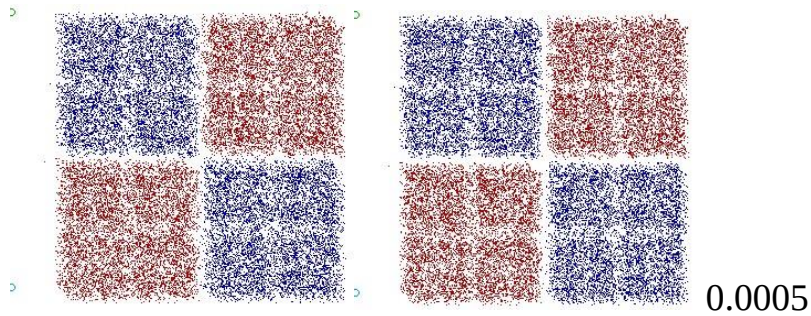
Відносна швидкість зміщення точок прикладання центральних сил за один ітераційний цикл задається параметром B .



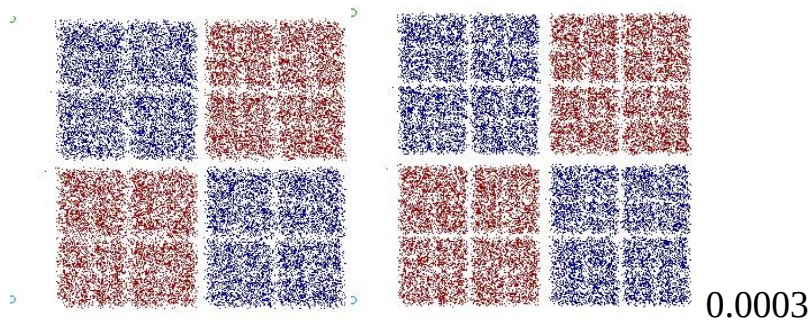


0.0001

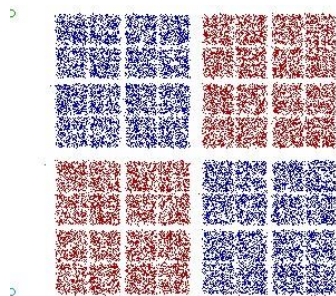
Рис. 37 Деформовані фрактальні орнаменти на решітці 2x2 з одночасним зміщенням точок прикладання центральних сил F22, F12, F21 в обертальному русі навколо точки прикладання сили F11. $m=1.6$ $B=0.0001\dots 0.0005$



0.0004



0.0002



0.0001

Рис. 38. Деформовані фрактальні орнаменти на решітці 2x2 при одночасному зміщенні точок прикладання центральних сил F11, F22, F12, F21 вздовж допоміжної діагоналі. $m=1.9$ $B=0.0001\dots 0.0005$

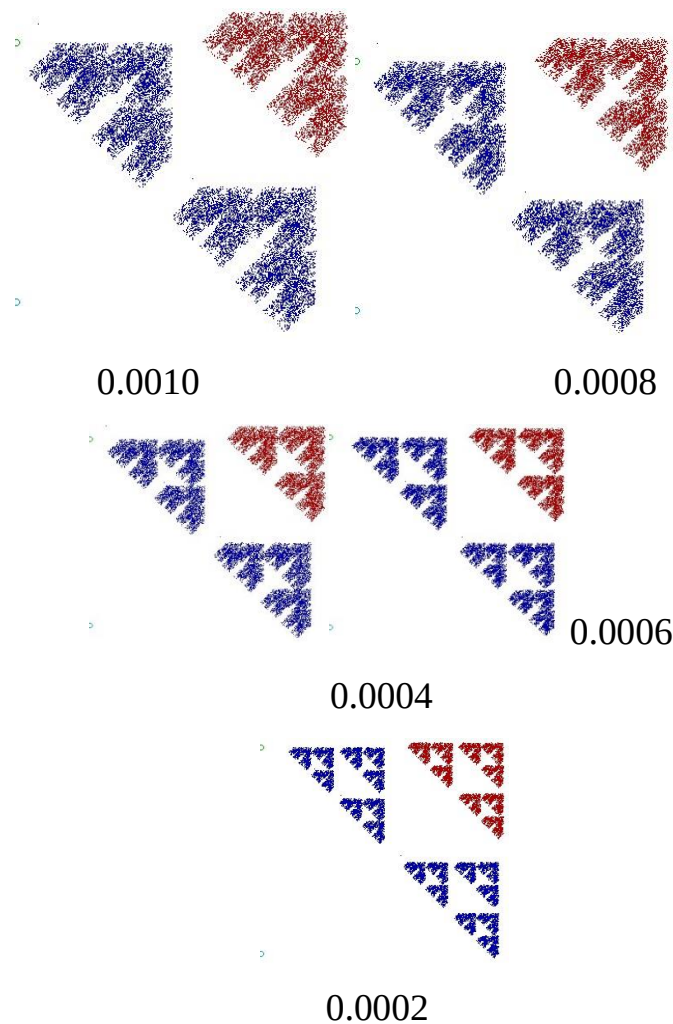
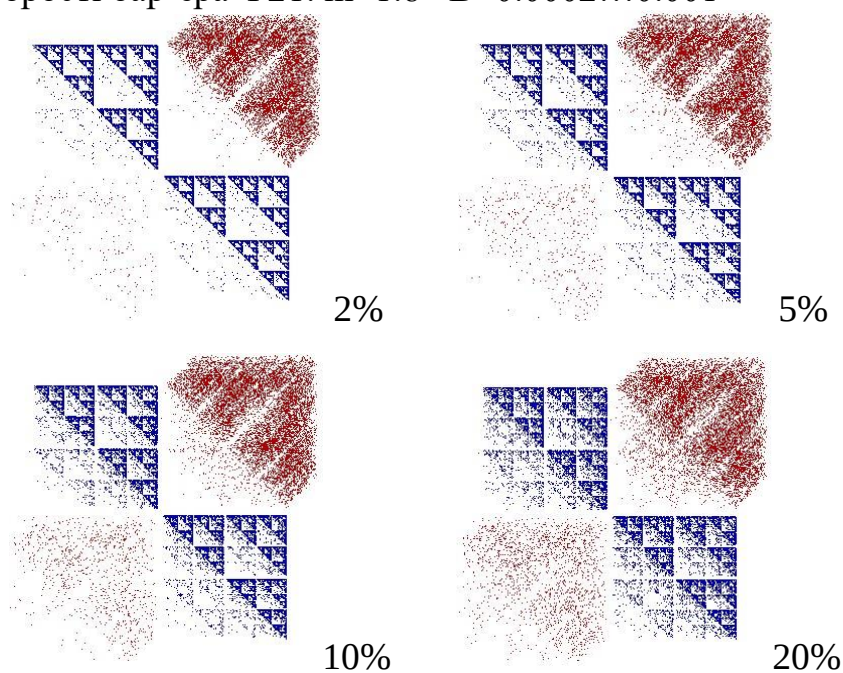


