

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ПОЛІСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ, ОБЛІКУ ТА ФІНАНСІВ

Кафедра комп'ютерних технологій і моделювання систем

Кваліфікаційна робота  
на правах рукопису

Миненко Ірина Олегівна  
(прізвище, ім'я, по батькові здобувача освіти)

УДК 004.822:629.78

## КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

Розроблення і дослідження мережевої моделі знань в сфері космічної  
термінології на основі кривої забування

---

(тема роботи)

122 Комп'ютерні науки

---

(шифр і назва спеціальності)

Подається на здобуття освітнього ступеня магістр

кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання  
ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело  
Миненко І. О.

(підпис, ініціали та прізвище здобувача вищої освіти)

Керівник роботи

Веретюк С. М.

(прізвище, ім'я, по батькові)

К.Т.Н.

(науковий ступінь, вчене звання)

Житомир – 2025

**Висновок кафедри комп'ютерних технологій і моделювання систем:**

за результатами попереднього захисту: \_\_\_\_\_

Протокол засідання кафедри комп'ютерних технологій і моделювання систем

№ \_\_\_\_\_ від « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри комп'ютерних технологій і моделювання системк.п.н., доцент

(науковий ступінь, вчене звання)

\_\_\_\_\_

(підпис)

М. О. Ковальчук

(прізвище, ім'я, по батькові)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Результати захисту кваліфікаційної роботи**Здобувач вищої освіти Миненко Ірина Олегівна захистив (ла)

(прізвище, ім'я, по батькові)

кваліфікаційну роботу з оцінкою:

сума балів за 100-бальною шкалою \_\_\_\_\_

за шкалою ECTS \_\_\_\_\_

за національною шкалою \_\_\_\_\_

Секретар ЕК

лаборант кафедри

(науковий ступінь, вчене звання)

\_\_\_\_\_

(підпис)

В. В. Корольчук

(прізвище, ім'я, по батькові)

## АНОТАЦІЯ

*Миненко І. О. Розроблення і дослідження мережевої моделі знань в сфері космічної термінології на основі кривої забування. – Кваліфікаційна робота на правах рукопису.*

Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня магістр за спеціальністю 122 – Комп'ютерні науки. – Поліський національний університет, Житомир, 2025.

**Обсяг кваліфікаційної роботи:** 59 сторінок (6 – рисунків, 0 – таблиць, 6 – додатків, 49 – джерел)

**Ключові слова:** *астрономія, веб-система, інтервальне повторення, космічна термінологія, крива забування Еббінгауза, мережева модель знань, навчальні технології.*

Кваліфікаційна робота присвячена створенню системи адаптивного навчання космічної термінології з використанням математичного моделювання процесу забування знань на основі WEB технологій. У роботі проаналізовано особливості засвоєння термінів та використано криву забування Еббінгауза для опису динаміки зниження рівня знань. Система реалізує подання навчальних матеріалів, тестування та автоматичне оновлення рівня засвоєння R із візуалізацією у вигляді графа знань. Розробку здійснено засобами HTML, CSS, JavaScript і PHP з базою даних MySQL. Експеримент із учнями старших класів показав, що використання системи сприяє більш рівномірному засвоєнню матеріалу та підвищенню якості знань. Практичне значення роботи полягає у можливості застосування системи для вивчення термінологічних дисциплін у дистанційному та змішаному навчанні.

## SUMMARY

*Mynenko I. O. Development and research of a network model of knowledge in the field of space terminology based on the forgetting curve. – Qualification work in the form of a manuscript.*

Qualification work for the degree of Master in specialty 122 – Computer Science. – Polesie National University, Zhytomyr, 2025.

**The volume of the work:** 59 pages (6 – figures, 0 – tables, 6 – appendices, 49 – sources)

**Key words:** *astronomy, web system, interval repetition, space terminology, Ebbinghaus forgetting curve, network model of knowledge, educational technologies.*

The qualification work is devoted to the creation of an adaptive learning system for space terminology using mathematical modeling of the process of forgetting knowledge based on WEB technologies. The work analyzes the features of learning terms and uses the Ebbinghaus forgetting curve to describe the dynamics of the decline in knowledge. The system implements the presentation of educational materials, testing and automatic updating of the level of learning R with visualization in the form of a knowledge graph. The development was carried out using HTML, CSS, JavaScript and PHP with a MySQL database. An experiment with high school students showed that using the system contributes to a more uniform learning of the material and an increase in the quality of knowledge. The practical significance of the work lies in the possibility of using the system for studying terminological disciplines in distance and blended learning.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП .....	6
1.1 Аналіз предметної області та особливостей засвоєння космічної термінології.....	10
1.2 Огляд теоретичних основ кривої забування Еббінгауза .....	15
1.3 Аналіз мережевих моделей знань та їх застосування в освітніх системах ....	18
Висновки до першого розділу.....	21
<b>РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ ЗНАНЬ НА ОСНОВІ КРИВОЇ ЗАБУВАННЯ .....</b>	<b>23</b>
2.1 Інтеграція математичної моделі кривої забування у мережеву структуру знань.....	23
2.2 Алгоритм роботи системи.....	26
Висновки до другого розділу .....	28
<b>РОЗДІЛ 3. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ.....</b>	<b>29</b>
3.1 Вибір веб-технологій та обґрунтування їх використання.....	29
3.2 Реалізація інтерфейсу .....	30
3.3 Реалізація модулів .....	31
3.4 Аналіз результатів.....	37
Висновки до третього розділу.....	39
ВИСНОВКИ.....	41
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	42
ДОДАТКИ.....	48

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

R – рівень засвоєння терміну

t – час від останнього повторення

$\lambda$  – коефіцієнт швидкості забування

G(V, E) – граф знань (вузли V, зв'язки E)

API – Application Programming Interface

UI – User Interface

UX – User Experience

HTML/CSS/JS – веб-технології

STEM – Science, Technology, Engineering, Mathematics

## ВСТУП

У сучасному освітньому середовищі спостерігається стрімке зростання обсягів інформації, яку мають засвоїти учні, особливо у природничо-наукових дисциплінах. Астрономія, як фундаментальна наука, оперує великою кількістю спеціалізованих термінів, які є складними для запам'ятовування та швидко забуваються без систематичного повторення. Результати досліджень, зокрема міжнародного оцінювання PISA-2022, свідчать про недостатній рівень сформованості природничої компетентності старшокласників, що частково зумовлено відсутністю персоналізованих інструментів для роботи з термінологією та браком ефективних методів її закріплення [1].

Класичні методи навчання не враховують закономірності людської пам'яті, зокрема криву забування Еббінгауза, що призводить до втрати понад 60% нового матеріалу вже протягом першої доби без повторення. У той же час сучасні педагогічні та ІТ-підходи передбачають використання адаптивних моделей навчання, побудованих на індивідуальній динаміці засвоєння знань. Особливо перспективними є мережеві моделі знань, які дозволяють відображати зв'язки між термінами й автоматично оновлювати рівень їх засвоєння.

Таким чином, проблема підвищення ефективності засвоєння космічної термінології та створення адаптивних, інтелектуальних інструментів навчання є актуальною як для науки, так і для освітньої практики [2].

**Мета дослідження:** Розробити та дослідити мережеву модель знань у сфері космічної термінології, інтегровану з математичною моделлю кривої забування Еббінгауза, а також створити веб-систему, яка забезпечує адаптивне навчання та індивідуальну траєкторію повторення термінів.

**Завдання дослідження:**

- Проаналізувати предметну область та особливості засвоєння космічної термінології.
- Дослідити теоретичні основи кривої забування Еббінгауза та методи інтервального повторення.
- Обґрунтувати застосування мережевих моделей знань у навчальних системах.
- Розробити математичну модель процесу забування для обчислення рівня знань терміну.
- Інтегрувати математичну модель у структуру графа знань та побудувати алгоритм оновлення його параметрів.
- Реалізувати веб-систему з навчальними модулями, тестуванням та інтерактивною картою знань.
- Провести експериментальне дослідження та оцінити ефективність застосування моделі на практиці.

**Об'єкт дослідження:** Процес формування, засвоєння та забування термінології в умовах навчального середовища.

**Предмет дослідження:** Математичні, алгоритмічні та інформаційні моделі представлення знань.

**Огляд сучасного стану проблеми**

Процес засвоєння навчальних термінів часто характеризується фрагментарністю, нерівномірністю та швидким забуванням матеріалу. Особливо це проявляється у предметах з великою кількістю спеціалізованої термінології, таких як астрономія, де поняття є взаємопов'язаними та залежать одне від одного.

Наявні підходи до перевірки знань, зокрема тестування у школі або через електронні ресурси, зазвичай фіксують результат у момент виконання, але не враховують, як знання змінюються з часом. Через це не відстежується поступове зниження рівня засвоєння, а поняття, які давно не повторювалися, залишаються непоміченими.

Також у навчальній практиці мало відображено логічні та змістові взаємозв'язки між термінами, хоча саме вони впливають на розуміння складніших тем. Це призводить до ситуацій, коли учень може правильно відтворити визначення, але не здатний застосувати його у контексті інших понять. Таким чином, проблема підтримки та контролю рівня засвоєння термінологічних знань із часом залишається актуальною та потребує дослідження [3].