Рис. 39. Деформовані фрактальні орнаменти на решітці 2x2 при одночасному зміщенні точок прикладання центральних сил F11, F22, F12 вздовж центральної діагоналі та нульовій прозорості бар'єра F21. $m=1.8$ $B=0.0002\dots0.001$



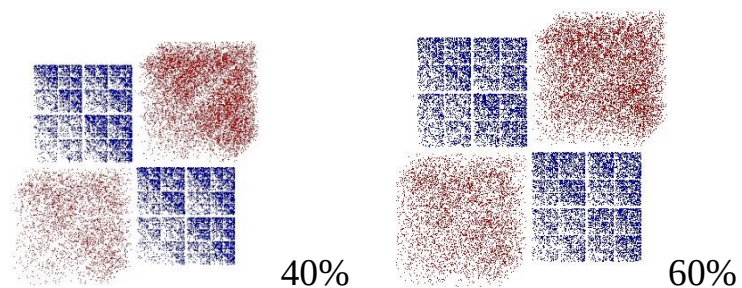
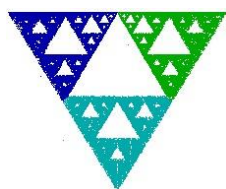
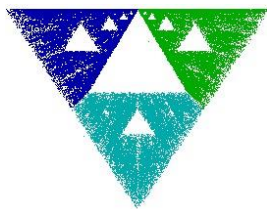


Рис. 40. Деформовано-розмиті фрактальні орнаменти на решітці 2x2 при одночасному зміщенні точок прикладання центральних сил F_{12} та F_{21} з малою швидкістю вздовж діагоналі та зміні прозорості бар'єра F_{21} в діапазоні значень 2%...60%. $m=1.95$ $B=0.0010$

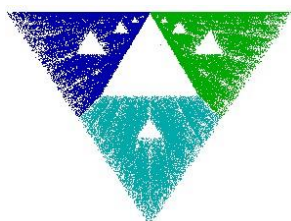
2. Симетричне та асиметричне зміщення точок прикладання центральних сил



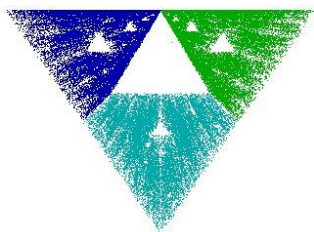
0.0002



0.0006



0.0008



0.001

Рис. 41. Розтягування аттрактора на кільці $N=3$.. $M=2$.

$B=0.0002\dots 0.001$ Точки 1 і 2 – зміщуються по горизонталі в протилежні сторони, точка 3 – вниз по вертикалі

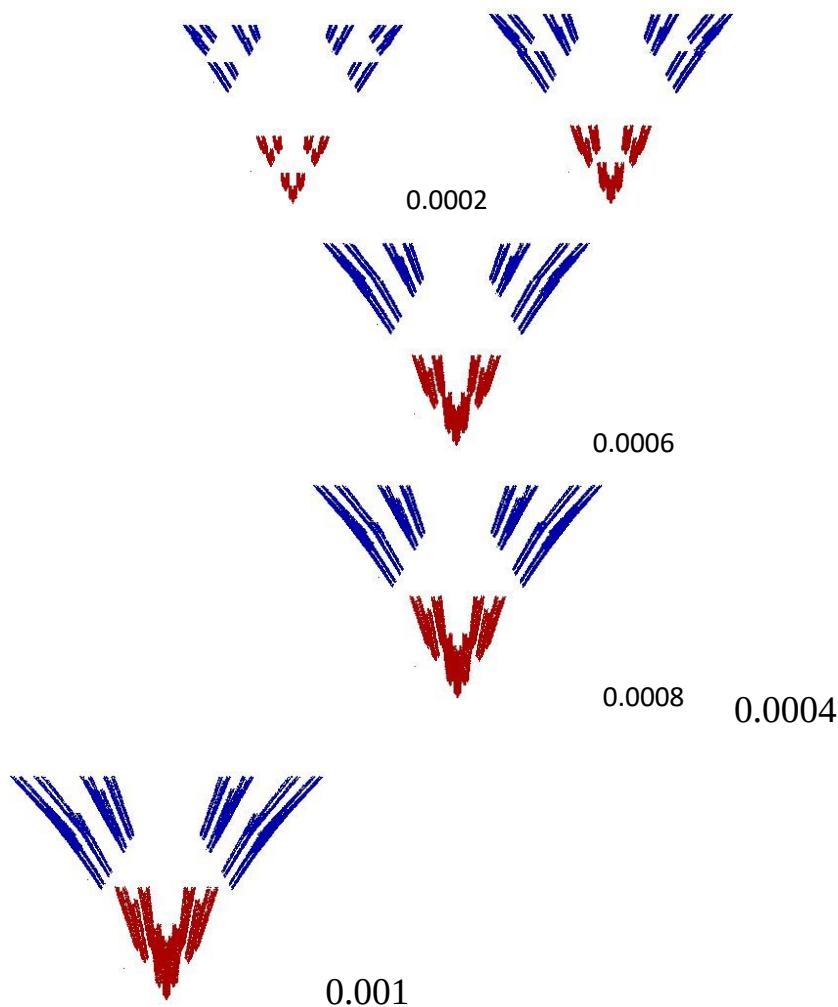


Рис.42. Деформування аттрактора на кільці $N=3$.

Точка 3 зміщається вгору. Точки 1 і 2 зміщуються вгору і по горизонталі у протилежні сторони. $M=1.5$. $B=0.0002\dots 0.001$

2.1. 3D- проектування

Як показано в попередніх розділах, картинки фрактальних орнаментів неможливо отримати методами аналітичних перетворень. І в той же час, сучасний комп'ютер на 50000–100000 ітерацій витрачає разом з візуалізацією картини на дисплеї 0,01–0,1 секунди. Тому варто використовувати комп'ютерне моделювання й теорію спільно. Адже програмування на Паскалі, С, С++, Фортрані, в середовищах Matlab, MatCAD, Mathematica достатньо доступне. Також є онлайн ресурси для побудови та експериментів з фракталами програмний продукт <http://nadin.miem.edu.ru/1111/index.html> , що є у вільному

доступі в мережі Інтернет, та дозволяє дуже оперативно конструювати і візуалізувати найрізноманітніші фрактали. Варто згадати, що сама поява перших фракталів більше 100 років тому було зустріта вороже проте лише після систематизації Бенуа Мандельброта фрактали зайняли своє місце між прикладних наук.

За допомогою навіть онлайн ресурсів та 3Д принтерів можливо створювати фрактальні конструкції різного призначення.

3D-моделі представляють 3D-об'єкт використовуючи набір точок в 3D-просторі, поєднаних між собою різноманітними геометричними об'єктами, як от трикутниками, лініями тощо [9].

Існують різні [алгоритми](#) для створення однієї і тієї ж моделі, кожна із яких має свої властивості. Усі алгоритми сьогодні поділяються на чотири категорії:

полігональне, сплайнове і NURBS моделювання. Вони можуть застосовуватися як окремо, так і комплексно.

Полігональне моделювання - це вид 3Д моделювання, в якому для визначення місцезнаходження точки необхідно було вручну вводити її координати по осях X, Y та Z. Якщо три точки координат задати як вершини і з'єднати їх ребрами, то вийде трикутник, який в 3Д моделюванні називається полігоном [7].

Полігон з трьома вершинами називається тріангульованим полігоном, а з чотирма вершинами - квадріангульованим полігоном. Кожен полігон може мати власний колір та текстуру, а об'єднавши певну кількість полігонів можна отримати модель будь-якого об'єкта. Сполучені між собою полігони утворюють полігональну сітку або полігональний об'єкт.

Для того, щоб модель мала більш округлий вигляд, необхідно, щоб полігони були різного розміру, а поверхня об'єкта складалася з маленьких площин.

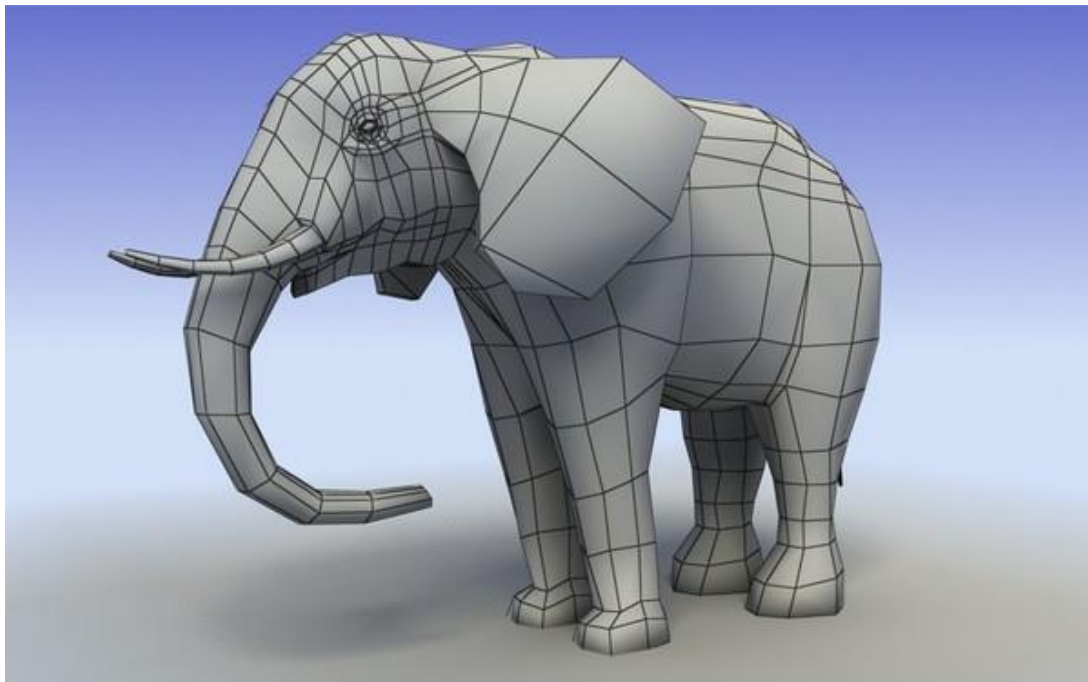


Рис.11 Приклад полігонального моделювання

Якщо потрібне високоточне моделювання об'єкта (високополігональні моделювання), або майбутньому збільшення його зображення, то необхідно будувати високополігональну модель (з великою кількістю полігонів), а для моделей об'єкта що будуть переглядатись на великій відстані досить буде невеликої кількості полігонів. Такі моделі будуть називатись нізкополігональними.

Хоч полігональне моделювання набуло широкого поширення, особливо в створенні тривимірних комп'ютерних ігор та мультиплікацій, останнім часом спостерігається перехід від полігонального моделювання до роботи зі сплайнами (моделювання сплайна).

Сплайнове моделювання(Сплайн - від англ. Spline - гнучке лекало, в 3D - це тривимірна крива) - це вид 3Д моделювання, при якому модель створюється за допомогою сплайнів. Лінії сплайнів задаються за допомогою тривимірного набору контрольних точок в просторі. За цим принципом і визначається гладкість кривої. Всі сплайни зводяться до каркасу сплайна, на основі якого вже і буде створюватися огинаюча тривимірна геометрична поверхня.

В сплайновому моделюванні використовуються примітиви сплайнів (параметричні об'єкти, що використовуються для моделювання об'єкта). До базових примітивів відносяться: лінія; дуга; спіраль; коло; еліпс; прямокутник; багатокутник; перетин та сплайновий текст.