#### **Методи та інструменти дослідження:**

- методи математичного моделювання;
- теорія графів та мережевий аналіз;
- методи обробки даних та чисельного аналізу;
- алгоритми інтервального повторення;
- експериментальні методи оцінювання рівня знань учнів;
- програмні засоби Python, HTML/CSS/JS.

**Наукова новизна:** Удосконалено комплексну модель, що поєднує мережеву модель знань із математичною моделлю кривої забування- модель забезпечує адаптивне оновлення рівня засвоєння термінів у реальному часі, інтегрує результати тестування у модифікацію графа знань, пропонує підхід до

формування індивідуальної траєкторії навчання у сфері специфічної (астрономічної) термінології.

**Теоретичне значення:** Результати дослідження поглиблюють уявлення про механізми інтеграції когнітивних моделей пам'яті в мережеві структури знань; можливості адаптивного навчання у природничих дисциплінах; застосування графів знань як інструмент оптимізації повторення матеріалу.

**Практичне значення:** Розроблена веб-система може бути використана в закладах освіти під час вивчення астрономії, у системах позашкільної освіти, для самостійної підготовки учнів, в створенні подібних систем для інших предметів (фізика, біологія, історія), як платформа для подальших ІТ-досліджень у сфері адаптивного навчання.

## **РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ ЗНАНЬ**

### **1.1 Аналіз предметної області та особливостей засвоєння космічної термінології**

Астрономія як шкільна дисципліна має свою специфіку, яка полягає у великій кількості абстрактних понять, термінів та міжпредметних зв'язків. Програма МОН для 10–11 класів включає теми, що охоплюють будову Всесвіту, зорі, галактики, координатні системи, рух небесних тіл, методи астрономічних досліджень та інші аспекти, які формують комплексну структуру наукових знань. Значна частина цих понять є термінологічно насиченою та вимагає системного підходу до засвоєння [4].

Космічна термінологія характеризується високим рівнем взаємозв'язку між поняттями. Наприклад, терміни «екліптика», «схилення», «пряме піднесення», «зоряна доба», «апогей», «сузір'я», «галактика», «паралакс» – пов'язані тематичними, логічними та причинно-наслідковими зв'язками. Вони не існують окремо, і правильне розуміння одного поняття часто неможливе без знання іншого. У цьому полягає ключова особливість предметної області: знання має мережеву природу [5].

У традиційній практиці навчання астрономії терміни зазвичай подаються у форматі визначень або параграфів, що не відображає реальної структури предметної області. Як наслідок, учні запам'ятовують інформацію фрагментарно, без усвідомлення системних зв'язків. Це призводить до помилок у тестових завданнях, складності в застосуванні знань і швидкого забування матеріалу [6].

Ще однією проблемою є швидке згасання пам'яті. Відомо, що вже через 20 хвилин після засвоєння нового матеріалу людина забуває значну частину

інформації, а через добу рівень збережених знань падає до 34%. Навіть за умови хорошого первинного розуміння матеріалу, без повторення він не переходить у довготривалу пам'ять. Це особливо критично для дисциплін із великою кількістю термінів [7].

Для оцінювання рівня обізнаності учнів з космічної тематики було проведено опитування серед учнів 11-х класів закладів загальної середньої освіти м. Житомира. Дослідження здійснювалось у межах підготовки до магістерської роботи та мало на меті визначити вихідний рівень сформованості знань і виявити типові труднощі в засвоєнні термінологічного матеріалу з астрономії.

Опитування проводилося у жовтні 2024 року. Спільно з вчителем фізики та астрономії було узгоджено зміст завдань та критерії оцінювання. У дослідженні взяли участь 30 учнів 11-х класів із трьох шкіл міста (по 10 осіб у кожній).

Для оцінювання використовувалася 12-бальна система МОН України (див. рис. А.1, додаток А), що передбачає чотири рівні навчальних досягнень:

- початковий (1–3 бали) – знання фрагментарні, терміни часто плутаються;
- середній (4–6 балів) – учень відтворює основні поняття, але з помилками у зв'язках;
- достатній (7–9 балів) – терміни знає, але не завжди може пояснити закономірності;
- високий (10–12 балів) – учень розуміє взаємозв'язки, може застосовувати знання на практиці.

Результати опитування (рис. 1.1) показали, що:

- 53% учнів продемонстрували середній рівень знань;
- 30% – початковий;

- лише 17% досягли достатнього рівня, а високий не показав жоден учень.

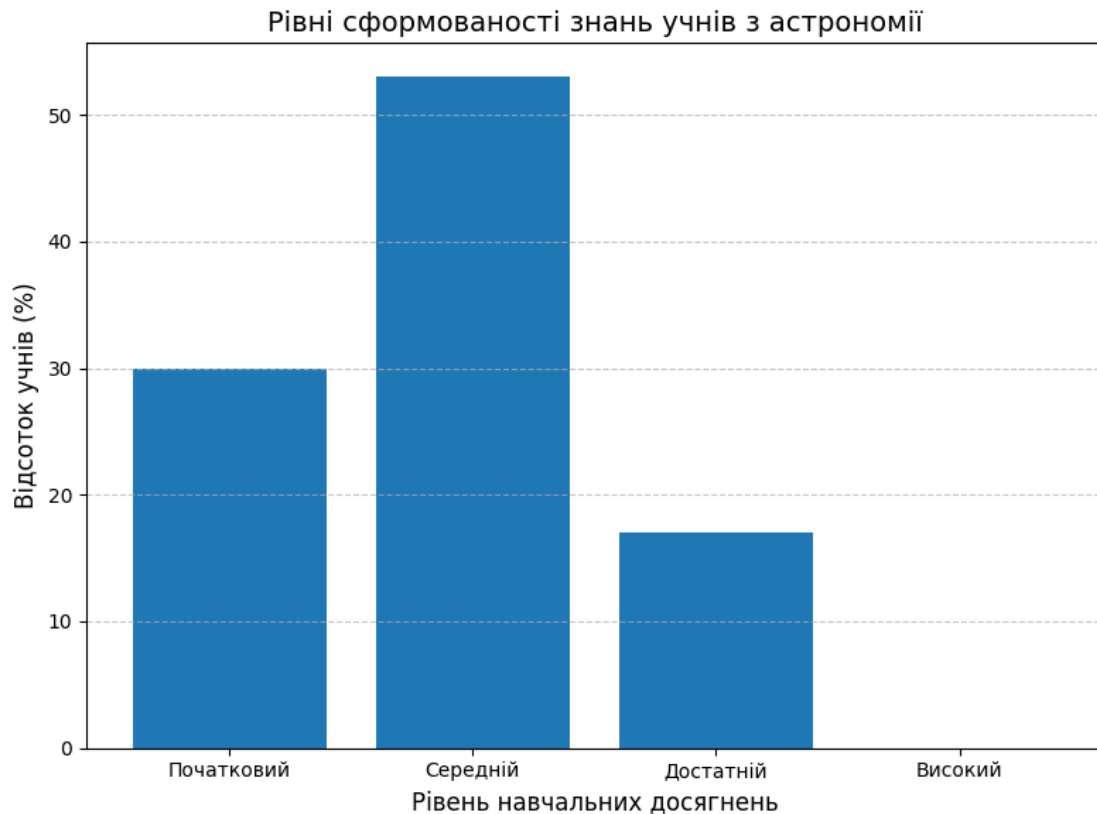


Рисунок 1.1 – Графік рівня знань учнів з астрономії

Аналіз відповідей засвідчив, що більшість учнів упевнено розпізнають загальні поняття («планета», «зоря», «сузір'я»), однак важко пояснюють зв'язки між ними. Найнижчі результати отримано у питаннях, пов'язаних із координатними системами, рухом небесних тіл та вимірюванням відстаней у космосі. Типовими були помилки на кшталт плутанини між екваторіальною та екліптичною системами координат, неправильного тлумачення поняття паралаксу, або нерозуміння різниці між добовим і річним рухом Землі.

Додатково було проведено коротке повторне опитування через тиждень після первинного тесту, яке показало зниження середнього рівня правильних відповідей із 62% до 38%, що підтвердило ефект забування без повторення.

Вважають, що навчальні моделі, які враховують когнітивні закономірності пам'яті, мають вищу ефективність порівняно з традиційними. Крива забування Еббінгауза, що описує динаміку втрати інформації, показує, що використання оптимальних моментів (інтервалів) для повторення можуть значно підвищити ефективність запам'ятовування. Проте в умовах реального освітнього процесу вчителі та учні стикаються з обмеженнями: складно відстежувати індивідуальний рівень засвоєння кожного терміну, визначати час повторення та формувати персональні траєкторії навчання вручну [8].

Для розв'язання цієї проблеми застосовуються різні ІТ-рішення: системи адаптивного тестування, алгоритми інтервального повторення та картографування знань. Однак більшість із них не враховують логічних зв'язків між поняттями, не адаптують траєкторію навчання до реальної структури предметної області й не дозволяють візуально відстежувати знання в контексті інших термінів [9].

Мережеві моделі знань є перспективними для представлення предметних областей з великою структурою зв'язків.

Мережева модель знань (knowledge graph) – це структуроване семантичне представлення знань у вигляді орієнтованого графа, де вузли відповідають поняттям або сутностям, а ребра відображають зв'язки між ними [10].

Наприклад, у шкільній біології мережева модель знань використовується для представлення системи понять, що описують будову клітини, класифікацію організмів, генетичні зв'язки. Вузли: «клітина», «ядро», «ДНК», «мітохондрія», «метаболізм». Ребра: «є частиною», «виконує функцію», «залежить від».