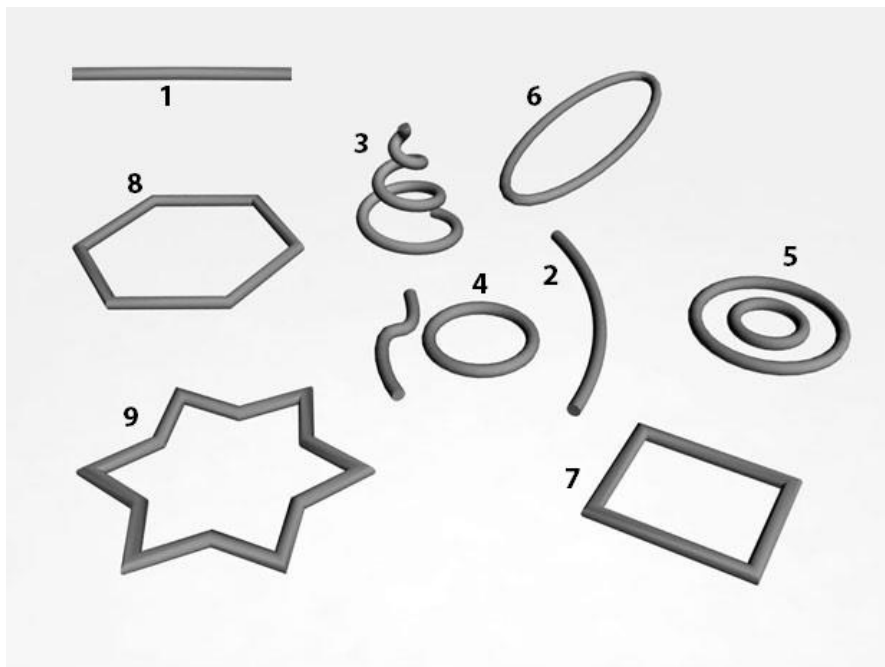


Рис. 12; Види сплайнових примітивів

В різних програмах, існують й інші більш складні об'єкти сплайнів. Перевагою об'єкту побудованого сплайнами є: можливість широкого налаштування та зміни їх форми в будь який момент часу.

NURBS моделювання (Non-Uniform Rational B-Spline) - це технологія неоднорідних раціональних В-сплайнів, створення плавних форм і моделей, у яких відсутні гострі краї, на відміну від полігональних моделей. Саме через цю особливість технології NURBS її застосовують для побудови органічних моделей і об'єктів (рослин, тварин, людей).

NURBS-криві, використовувані в даному моделюванні, бувають двох видів: **P (Point) криві** і **CV (Control Vertex) криві**. Point криві управляються вершинами, що знаходяться безпосередньо на самій лінії або об'єкті, а Control

Vertex криві управляються точками, що лежать за межами лінії або об'єкта [3].

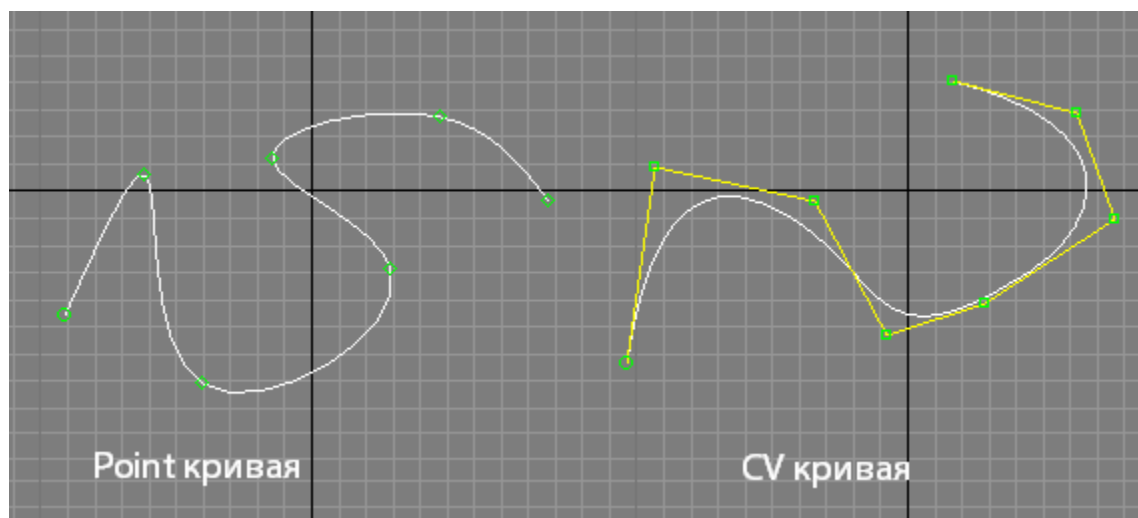


Рис. 13 Види NURBS- кривих.

Принцип 3D-друку за будь-якою існуючою технологією – створення об'ємних об'єктів із сукупності плоских шарів. Цифрова модель виробу поділяється на шари спеціальною програмою - слайсером, а принтер друкує ці шари, один на одному, складаючи їх тривимірний об'єкт. Так, з множини шарів, виходить об'ємна деталь.

Існує кілька найрозповсюдженіших технологій 3D- друку:

-Стереолітографічні технології. Стереолітографія використовує світло для "вирощування" об'єктів у ємності з фотополімерною смолою. Як і в інших технологіях 3D-друку, виріб утворюється шар за шаром, тут при затвердінні рідкого фотополімеру світлом. Від інших технологій стереолітографія відрізняється більш монолітними принтами, навіть з однаковою заданою товщиною шару.

Стереолітографія поділяється на SLA та DLP. SLA — лазерна стереолітографія, а DLP — цифрова проекція. Різниця полягає в тому, що в SLA источником света служит лазер, а в DLP — проектор.



Рис. 14 макети створені за допомогою FDM та SLA технологій, товщина шару друку моделей — 0,1 мм.

-Моделювання технологією пошарового наплавлення (FDM)- найпопулярніший і наймасовіший тип 3D-друку. Стандартний FDM-пристрій працює як термоклейовий пістолет керований роботом. Пластикова нитка, вона ж філамент, випускається в такій формі для того, щоб вона могла легко плавитися за заданої температури, але дуже швидко застигати - після охолодження всього на пару градусів. Саме це дозволяє друкувати 3D вироби зі складною геометрією з високою точністю. Процес повторюється знову і знову, доки не з'явиться готовий 3D-об'єкт.

Найпоширеніші матеріали для FDM– пластики ABS та PLA.

-технологія лазерного спікання – SLS. Технологія (SLS) передбачає використання одного або кількох для спікання частинок порошкоподібного матеріалу до утворення тривимірного фізичного об'єкта.

Для створення об'єкта апарат спрямовує лазер на шар дрібнофракційного порошку, сплавляючи частинки один з одним для формування шару виробу. Потім пристрій розсипає наступну порцію порошку на поверхню готового шару і розрівнює його, а лазер розплавляє, створюючи наступний шар виробу. Процедура повторюється, доки друк не буде завершено.

Головна перевага технології SLS-друк не вимагає створення підтримуючих структур, адже матеріалом підтримки служить навколишній модель - це дозволяє друкувати вироби будь-якої форми, з будь-якою кількістю внутрішніх

порожнин, і заповнювати ними весь робочий об'єм принтера. SLS-принтери працюють з широким спектром матеріалів, а їх принти міцніші, ніж більшість надрукованих FDM або стереолітографії.

Завдяки характеристикам міцності, надруковані на SLS-принтерах деталі можуть використовуватися в практичних цілях, а не тільки як прототипи і декоративні елементи..

На сьогоднішній день, метод пошарового наплавлення наплавлення (FDM) є найбільш популярним і широко використовується в промисловості.

Основними перевагами даного методу є:

- використання якісних і недорогих матеріалів;
- проста техніка експлуатації;
- екологічність використовуваних матеріалів.

Реалізують 3D-моделі алгоритмів в життя допоможуть 3D-принтери. Ця технологія досить нова, але вже набула широкого застосування в багатьох сферах життя. На даний момент існує величезна кількість моделей, які працюють на основі широкого діапазону матеріалів. Ще в 2000 році 3D-принтери могли працювати тільки з пластиком ABS. А сьогодні спектр матеріалів розширився до декількох сотень матеріалів. Саме за допомогою 3D- моделювання та сучасних принтерів можна в повній мірі реалізувати в життя безліч варіантів виробів з використанням перкуляційно-фрактальних матеріалів

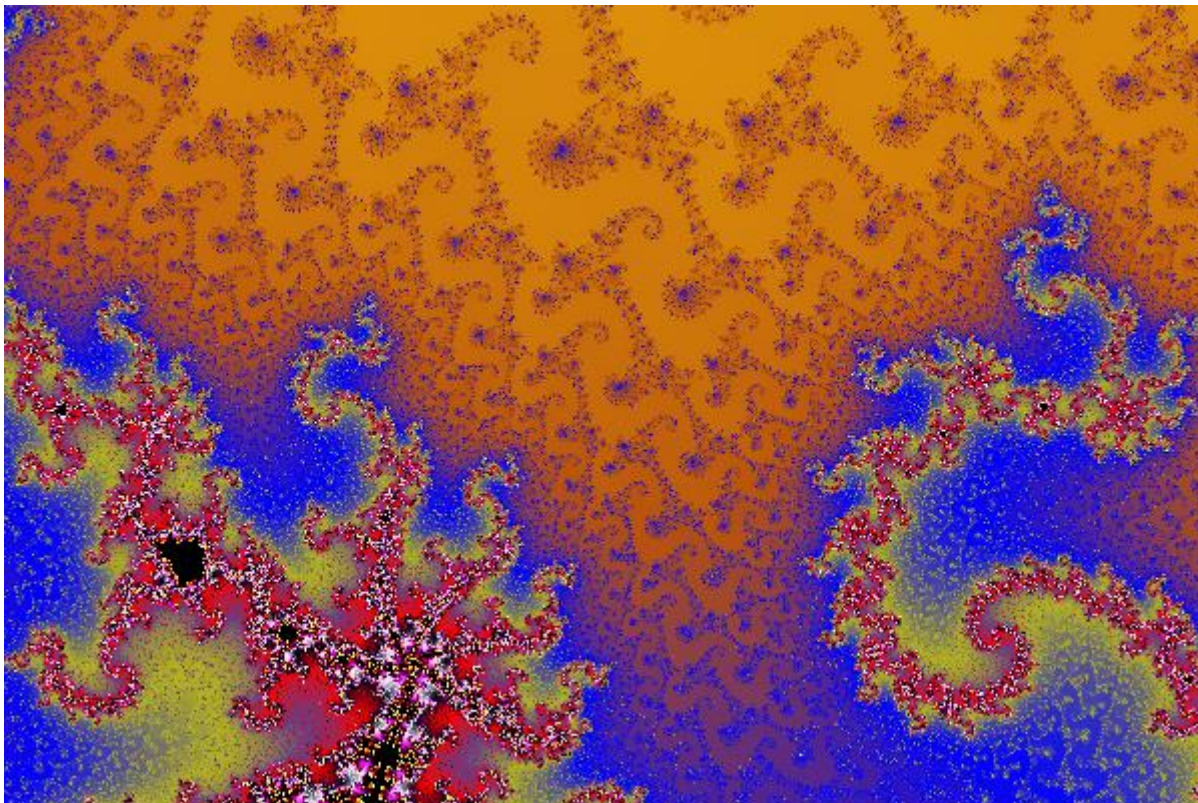


Рис. 43 приклад створення фрактальних орнаментів за допомогою онлайн ресурсів

Висновки до 2 розділу

В данному розділі було показано 8 нових класів конструювання та генерування фрактальних (самоподібних) структур у полі випадково-імпульсного притягіння N центральними силами (кільця, неповні кільця, решітки, розмиті структури, мультифрактали, нерівномірні решітки, слаборухомі N -сили, перколюючі взаємопроникаючі фрактали). Всі ці фрактали створюються комп'ютером миттєво з подальшою можливістю реалізувати в 3D. Реалізують 3D-моделі алгоритмів в життя допоможуть 3D-принтери. Ця технологія досить нова, але вже набула широкого застосування в багатьох сферах життя. На даний момент існує величезна кількість моделей, які працюють на основі широкого діапазону матеріалів. Ще в 2000 році 3D-принтери могли працювати тільки з пластиком ABS. А сьогодні спектр матеріалів розширився до декількох сотень матеріалів. Саме за допомогою 3D-моделювання та сучасних принтерів можна в повній мірі реалізувати в життя безліч варіантів виробів з використанням перкуляційно-фрактальних матеріалів