Такий граф дозволяє простежити, як процеси (наприклад, фотосинтез чи дихання) взаємопов'язані на рівні клітинних структур [11].

У поєднанні з математичною моделлю кривої забування це дозволяє створити адаптивну систему, здатну реагувати на індивідуальні результати навчання учня:

- знижувати рівень термінів, які давно не повторювалися;
- посилювати терміни, що пов'язані з новим матеріалом;
- рекомендувати до повторення конкретні вузли графа.

Мережева модель знань обрана тому, що вона найбільш точно відображає реальну когнітивну структуру навчальної інформації, де знання існують не ізольовано, а у вигляді системи взаємопов'язаних понять. На відміну від лінійних чи ієрархічних моделей, така структура дозволяє враховувати семантичні, логічні та причинно-наслідкові зв'язки між термінами, що особливо важливо для астрономії, де більшість понять взаємозалежні.

Крім того, мережева модель легко поєднується з математичною моделлю кривої забування, що дозволяє динамічно оновлювати рівень знань  $R$  кожного вузла залежно від часу та результатів тестування. Такий підхід відображає реальні процеси пам'яті людини, роблячи систему адаптивною та персоналізованою.

Завдяки цьому мережева модель є оптимальним інструментом для створення освітніх систем, які не лише оцінюють знання, а й підтримують їх збереження через повторення у потрібний момент [12].

## 1.2 Огляд теоретичних основ кривої забування Еббінгауза

Крива забування не є єдиним підходом до опису динаміки засвоєння знань, однак вона досить часто згадується в психолого-педагогічній та методичній літературі як характерна модель втрати інформації у часі. Формулювання кривої було запропоновано Германом Еббінгаузом у 1885 році та з того часу використовується у працях, присвячених дослідженню пам'яті, інтервальному повторенню й організації процесів навчання. Зокрема, вона описана у виданнях із педагогіки пам'яті, методиках формування стійких знань, матеріалах із когнітивної психології та рекомендаціях щодо планування повторення навчального матеріалу [13].

Через свою простоту та зрозуміле математичне представлення крива забування часто використовується в прикладних дослідженнях навчальних процесів, системах адаптивного навчання, а також у методичних описах щодо підвищення ефективності повторення термінологічного матеріалу [14].

Еббінгауз встановив, що забування не є рівномірним або лінійним. Найбільша втрата інформації відбувається у перші години після навчання: вже через 20 хвилин зберігається приблизно 60% матеріалу, через годину – близько 45%, а через добу – лише 30-35%. Подальше забування відбувається повільніше, але загальна тенденція зберігається: без повторення знання не переходять у довготривалу пам'ять. Таким чином, значна частина нової інформації практично зникає з пам'яті людини протягом перших 24 годин [15].

Криву забування, що відображає зв'язок між пам'яттю і часом зображено на рисунку 1.2:

## Крива забування Еббінгауза

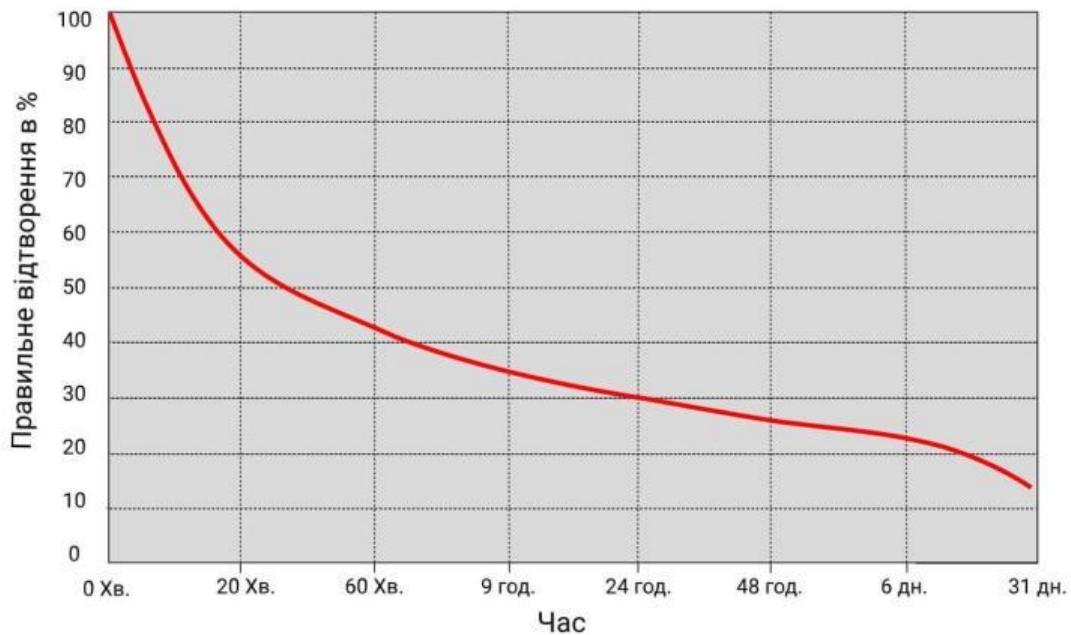


Рисунок 1.2 – Крива забування Г. Еббінгауза

Математично крива забування описується експоненціальною функцією:

$$R(t) = e^{-\lambda t},$$

Де

$R(t)$  – рівень збереження матеріалу через час  $t$ ,

$\lambda$  – коефіцієнт швидкості забування, який залежить від складності матеріалу, індивідуальних особливостей та умов навчання.

Ця формула демонструє, що забування має експоненційний характер: чим довше інформація не повторюється, тим меншим стає рівень її засвоєння. У подальших дослідженнях було підтверджено, що експоненційні моделі ефективно описують поведінку пам'яті у більшості навчальних ситуацій, хоча конкретні значення  $\lambda$  можуть варіювати залежно від типу знань і когнітивних навичок учня.

Важливим висновком Еббінгауза стало те, що повторення матеріалу в певні оптимальні моменти дозволяє різко сповільнити процес забування, оскільки кожне повторення зміщує криву забування. Після кожного повторення  $\lambda$  зменшується, а тривалість збереження матеріалу збільшується [16].

Пізніші дослідження, проведені у XX-XXI століттях, розширили теорію Еббінгауза та інтегрували її з поняттям асоціативних зв'язків. Так, класична когнітивна парадигма fan-ефекту, запропонована Дж. Р. Андерсоном у 1970-х роках, демонструє, що кількість і сила асоціацій між елементами пам'яті змінює доступ до них і темпи згасання інформації. Було встановлено, що інформація, яка має чіткі міжпонятійні зв'язки, забувається повільніше. Це має важливе значення для астрономії, де терміни утворюють систему взаємопов'язаних понять [17].

На основі кривої забування було створено освітні алгоритми:

- алгоритми Duolingo, Quizlet, Anki та ін. [18];
- моделі прогнозування рівня знань (knowledge tracing) [19].

Ці методи успішно застосовуються для вивчення мов та понять, але у більшості випадків не враховують топологію предметної області, тобто логічні зв'язки між термінами. Саме тому інтеграція кривої забування з мережею знань є подальшим етапом розвитку освітніх технологій.

Таким чином, крива забування Еббінгауза є теоретичною і математичною основою для моделювання процесів пам'яті та побудови ефективних алгоритмів повторення. Її використання в рамках мережевої моделі знань створює основу для формування індивідуалізованої траєкторії навчання, що дозволяє значно підвищити якість засвоєння космічної термінології [20][21].

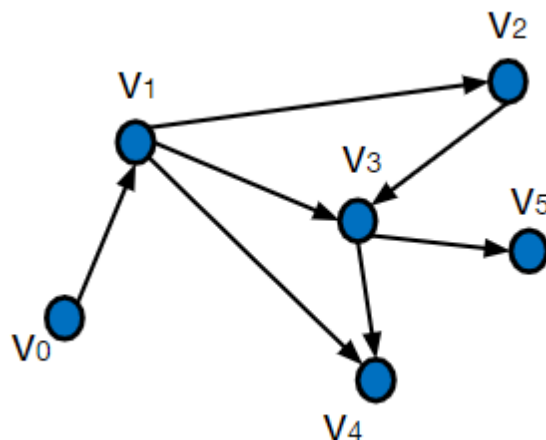
### 1.3 Аналіз мережевих моделей знань та їх застосування в освітніх системах

Мережеві моделі знань є сучасним інструментом репрезентації навчального матеріалу у вигляді системи взаємопов'язаних понять. Їхня популярність зростає у зв'язку з розвитком когнітивних наук, штучного інтелекту та персоналізованого навчання. На відміну від лінійних або табличних форм подання інформації, мережеві моделі відображають реальну структуру знань: кожне поняття пов'язане з іншими поняттями через семантичні, тематичні або причинно-наслідкові зв'язки.

Теорія мереж та графів розглядає знання як систему вузлів (понять) і ребер (зв'язків), які можуть мати різні типи та ваги. Така структура дозволяє моделювати складні взаємодії між елементами навчальної інформації:

- семантичні зв'язки (визначення, категорії, родо-видові відношення);
- логічні зв'язки (причина-наслідок, умови, залежності);
- тематичні зв'язки (належність до спільної теми або розділу);
- асоціативні зв'язки, що формуються в процесі засвоєння [22].