Розділ 3

Використання фрактальних матеріалів

У наші дні теорія фракталів знаходить широке застосування у різних галузях людської діяльності. Крім фрактального живопису, фрактали використовуються в теорії інформації для стиснення графічних даних (тут в основному застосовується властивість самоподібності фракталів - адже щоб запам'ятати невеликий фрагмент малюнка і перетворення, за допомогою яких можна отримати інші частини, потрібно набагато менше пам'яті, ніж для зберігання всього файлу). Додаючи до формул, що задають фрактал, випадкові обурення, можна отримати стохастичні фрактали, які дуже правдоподібно передають деякі реальні об'єкти — елементи рельєфу, поверхню водойм, деякі рослини, що з успіхом застосовується у фізиці, географії та комп'ютерній графіці для досягнення більшої подібності предметів, що моделюються. справжніми. У радіoeлектроніці протягом останнього десятиліття почали випускати антени, що мають фрактальну форму. Займаючи мало місця, вони забезпечують цілком якісний прийом сигналу. А економісти використовують фрактали для опису кривих коливань курсів валют (ця властивість була відкрита Мандельбротом понад 30 років тому).

Застосовувати фрактальні матеріали та орнаменти, що створені за допомогою комп'ютера можна в наступному:

- аплікації;
- випалювання по дереву;
- вишиванки;
- оздоблення виробів із тканин та шкіри;
- орнаменти на кераміці та природному камені;
- оздоблення стін та стель будівель;
- рамки для фото;
- різблення по дереву і кістці;
- живопис комп'ютерний;
- гравіювання по металу

- відео-заставки;
- дитячі іграшки;
- Фрактальне стиснення веб інформації

В своїй роботі я розгляну кілька прикладів використання фрактальних орнаментів.

3.1. Використання в дизайні

Наразі комп'ютер може згенерувати від 10^{40} до 10^{50} оригінальних фрактальних несхожих (ексклюзивних!) орнаментів, що мають дизайнерське значення: для оздоблення тканини, металу, дерева, граніту, шкіри, вишивання, гаптування, 3D-моделей сувенірів з будь-яким поєднанням кольорів, фонів, масштабних перетворень тощо. Форми орнаментів можуть бути 2 і більше вершини правильних та неправильних кілець, решіток, розмитих кілець та решіток, а також мультифрактальних, із заповненою серединою чи порожньою, випуклих або ввігнутих, з будь-якою формою зовнішнього контуру, що потім як мінімум легко спостерігається на трьох-чотирьох масштабних рівнях фрактального орнаменту [15]. Можливості фракталів можуть задовольнити будь-яку дизайнерську думку. Можна застосувати згенеровані візерунки для вишивання вишиванок або для оздоблення фасадів будівель.

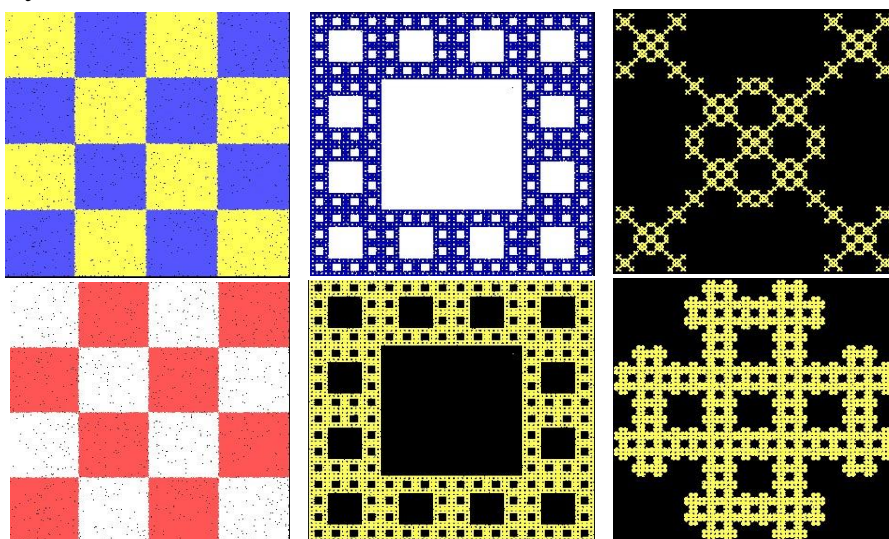


Рис. 44. Підбірка сконструюваних фрактальних орнаментів
(решітка 4x4, екрановано 25% 50% Fij)

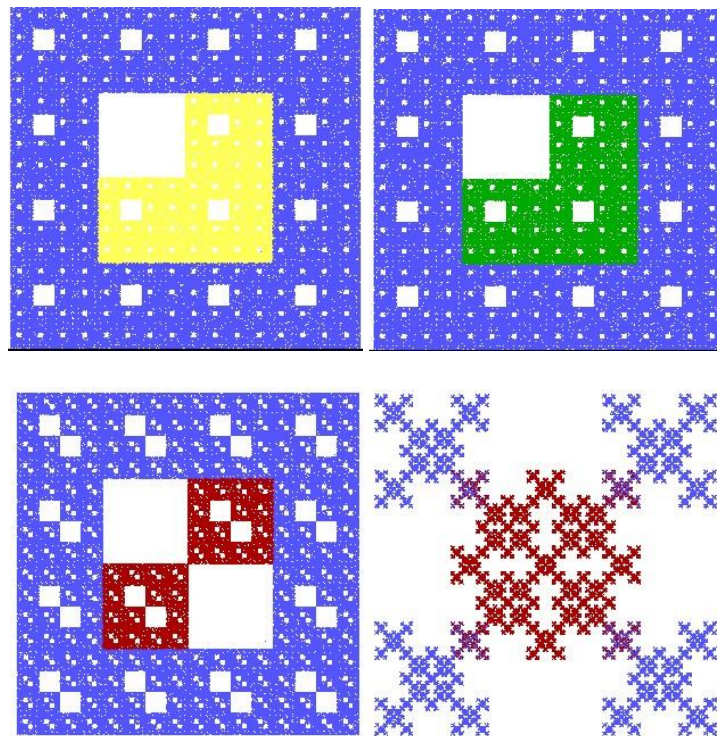


Рис. 45. Фрактальні орнаменти на решітці 4x4:

а) – фрактальне «змішування» двох кольорів, б, в) – фрактальні
перетворення без зміни масштабу

3.2. Використання в матеріалознавстві

Алгоритми дослідження аттракторів руху матеріальної точки в полі N центральних сил дозволяють побудувати багаторівневі фрактальні структури, що «проростають» одна в одну. Моделювання цих процесів може принести користь сучасному матеріалознавству, фізиці рідин, газів та сипучих середовищ.

Для прикладу на рисунку 47 продемонстровано активне застосування фрактального аналізу в сучасному матеріалознавстві при аналізі дислокаційних структур, при кількісному аналізі фрактальних агрегатів, осадженні на підкладки 48.

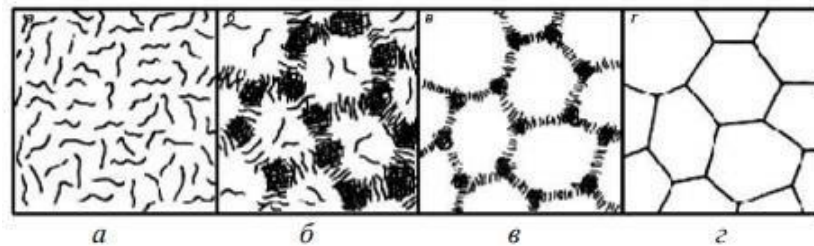


Рис. 47 Перебудова однорідної дислокаційної структури в чарункову:

а) хаотичний розподіл дислокацій; б–в) утворення

дислокаційних клубків та нещільних стінок; г) чарункова структура



[36]

Рис48. Фрактальні агрегати K_2HPO_4 , отримані при осадженні

на кремнієву підкладку. $D=1,72 \pm 0,01$

3.3. Використання в конструюванні шумо- та теплоізоляційних матеріалах

Розрізняють два основні види шуму: повітряний та структурний. Середовищем поширення першого служить повітря, другого – тверде тіло. До повітряного шуму відноситься, наприклад, розмова людей у сусідній кімнаті або телевізор. Структурний шум може викликати пересування по підлозі меблі або стукіт молотка. Останній, до речі, відноситься до найбільш неприємного його вигляду

- ударного, який можна почути, знаходячись навіть на значній відстані від джерела (удари по батареї центрального опалення на першому поверсі будинку, напевно, почують мешканці на сьомому).

Якщо повітряний шум переважає в офісах, то у виробничих приміщеннях набагато більшою проблемою є структурний та ударний види. Для житлових приміщень, враховуючи найвищі вимоги до рівня звукоізоляції з боку законодавства, актуальний захист від усіх видів шуму: і гучної музики у сусідів, і стукоту дверей ліфта, що закриваються.

На мою думку, матеріали, що будуть побудовані за фрактальним принципом можуть стати відкриттям в царині шумо та віброізолювання. Зобробляючи візерунки та тестуючи їх на комп'ютерному обладнанні можна створити абсолютно нові панелі та матеріали. Для прикладу можна взяти серветку серпинського чи множину Мандельброта. Стінки заповнити матеріалом ізоляційним, а порожнини залишити пустими. Звуки та вібрації будуть гаситись краще тому, що буде більша площа поверхні листа матеріалу за рахунок спеціальних вирізів

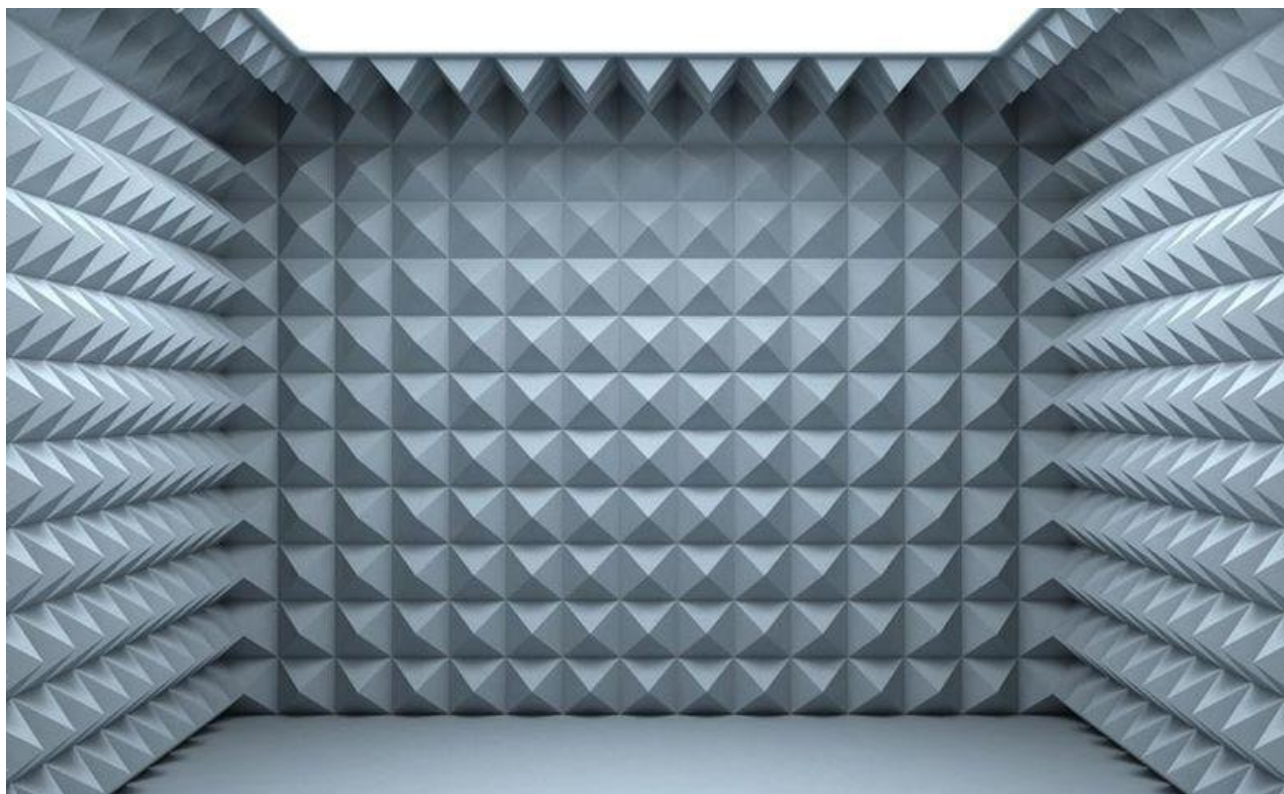


Рис 49 Звукопоглинаючі поверхні

Висновки до розділу 3

Застосування фракталів в наведених прикладах показує актуальність завдання подальшого розвитку фрактального аналізу, розширення класів модельованих моно- й мультифракталів, можливість створення їх фізичних образів (набір твердотільних моделей фракталів) та подальше дослідження методами гідро- аеро- електродинаміки, дослідження характеристик пружності та міцності, тепло- шумо-, звукоізоляції, і найголовніше – візуалізації в навчальному процесі краси фракталів та спроби розв’язку оберненої задачі фрактальної геометрії – створення фрактальних структур під задані задачі. В розділі було продемонстровано використання фракталів в дизайні, матеріалознавстві та конструюванні шумо та віброізоляційних матеріалах.