Приклад графу зображено на рис. 1.3:



### Рисунок 1.3 – Граф з шістьма вершинами та сімома ребрами

Мережеві структури відповідають природному процесу формування людських знань: люди не запам'ятовують інформацію ізольовано, а формують когнітивні карти, де одні поняття «підтримують» інші. Саме тому графові моделі вважаються найбільш наближеними до ментальних структур.

Ментальні структури – це внутрішні когнітивні моделі, за допомогою яких людина організовує, зберігає та інтерпретує знання про світ. Вони формуються у процесі навчання та досвіду і визначають, як саме людина сприймає інформацію, пов'язує нові знання з уже наявними та робить висновки.

Вони не є хаотичними – кожне поняття чи образ має своє місце в системі зв'язків. Наприклад, при вивченні астрономії поняття «планета» пов'язане з «орбітою», «сонячною системою», «гравітацією» тощо. Таким чином, ментальна структура – це своєрідна внутрішня мережа знань, аналогічна графовій моделі у програмних системах [23].

Астрономічна термінологія є особливо складною через велике число спеціалізованих понять і глибокі зв'язки між ними.

- Український астро-словник містить понад 700 астрономічних термінів, що охоплюють всі основні поняття шкільного курсу астрономії [24].
- Енциклопедичний словник астрономії налічує близько 3000 статей з різних розділів астрономії – від небесної механіки до космології [25].
- Multilingual on-line Dictionary of Astronomical Concepts – онлайн-словник із приблизно 7000 записів, що включає широкий спектр понять як для освіти, так і для наукової діяльності [26].
- Існують великі тезауруси астрономічної термінології, наприклад, NASA Thesaurus, які містять понад 1600 спеціалізованих термінів для опису астрономічних і космічних концепцій [27].

Ці дані підкреслюють, що астрономічна термінологія – не кілька десятків понять, а кілька тисяч – від базових до вузькоспеціалізованих, що значно ускладнює її організоване навчання без урахування зв'язків. Зі словників ясно, що терміни не існують ізольовано, а створюють широку мережу понять, які взаємозалежні концептуально і семантично.

Саме тому послідовне лінійне подання освітнього матеріалу (у вигляді списків або підручників) не дозволяє всебічно охопити цю структуру. Натомість графова (мережева) модель знань здатна показати не просто терміни, а їхню систему взаємозв'язків, що істотно сприяє глибшому розумінню предметної області.

У багатьох сучасних освітніх ІТ-системах застосовуються графи знань (knowledge graphs). Їх використовують такі платформи, як Google Scholar, Coursera, Khan Academy та інші системи інтелектуальної підтримки навчання.

У природничих науках знання мають виражену структурність. Особливо це стосується:

- фізики (закони, явища, формули);
- хімії (реакції, зв'язки, властивості речовин);
- біології (класифікації, системи, процеси);
- астрономії (координатні системи, рухи небесних тіл, будова Всесвіту).

Отже, мережева модель знань у розробленій системі не лише відображає логічні зв'язки між астрономічними поняттями, а й забезпечує основу для подальшої адаптації процесу навчання. Завдяки інтеграції з математичною моделлю забудовання Еббінгауза така структура дозволяє визначати оптимальні моменти повторення матеріалу для кожної теми окремо.

Таким чином, поєднання мережевої структури знань та алгоритмів інтервального повторення створює основу для ефективної навчальної системи, здатної підлаштовуватися під індивідуальні особливості користувача та забезпечувати стійке засвоєння космічних термінів [28][29].

### **Висновки до першого розділу**

У першому розділі були розглянуті теоретичні засади, що лежать в основі побудови мережевої моделі знань у сфері астрономічної термінології та її інтеграції з кривою забування. Аналіз предметної області показав, що астрономія, як навчальна дисципліна, має складну і багаторівневу структуру понять. Традиційні підходи до вивчення такого матеріалу часто не дозволяють сформувати цілісне бачення предметної галузі, що призводить до фрагментарного засвоєння, відсутності міжпонятійних зв'язків і швидкого забування інформації.

Огляд теоретичних основ кривої забування Еббінгауза дав змогу встановити закономірності зниження рівня знань у часі та визначити математичну основу для подальшого моделювання. Мережеві моделі знань були визначені як оптимальний спосіб структуризації астрономічних понять, оскільки вони здатні відтворити складну систему зв'язків між термінами. Такий підхід дозволяє відобразити логічну послідовність засвоєння матеріалу, виявити ключові вузли, визначити залежності між темами та створити основу для адаптивної навігації у навчанні. Графові структури підсилюють роль асоціативних зв'язків і відображають природний механізм формування знань у пам'яті людини.

Таким чином, у розділі було сформовано цілісне теоретичне підґрунтя для побудови мережевої моделі знань. Результати теоретичного аналізу підтверджують доцільність інтеграції графової структури знань із моделлю

кривої забування та демонструють, що такий підхід дозволяє створити ефективний адаптивний навчальний інструмент.

## РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ ЗНАНЬ НА ОСНОВІ КРИВОЇ ЗАБУВАННЯ

### 2.1 Інтеграція математичної моделі кривої забування у мережеву структуру знань

Інтеграція математичної моделі кривої забування у мережеву структуру знань передбачає поєднання динамічних параметрів процесу засвоєння інформації зі статичною структурою предметної області. У розробленій моделі знання подаються у формі орієнтованого графа, де вершини відповідають окремим термінам або темам, а ребра описують залежності між ними. Проте така структура набуває практичної цінності лише тоді, коли кожен вузол має динамічний стан, що змінюється у часі відповідно до когнітивних закономірностей.

Цей динамічний стан задається параметром  $R \in [0,1]$ , який описує рівень засвоєння певного елемента знань. Значення  $R=1$  означає повне засвоєння, тоді як  $R \rightarrow 0$  характеризує суттєву втрату матеріалу. На відміну від статичної мережі, у якій зв'язки відображають лише логічну структуру предметної області, інтегрована модель дозволяє оцінювати, наскільки саме ці знання збережені у пам'яті користувача.

Основним чинником зміни  $R$  є час, що минув від останнього повторення поняття. Цей часовий інтервал описується змінною  $t$ , яка визначається як:

$t$  = поточний час – час останньої взаємодії з терміном.

Зміна рівня знань у часі відбувається за експоненціальним законом, що відповідає формулі:

$$R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

де  $R_0$  – рівень знань на момент останнього повторення, а  $\lambda$  – коефіцієнт інтенсивності забування [30].

Для визначення коефіцієнта забування  $\lambda$  було використано емпіричні результати опитування учнів 11-х класів, які двічі проходили тестування:

- перший раз – одразу після вивчення теми (час  $t_0 = 0$ );
- другий раз – через 7 днів без повторення (час  $t_1 = 7$  днів).

Середній рівень правильних відповідей на першому етапі становив 100%, а через тиждень – приблизно 35%.

Згідно з експоненціальною моделлю кривої забування Еббінгауза для обчислення  $\lambda$  формулу було перетворено:

$$\lambda = -\frac{\ln R(t)}{t}.$$

Після чого підставлено експериментальні дані:  $R(t) = 0.35$ ,  $t = 7$ .

Та отримано:

$$\lambda = -\frac{\ln(0.35)}{7} = 0.149975 \approx 0.15.$$

Таке значення  $\lambda$  дозволяє отримати реалістичну форму кривої: швидкий первинний спад після ознайомлення та поступове уповільнення забування при подальших повтореннях. Це добре узгоджується з когнітивними закономірностями, описаними у працях Еббінгауза, і забезпечує збалансовану чутливість моделі до часу повторення – надто низьке  $\lambda$  робило б модель інертною, а занадто високе призводило б до надмірно швидкої втрати знань [31].

У розробленій системі знання подано у вигляді орієнтованого графа, де:

- вузли відповідають окремим навчальним темам;

- ребра відображають зв'язки між ними.

Після кожного тестування система оновлює значення  $R$  для кожного вузла. Якщо користувач правильно відповів на запитання з теми,  $R$  збільшується (наприклад, з 0.4 до 0.6), що свідчить про підкріплення знань. Якщо відповідь була неправильною – значення  $R$  знижується, сигналізуючи про втрату матеріалу.

Коли показник  $R$  опускається нижче критичного порогу (наприклад,  $R < 0.4$ ), система автоматично класифікує тему як "слабку" і додає її до списку тих, що потребують повторення. На основі цього формується адаптивна рекомендація: користувачу пропонується переглянути навчальний матеріал саме з тих тем, де рівень знань знижується. Приклад пройденого тестування зі зміною значення  $R$  зображено в додатку Б.

Особливістю мережевої моделі є взаємозв'язок вузлів. Якщо користувач втрачає знання в одній базовій темі, це впливає на всі пов'язані з нею поняття. Наприклад, низьке значення  $R$  у темі «Системи небесних координат» призводить до часткового зниження рівня у темі «Рух небесних тіл», оскільки вона ґрунтується на тих самих принципах.

Завдяки цьому підходу веб-система створює адаптивну карту знань, що постійно оновлюється. Користувач бачить графічне відображення свого поточного рівня знань: теми з високими значеннями  $R$  позначаються синіми кольорами, слабкі – жовтими. Це не лише підвищує наочність, а й сприяє усвідомленню власного прогресу та розумінню, які теми потребують уваги.

Таким чином, система не просто фіксує результати тестів, а відтворює реальний когнітивний процес навчання, де знання взаємопов'язані, змінюються з часом і потребують підтримання через адаптивне повторення. Це робить модель близькою до природного процесу засвоєння інформації людиною, підвищуючи ефективність навчання у порівнянні з традиційними статичними тестовими системами [32].

## 2.2 Алгоритм роботи системи

Для детального опису логіки функціонування веб-системи було виконано моделювання її роботи за допомогою UML-діаграми послідовностей (рис. 2.1). Такий тип діаграм дозволяє чітко простежити, як саме окремі компоненти системи взаємодіють між собою у часі, та показати реальний порядок виконання операцій під час навчального процесу. Це особливо важливо у випадку адаптивної системи, де результат кожної взаємодії впливає на подальший перебіг роботи застосунку.

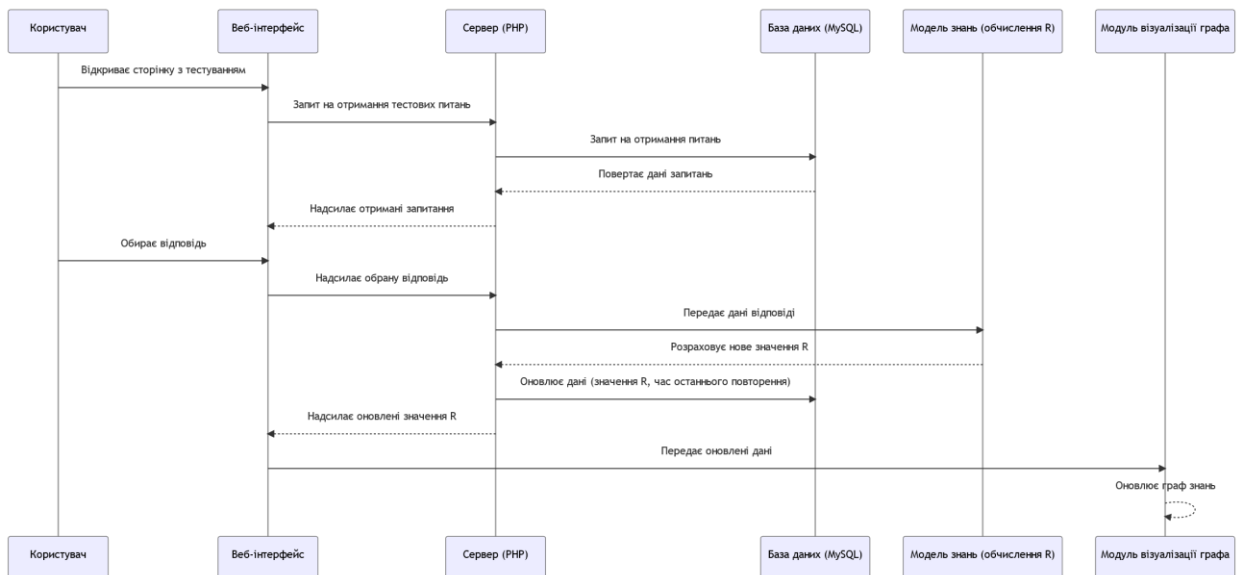


Рисунок 2.1 – UML-діаграма послідовностей

У діаграмі задіяно шість об'єктів:

- Користувач – безпосередній учасник, який проходить навчання та виконує тестові завдання;
- Веб-інтерфейс – фронтенд частина застосунку, що відображає питання, приймає відповіді та оновлює візуальні елементи;

- Сервер (PHP) – обробляє запити, керує логікою тестування та викликає необхідні модулі;
- База даних (MySQL) – зберігає всі питання, відповіді, рівні знань R та історію взаємодій;
- Модель знань – програмний модуль обчислення показника R на основі кривої забування;
- Модуль візуалізації графа – будує мережеву модель знань у реальному часі [33].

Моделювання роботи системи відтворює її реальний робочий цикл. На початковому етапі користувач відкриває сторінку тестування, після чого веб-інтерфейс надсилає запит до сервера. Сервер звертається до бази даних для отримання актуального набору тестових питань, які відповідають обраній темі або рівню знань користувача. Отримані дані повертаються у веб-інтерфейс, де вони одразу відображаються у зручному вигляді.

Подальша взаємодія відбувається циклічно: користувач обирає відповідь на поставлене запитання, веб-інтерфейс надсилає її серверу, а сервер передає дані до модуля оновлення знань. Модель знань виконує розрахунок нового показника R з урахуванням часу, що минув від моменту попереднього повторення, а також правильності відповіді. Після цього сервер оновлює відповідні записи в базі даних – фіксує нове значення R та час тестування.

Наступним кроком є повернення оновлених даних у веб-інтерфейс, який пересилає їх до модуля візуалізації графа. Візуалізаційний модуль перебудовує вигляд мережі знань: оновлює колір вузлів, їх розміри та статуси, залежно від зміни рівня знань. Таким чином, користувач не лише отримує результат

тестування, але й одразу бачить, як змінився його прогрес у структурі предметної області.

У результаті таке UML-моделювання стало основою для формування алгоритму роботи системи та розгортання її архітектури. Воно дозволило узгодити логіку дій між усіма частинами застосунку, забезпечивши структурованість та передбачуваність процесів під час проходження тестування та подальшого оновлення графа знань [34].

### **Висновки до другого розділу**

У другому розділі було побудовано математичну модель, яка описує засвоєння та забування космічної термінології за допомогою показника  $R$ . Модель враховує, як змінюється рівень знань із часом та після кожного тестування, а також поєднує ці процеси зі структурою мережі знань, де кожна тема має свої логічні залежності з іншими.

У межах розділу також було створено UML-діаграму, яка відображає логіку роботи системи: порядок дій користувача, взаємодію з базою даних та етапи оновлення рівня знань. На основі цього описано алгоритм роботи системи – від отримання тестових запитань до формування оновленого графа знань.

Таким чином, у розділі сформовано математичну основу, яка надає можливість подальшій програмній реалізації та аналізу експериментальних результатів.

## РОЗДІЛ 3. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ

### 3.1 Вибір веб-технологій та обґрунтування їх використання

Розроблення веб-системи адаптивного вивчення космічної термінології вимагало поєднання технологій, що забезпечують стабільну роботу серверної частини, швидку обробку даних і динамічний інтерфейс. Основні вимоги включали можливість персоналізованого навчання, обчислення рівня знань  $R$ , побудову графа знань і взаємодію з базою даних у реальному часі.

Для реалізації системи використано такі технології:

- HTML5 і CSS3 – для створення структури сторінок і адаптивного дизайну інтерфейсу. HTML формує розмітку навчальних сторінок, тестів і графічних блоків, а CSS – їхній візуальний стиль у космічній тематиці.
- JavaScript – відповідає за інтерактивність, динамічне оновлення даних без перезавантаження сторінки, передачу результатів тестів на сервер і зміну вигляду графа знань залежно від значень  $R$  [35].
- PHP – використано для серверної логіки: обробки запитів користувача, обчислення показника  $R$ , збереження результатів тестування та формування відповідей у форматі JSON [36].
- MySQL – база даних, у якій зберігаються теми, запитання, варіанти відповідей, історія тестування та поточні значення  $R$  для кожного користувача [37].
- Vis.js – JavaScript-бібліотека для візуалізації мережі знань. Вона забезпечує відображення вузлів (тем) і зв'язків між ними, зміну кольору та розміру вузлів у реальному часі залежно від рівня засвоєння [38].

Архітектура побудована за принципом клієнт–серверної взаємодії. Користувач працює з веб-інтерфейсом, який через JavaScript надсилає запити до PHP-сервера. Сервер обробляє відповіді, виконує обчислення згідно з кривою забування, оновлює дані в MySQL і повертає результати клієнту. JavaScript у браузері динамічно перебудовує граф знань, змінюючи вигляд вузлів відповідно до оновлених значень R.

Такий підхід забезпечує узгоджену роботу всіх компонентів системи, наочність відображення результатів і підтримку адаптивного навчання з можливістю подальшого масштабування функціоналу [39].

### **3.2 Реалізація інтерфейсу**

Інтерфейс веб-системи було розроблено у Figma, де створено повноцінний макет усіх сторінок: головної, навчальних матеріалів, тестування, статистики та графа знань. На етапі дизайну визначено кольорову гаму, розташування елементів і логіку переходів між розділами. Це дозволило узгодити структуру та стиль до початку програмної реалізації [40]. Сторінки інтерфейсу зображено в додатку В.

Фонові зображення розроблено у Photoshop у темно-синій та фіолетовій гамі, що підкреслює космічну тематику. Елементи мають м'які світлові ефекти, які не відволікають від змісту [41].

Після затвердження макету інтерфейс перенесено у код засобами HTML5 і CSS3. Макет розбито на компоненти – меню, заголовки, блоки матеріалів, тести. У верхній частині розташовано панель навігації з пунктами: «Головна», «Матеріали», «Граф знань», «Тести».

Головна сторінка містить назву системи, короткий опис і блок із поясненням етапів роботи: перегляд матеріалів, тестування, формування графа знань і рекомендацій щодо повторення.

Сторінка матеріалів реалізована як сітка карток – кожна відповідає темі шкільного курсу астрономії та відкриває короткий теоретичний опис із зображеннями.