Дизайнери можуть знайти в фрактальних візерунках нові й ексклюзивні рисунки та застосувати не тільки в одязі, а і оздобленні посуду, меблів, або навіть фасадів будівель.

В матеріалознавстві фрактали можуть допомогти як в аналізі наявних матеріалів, так і створення нових за допомогою різноманіття форм та способів утворення.

Для робіт з шумо та віброізоляційних матеріалами фрактали можуть запропонувати створення нового поповління матеріалів, що зможуть втримувати шум при відносно невеликих габаритах.

Все це та багато інших можливостей мають в собі фрактальні множини й можуть бути застосованні в будь-якій царині

Висновки

В данній роботі була продемонстрована глибинна наука про фрактально-перколяційні матеріали. Аналізуючи її, можна дійти висновку, що за допомогою сучасних технологій, 3D-друку та напрацювань Кантора, Серпинського, Барнслі та професора Грабара можна створювати нові матеріали, інженерні рішення та орнаменти, що можуть мати прикладне значення із фрактальних матеріалів. Перспективність таких конструкцій важко переоцінити! Більш того, маючи сучасне комп'ютерне забезпечення можна задавати наперед властивості та досліджувати їх в щойно створеним матеріалам, які можуть бути застосовані як і в дизайні, так і в розробці новітніх шумо- вібро- та тепло матеріалів, зуміти використовувати вже наявні матеріали збільшуючи їхню міцність та зменшуючи вагу. Для цього потрібно більш глибоко дослідити та спочатку на експериментальному, а потім й на промисловому рівні втілювати в життя всі можливості перколяційно-фрактальних матеріалів.

Література

1. Грабар І. Г. Фрактальні орнаменти: конструювання, властивості, 3D-продукування : монографія / І. Г. Грабар, О. І. Грабар. – Житомир : Поліс. нац. ун-т, 2020 . Т. 1 : Комп'ютерне моделювання фрактальних орнаментів. – 2020. – 307 с.
2. Перколяційні матеріали: властивості, технології, застосування : монографія / І. Г. Грабар, О. І. Грабар, О. А. Гутніченко, Ю. О. Кубрак. – Житомир : ЖДТУ, 2007. – 354 с.
3. Грабар І. Г. Комп'ютерне моделювання фрактальних множин / І. Г. Грабар, А. С. Левик // Інформаційні системи та комп'ютерно-інтегровані технології: ідеї, проблеми, рішення – 2021 : матеріали І міжнар. наук.-практ. конф. ІС та КІТ – 2021, 3–4 черв. 2021 р. – Житомир : Поліський нац. ун-т, 2021. – С. 81–84.
4. Грабар І. Г. Теоретико-ймовірнісне моделювання механічних властивостей деформованих перколяційних середовищ / І. Г. Грабар, О. І. Грабар // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 15. – С. 3–7.
5. Грабар І. Г. Самоподібність в закономірностях жорсткості та пружності фрактальних та фрактально-перколяційних систем // Вісник ЖІТІ. – 1996. – № 3. – С. 38–44.
6. Федер Е. Фрактали: Пер с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
7. Мельнічук Ю. О. Застосування мультифрактального аналізу для оцінки структур твердих сплавів та їх зносостійкості / Ю. О. Мельныйчук // Вісник ЖДТУ. Сер. Тех. науки. – 2010. – №1 (52). – С. 31–37.
Плечистий Д. Є. Датчики : навч. посіб. / Д. Є. Плечистий. – Житомир : ЖІТІ, 2001. – 354 с.
8. Грабар І. Г. Моделювання граничних станів в динаміці систем живої і неживої природи / І. Г. Грабар, О. І. Грабар // Наукові горизонти. – 2020. – № 3 (88). – С. 59–73.
9. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. 2002. – 652 с. - <https://coollib.com/b/423957>

10. Грабар І. Г. Вплив стаціонарного та збуреного стану поля центральних сил на фрактальні характеристики аттрактора / І. Г. Грабар, О. І. Грабар // Наукові горизонти. – 2020. – Т. 23, № 11. – С. 39–52. 5.
11. Новейшие методы обработки изображений / А. А. Потапов, Ю. В. Гуляев, С. А. Никитов [и др]. ; под ред. А. А. Потапова. – М.: Физматлит, 2008.
12. Штофель О. О. Застосування методу фрактального аналізу до вивчення структури металу / О. О. Штофель // Металознавство та обробка металів. –2019. – Т. 91, № 3. – С. 40–46.
13. Кубрак Ю. О. Critical concentration and its importance for building percolation tenzoperetvoryuvachiv linear deformations / Ю. О. Кубрак, Грабар О. І. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2012. – Т. 1. – № 10 (49). – С. 20–23.
14. Грабар І. Г. Інноваційні технології конструювання та продукування перколяційно-фрактальних матеріалів / І. Г. Грабар // Інновації у вищій аграрній освіті та сталий розвиток сільського господарства Польщі та України : електронний збірник наукових есе учасників наукового стажування (17.05.2021 – 25.06.2021). – Краків, 2021. – С. 62–69.
15. Грабар І. Г. Комп'ютерне моделювання фрактальних множин / І. Г. Грабар, А. С. Левик // Інформаційні системи та комп'ютерно-інтегровані технології: ідеї, проблеми, рішення – 2021 : матеріали І міжнар. наук.-практ. конф. ІС та КІТ – 2021, 3–4 черв. 2021 р. – Житомир : Поліський нац. ун–т, 2021. – С. 81–84.