Екран тестів має індикатор прогресу, перелік варіантів відповіді та кнопки навігації «Далі» і «Завершити».

Сторінка графа знань поєднує статистику та візуалізацію результатів. Ліворуч відображається кількість правильних і неправильних відповідей, поділ тем за рівнями засвоєння (високі, часткові, слабкі) та таблиця з оновленими значеннями R.

Таким чином, інтерфейс реалізує послідовну логіку навчання – від ознайомлення з матеріалом до аналізу результатів – і поєднує наочність, зручність та адаптивність до потреб користувача [42].

### **3.3 Реалізація модулів**

Реалізація програмних модулів веб-системи здійснювалась відповідно до вимог функціональності: підтримка навчального процесу, збереження результатів тестування, обчислення рівня засвоєння знань R та відображення графічної структури знань користувача. Архітектура системи побудована за принципом клієнт–серверної взаємодії, де клієнтська частина відповідає за інтерфейс і відображення інформації, а серверна – за обробку логіки тестування, оновлення даних і взаємодію з базою.

#### **1. Модуль інтерфейсу користувача**

На початковому етапі було реалізовано базову структуру сторінок і навігацію між ними. Для створення інтерфейсу використано технології HTML5 та CSS3, що забезпечують адаптивне відображення на різних пристроях.

Базові стилі охоплюють побудову контейнерів сторінок (.page, .main, .info-card), фон із градієнтами та декоративним зоряним ефектом, а також структуру верхньої панелі навігації. Фрагмент вихідного коду з базовими стилями:

```
body {  
  margin: 0;  
  min-height: 100vh;  
  font-family: "Montserrat", system-ui, sans-serif;  
  background-color: #05030b;  
  background-image:  
    radial-gradient(circle at 20% 0%, rgba(255, 136, 182, 0.4) 0, transparent 55%),  
    radial-gradient(circle at 70% 10%, rgba(255, 196, 112, 0.35) 0, transparent 55%);  
  background-repeat: no-repeat;  
  background-attachment: fixed;  
}
```

Для адаптації інтерфейсу під мобільні пристрої використано медіа-запити, що змінюють сітку блоків і шрифти при зменшенні ширини екрана:

```
@media (max-width: 900px) {  
  .info-grid {  
    grid-template-columns: 1fr;  
    gap: 20px;  
  }  
}
```

}

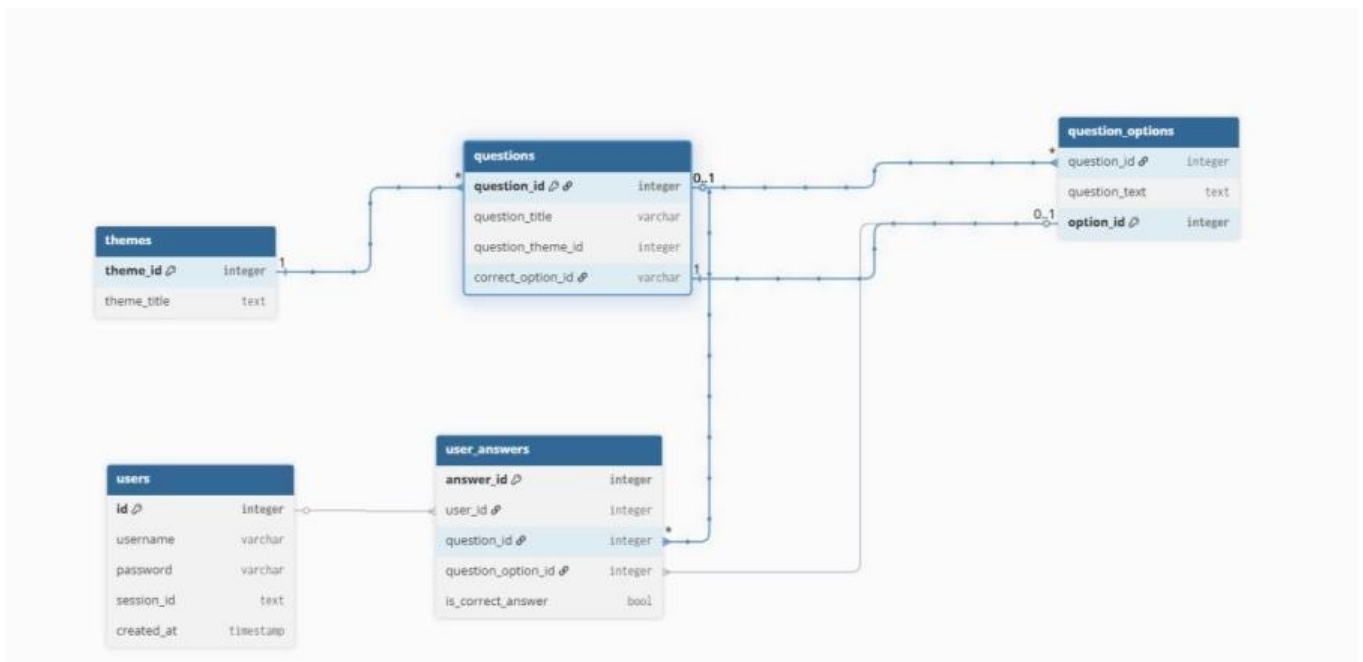
Такий підхід забезпечує зручність користування веб-застосунком як на стаціонарних екранах, так і на мобільних пристроях [43].

## 2. Модуль взаємодії з базою даних

Для зберігання інформації використано систему MySQL, структура якої наведена на рисунку 3.1.

База даних містить п'ять основних таблиць:

- users – зберігає інформацію про користувачів;
- themes – перелік навчальних тем;
- questions – тексти запитань, належність до теми та ідентифікатор правильної відповіді;
- question\_options – варіанти відповідей для кожного запитання;
- user\_answers – відповіді користувачів і позначення правильності.



### Рисунок 3.1 – Структура бази даних

Взаємозв'язки між таблицями реалізовані за принципом «один-до-багатьох», що дозволяє ефективно формувати запити до даних та відстежувати динаміку навчання. Підключення до бази даних реалізовано у файлі `config.php` (додаток Г) [44].

У цьому модулі створюється безпечне з'єднання за допомогою PDO (PHP Data Objects), що забезпечує:

- використання параметризованих запитів для запобігання SQL-ін'єкціям;
- обробку помилок через виключення (`PDO::ERRMODE_EXCEPTION`);
- повернення результатів у форматі асоціативних масивів (`PDO::FETCH_ASSOC`).

Усі серверні скрипти використовують єдине підключення `$pdo`, що спрощує взаємодію з базою та підвищує стабільність роботи системи [45].

#### 3. Модуль тестування

Цей модуль реалізує логіку проходження тесту, фіксацію відповідей користувача та передачу результатів для подальшої обробки. Його код наведено у додатку Д.

Основні етапи роботи:

- Ініціалізація тесту.

При запуску сесії система випадковим чином формує набір запитань із таблиці `questions`:

```
$stmt = $pdo->query("SELECT id FROM questions ORDER BY RAND()
LIMIT {$TOTAL_QUESTIONS}");
```

Обрані ідентифікатори зберігаються в сесії, що гарантує унікальність тесту для кожного користувача.

- Обробка відповідей.

Вибраний користувачем варіант записується у масив:

```
$_SESSION['answers'][$current_question_id] = $selected_option_id;
```

Таким чином система зберігає повну історію проходження тесту без потреби авторизації [46].

- Послідовне проходження.

Після натискання кнопки “Далі” система переходить до наступного запитання або завершує тест після останнього елемента.

```
$_SESSION['current_index']++;
if ($current_index >= count($question_ids)) {
    header('Location: result.php');
}
```

- Формування сторінки.

Кожне запитання завантажується з бази даних і відображається з варіантами відповідей.

Якщо користувач не обрав відповідь, система виводить попередження.

Модуль розроблений із дотриманням розділення логіки та відображення, що дозволяє легко розширювати функціонал (наприклад, додати таймер або підказки).

#### 4. Модуль підрахунку результатів

Після завершення тестування результати обробляються у модулі `result.php` (додаток Е).

Модуль виконує такі функції:

- отримує із бази даних правильні варіанти відповідей;
- порівнює їх із відповідями користувача;
- підраховує кількість правильних відповідей;
- записує результат у таблицю `results` з фіксацією дати й користувача.

Фрагмент розрахунку наведено нижче:

```
if ((int)$answers[$qid] === (int)$correctMap[$qid]) {
    $score++;
}
```

Отримані результати використовуються для оновлення рівнів засвоєння знань  $R$  за кожною темою. На основі цих даних формується граф знань, де вузли відповідають темам, а колір і розмір – значенню  $R$ . Так користувач отримує наочне уявлення про власні сильні та слабкі сторони, а система – підставу для рекомендацій щодо повторення матеріалу.

Таким чином, реалізовані модулі забезпечують повний цикл функціонування системи – від формування інтерфейсу користувача до математичного оновлення рівнів знань та побудови мережевої структури.

Обрана архітектура дає змогу розширювати систему, додавати нові теми, змінювати тестові запитання або алгоритми оцінювання без порушення основної логіки роботи [47].

### 3.4 Аналіз результатів

Для перевірки ефективності системи було проведено експериментальне дослідження серед двох груп учнів 11 класу (по 10 осіб у кожній). Перша група навчалася традиційно – через підручник, конспекти та підсумкові тематичні тести. Друга група працювала із розробленою веб-системою, яка формує рівні знань  $R$  та використовує криву забування для визначення індивідуальної траєкторії повторення [48].

Процес проходження був однаковим для обох груп за структурою: учні опрацьовували навчальний матеріал, після чого виконували тестування з однаковим набором питань. Єдиною відмінністю було те, що учні експериментальної групи отримували адаптивні підказки у вигляді графа знань та могли бачити, які теми поступово знижують свій рівень  $R$  (додаток В.5). Також система пропонувала додаткове повторення для тем з низьким значенням  $R$ , чого не було у контрольній групі.

Порівняння результатів показало, що в контрольній групі більшість учнів демонстрували доволі нерівномірний рівень засвоєння: учні добре відповідали на питання з базових тем, але частіше помилялися у складніших поняттях, пов'язаних із координатними системами чи рухом небесних тіл. У середньому учні цієї групи дали 3–7 правильних відповідей із 10.

В експериментальній групі результати виявилися стабільнішими. Значення  $R$ , розраховані після тестування, показали більш рівномірний розподіл між темами. Учні частіше повторювали матеріал, який система позначала як слабкий,

тому у частини учасників рівень засвоєння покращувався навіть після першого проходження. У середньому учні цієї групи дали 6–8 правильних відповідей із 10. Також спостерігалось менше різких провалів у складних темах – навіть якщо учень помилявся, повторення швидко підвищувало його R.

Для детальнішого аналізу результатів тестування було побудовано графік індивідуальних показників учнів контрольної та експериментальної груп (рисунок 3.2). Результати контрольної групи на графіку позначено синіми маркерами, тоді як результати експериментальної групи відображено помаранчевими маркерами. Пунктирні горизонтальні лінії відповідають середнім значенням кількості правильних відповідей у кожній групі.

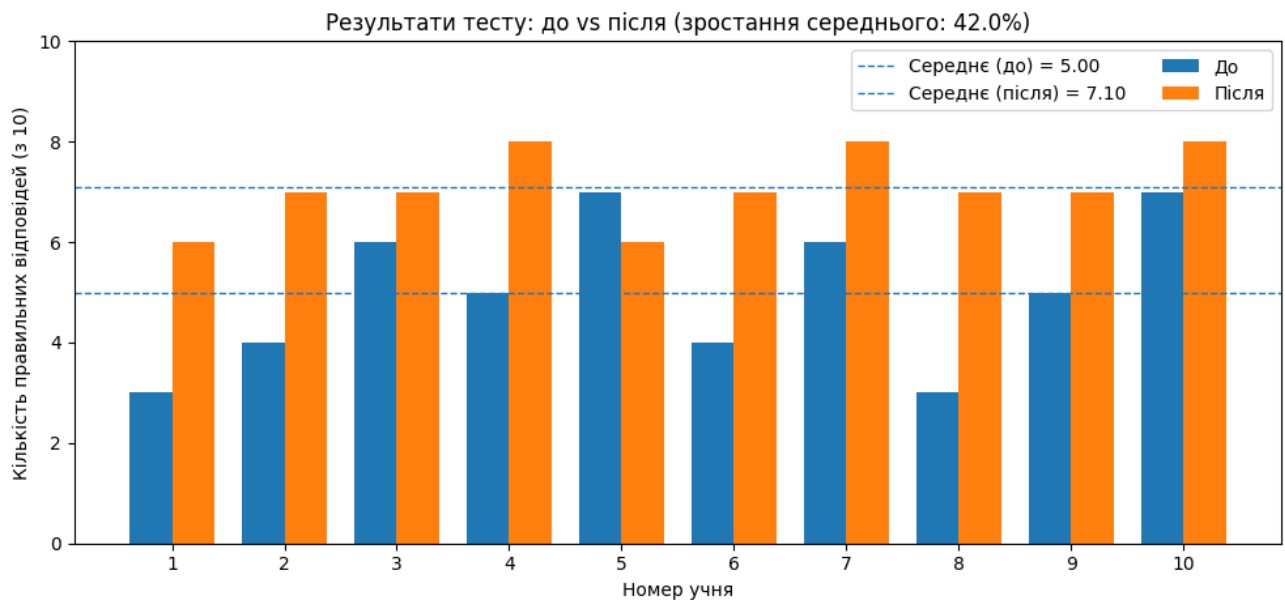


Рисунок 3.2 – Розподіл результатів тестування учнів контрольної та експериментальної груп

Як видно з рисунка 3.2, у контрольній групі (сині маркери) спостерігається значний розкид результатів: показники окремих учнів коливаються від 3 до 7 правильних відповідей із 10. Частина учнів демонструє результати нижчі за

середнє значення, що свідчить про нерівномірне засвоєння навчального матеріалу та наявність тем, які залишилися недостатньо опрацьованими.

Натомість у експериментальній групі (помаранчеві маркери) результати є більш зосередженими навколо середнього значення. Більшість учнів демонструють показники в діапазоні 6–8 правильних відповідей, а відхилення від середнього значення є менш вираженими. Це вказує на стабільніший рівень засвоєння матеріалу та меншу кількість різко виражених «провалів» у складних темах.

Результати також продемонстрували різницю в тому, як учні взаємодіють із матеріалом. У традиційній групі більшість учнів після завершення тесту не поверталися до помилок, навіть якщо розуміли, що певна тема залишилася незрозумілою. У групі, що використовувала веб-систему, повторення відбувалося природно – учні частіше переглядали матеріал за темами, де їхній R знижувався з часом.

Підсумовуючи, експеримент показав, що використання адаптивної системи сприяє більш рівномірному засвоєнню матеріалу та дозволяє швидше виявляти теми, які потребують повторення. Хоча обидві групи працювали з однаковим змістом, друга група продемонструвала більш стабільні результати та меншу кількість "провальних" тем. Це свідчить про те, що механізм динамічного оновлення R та побудова графа знань можуть бути корисними у навчальному процесі, особливо при роботі з термінологічними предметами [49].

### **Висновки до третього розділу**

У третьому розділі було реалізовано веб-систему адаптивного вивчення космічної термінології та проведено експериментальне випробування її роботи. На основі обраних веб-технологій створено інтерфейс для перегляду навчальних

матеріалів, проходження тестів та графічного аналізу рівня знань. Система коректно обробляє відповіді користувача, розраховує оновлене значення показника засвоєння  $R$  та формує граф знань, що дозволяє оцінити загальний стан засвоєння тем.

Під час дослідження за участю двох груп учнів було встановлено, що учасники, які працювали із розробленою системою, демонстрували більш рівномірні та стабільні результати, швидше визначали теми, які потребують повторення, і частіше взаємодіяли з матеріалом повторно. Це стало можливим завдяки автоматичному оновленню показника  $R$ , візуалізації графа знань та адаптивному підбору запитань.

Результати тестування, приклади роботи інтерфейсу та оновлення значень  $R$  підтвердили, що система повністю відповідає поставленим завданням та відтворює логіку, закладену на етапі математичного моделювання. Візуалізація графа знань дає можливість учню швидко орієнтуватися у власному стані засвоєння тем та планувати подальше навчання.

На основі проведеної роботи визначено кілька напрямів для подальшого вдосконалення системи. До них можна віднести розширення набору тестових завдань, створення індивідуального кабінету з історією навчання, застосування алгоритмів машинного навчання для прогнозування зниження рівня знань та формування персональних рекомендацій, а також розробку мобільної версії. Додатковим кроком може бути розширення можливостей візуалізації, щоб користувач міг аналізувати динаміку навчання через графіки, діаграми та інші інструменти.

## ВИСНОВКИ

У магістерській кваліфікаційній роботі розроблено та досліджено мережеву модель знань у сфері космічної термінології на основі кривої забування Еббінгауза, а також створено веб-систему адаптивного навчання. На етапі теоретичного аналізу визначено особливості засвоєння астрономічних понять і обґрунтовано необхідність поєднання математичного опису процесу забування з мережею знань.

У процесі моделювання побудовано математичну схему зміни рівня засвоєння тем через показник  $R$ , який залежить від часу та результатів тестування. Модель інтегровано в мережеву структуру, що враховує зв'язки між темами та дозволяє формувати індивідуальну послідовність повторення.

На практичному етапі створено веб-систему з інтерфейсом для перегляду матеріалів, проходження тестів і візуалізації графа знань. Система автоматично оновлює рівень  $R$  після кожної відповіді, забезпечуючи адаптивне повторення. Експериментальне дослідження серед учнів підтвердило, що використання такої системи сприяє кращому засвоєнню матеріалу та виявленню слабких тем.

Отримані результати доводять ефективність поєднання математичної моделі забування з мережею знань і можуть бути використані для подальшого розвитку адаптивних освітніх технологій, зокрема для розширення бази завдань і створення мобільної версії системи.

## ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1) Міністерство освіти і науки України. Результати міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022 [Електронний ресурс]. – 05.12.2023. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/news/rezultati-mizhnarodnogo-doslidzhennya-yakosti-osviti-pisa-2022>.
- 2) Крива забування Еббінгауза [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Крива\\_забування\\_Еббінгауза](https://uk.wikipedia.org/wiki/Крива_забування_Еббінгауза).
- 3) Навчальні втрати (learning losses) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://osvita.ua/school/88921/>.
- 4) Астрономія. Навчальна програма для 10–11 класів [Електронний ресурс] / авт. кол. під кер. Я. Я. Яцківа. – Київ : МОН України, 2018. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/.../astronomiya-avtorskij-kolektiv-pid-kerivnicztvom-yaczkiva-yaaya.pdf>.
- 5) Козел С. В. Методичні аспекти вивчення курсу астрономії у старшій школі // Фізика та астрономія в школі. – 2019. – № 2 (135). – С. 10–15.
- 6) Кречотіна Т. М. Роль позашкільної освіти у формуванні особистості школяра [Електронний ресурс] // Неперервна професійна освіта: теорія і практика. – 2010. – № 3. – Режим доступу: [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Nivoo/2010\\_3/35.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Nivoo/2010_3/35.pdf).
- 7) Аршава І. Ф., Носенко Е. Л. Аспекти імпліцитної діагностики емоційної стійкості людини : монографія. – Дніпро : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2008. – 468 с.
- 8) Гуменюк О. Є. Когнітивні основи процесу навчання: від теорії до педагогічної практики // Психологія і суспільство. – 2017. – № 2. – С. 112–118.
- 9) Морзе Н. В., Вембер В. П. Адаптивне навчання в цифровому освітньому середовищі: теоретико-практичні аспекти // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2020. – Т. 77, № 3. – С. 1–17.

10) Knowledge Graph for Education [Електронний ресурс]. – Meegle. – Режим доступу: [https://www.meegle.com/en\\_us/topics/knowledge-graphs/knowledge-graph-for-education](https://www.meegle.com/en_us/topics/knowledge-graphs/knowledge-graph-for-education).

11) Educational Knowledge Graph for Biology, створений у рамках дослідження Zhang et al. (2023), використовується для персоналізованих рекомендацій у біологічних курсах ScienceDirect, 2024.

12) Титенко С. В. Мережеві моделі знань як засіб формування предметних компетентностей // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2021. – Т. 83, № 3. – С. 120–134.

13) Горбунова В. В. Психологія пам'яті: теоретичні основи та методики розвитку. – Київ: Видавничий дім «Слово», 2015. – 284 с.

14) Рибалка В. В., Вознюк О. В. Методика інтервальних повторень – важливий ресурс освітньої діяльності // Креативна педагогіка: науково-методичний журнал. – Житомир: ЖДУ ім. І. Франка, 2019. – Вип. 14. – С. 68–73. – URL: [https://eprints.zu.edu.ua/39542/1/ВОзнюк креативна пед 2019.pdf](https://eprints.zu.edu.ua/39542/1/ВОзнюк%20креативна%20пед%202019.pdf).

15) Костюк Г. С. Навчання і розвиток: вибрані психологічні праці. – Київ: Радянська школа, 1989. – 312 с.

16) Максименко С. Д. Загальна психологія. – Київ: Центр учбової літератури, 2008. – 592 с.

17) Anderson, J. R. The fan effect: New results and new theories [Електронний ресурс] // Journal of Experimental Psychology: General. – 1974. – Vol. 103, No. 3. – P. 414–422. – Режим доступу: [https://www.researchgate.net/publication/279926897\\_The\\_fan\\_effect\\_New\\_results\\_and\\_new\\_theories](https://www.researchgate.net/publication/279926897_The_fan_effect_New_results_and_new_theories).

18) Matuschak, A. Spaced repetition memory systems [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://notes.andymatuschak.org/Spaced\\_repetition\\_memory\\_system](https://notes.andymatuschak.org/Spaced_repetition_memory_system).

- 19) ArXiv. Quiz-based Knowledge Tracing (QKT) [Електронний ресурс]. – 2023. – Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/2304.02413>.
- 20) Костюк Г. С. Навчання і розвиток: вибрані психологічні праці. – Київ: Радянська школа, 1989. – 312 с.
- 21) Вознюк О. В., Рибалка В. В. Методика інтервальних повторень – важливий ресурс освітньої діяльності // Креативна педагогіка. – Житомир: ЖДУ ім. І. Франка, 2019. – Вип. 14. – С. 68–73.
- 22) Морзе Н. В., Василенко С. В. Мережева структура навчальних матеріалів у системах електронного навчання // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2016. – Т. 55, №5. – С. 70–84.
- 23) Карпенко, З. С. Когнітивні схеми як ментальні структури у пізнавальній діяльності людини [Електронний ресурс] // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія: Філософські науки. – 2016. – № 850. – С. 47–53. – Режим доступу: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/nov/6765/vnulpfil201685047.pdf>.
- 24) Астрономічний словник / Astrosvit.in.ua. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.astrosvit.in.ua/astroslovnyk>.
- 25) Encyclopedic Dictionary of Astronomy [Електронний ресурс]. – En.wikipedia.org. – Режим доступу: [https://en.wikipedia.org/wiki/Encyclopedic\\_Dictionary\\_of\\_Astronomy](https://en.wikipedia.org/wiki/Encyclopedic_Dictionary_of_Astronomy).
- 26) Capitaine N., Stavinschi M., Malkov O. A Multilingual On-line Dictionary of Astronomical Concepts / Paris Observatory. – 2009. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/0911.4687>.
- 27) NASA Thesaurus: Astronomy Vocabulary [Електронний ресурс]. – NASA, 2011. – Режим доступу: <https://www.scribd.com/document/24587005/NASA-Thesaurus-Astronomy-Vocabulary>.

- 28) Морзе Н. В., Варченко-Троценко Л. О. Використання графів знань у цифровому освітньому середовищі // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2020. – Т. 77, №3. – С. 56–72.
- 29) Спірін О. М., Колос К. Р. Мережева модель знань як основа адаптивних освітніх технологій // Інформаційні технології в освіті. – 2018. – №36. – С. 56–65.
- 30) Крива забування Еббінгауза – графік, що показує процес забування людиною інформації з плином часу. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Крива\\_забування\\_Еббінгауза](https://uk.wikipedia.org/wiki/Крива_забування_Еббінгауза).
- 31) Важливість повторень: спадання кривої можна пом'якшити періодичним повторенням. URL: <https://digital.staff-capital.com/uk/крива-еббінгауза-як-не-зливати-бюджет-на-навчання/>.
- 32) Knowledge graph – модель даних у вигляді графа, що описує сутності та їхні зв'язки. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Knowledge\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Knowledge_graph).
- 33) Діаграма послідовності (Sequence Diagram) // Вікіпедія: вільна енциклопедія. – URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма\\_послідовності](https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_послідовності).
- 34) Застосування UML. Діаграма послідовності [Електронний ресурс] // DUIKT.edu.ua. – Режим доступу: <https://duikt.edu.ua/news-1-626-7897-zastosuvannya-uml>.
- 35) Prometheus. Основи програмування з HTML, CSS та JavaScript [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://surl.li/qnuck>.
- 36) PHP [Електронний ресурс] // Wikipedia: вільна енциклопедія. – Режим доступу: <https://en.wikipedia.org/wiki/PHP>.
- 37) PHP MySQL Connect [Електронний ресурс] // W3Schools UA. – Режим доступу: [https://w3schoolsua.github.io/php/php\\_mysql\\_connect.html](https://w3schoolsua.github.io/php/php_mysql_connect.html).
- 38) Vis.js: Dynamic, browser-based visualization library [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://visjs.org/>.

- 39) Ніксон Р. Створюємо динамічні веб-сайти за допомогою PHP, MySQL, JavaScript, CSS та HTML5 : технічна книга / Р. Ніксон. – 6-те вид. – Київ : Віват, 2021. – 640 с.
- 40) Figma. Collaborative interface design tool [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.figma.com/>.
- 41) Adobe Photoshop. Image editing software [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.adobe.com/products/photoshop.html>.
- 42) Курінний С. Розробка веб-сайтів для початківців: HTML, CSS, JavaScript [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://nvkarta.com/project/library/uploads/engineering/programming/\(uk\)\\_rozrobka\\_veb-saitiv\\_dlia\\_pochatkivtsiv\\_html\\_css\\_javascript.pdf](https://nvkarta.com/project/library/uploads/engineering/programming/(uk)_rozrobka_veb-saitiv_dlia_pochatkivtsiv_html_css_javascript.pdf).
- 43) HTML5 та CSS3 [Електронний ресурс] // Вікіпедія українською. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/HTML5>.
- 44) PHP Data Objects (PDO) [Електронний ресурс] // PHP Manual українською. – Режим доступу: <https://www.php.net/manual/uk/book.pdo.php>.
- 45) Реляційні бази даних [Електронний ресурс] // Вікіпедія українською. – Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Реляційна\\_база\\_даних](https://uk.wikipedia.org/wiki/Реляційна_база_даних).
- 46) PHP: Сесії (Sessions) [Електронний ресурс] // PHP Manual українською. – Режим доступу: <https://www.php.net/manual/uk/book.session.php>.
- 47) Клієнт-серверна архітектура [Електронний ресурс] // Вікіпедія українською. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Клієнт-сервер>.
- 48) Еббінгауз Г. Пам'ять: внесок у експериментальну психологію / Г. Еббінгауз. – Нью-Йорк : Teachers College, Columbia University, 1913. – 68 с.
- 49) Власенко О. В. Адаптивні освітні системи на основі індивідуальних траєкторій навчання [Електронний ресурс] / О. В. Власенко // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2018. – Т. 65, № 3. – Режим доступу: <https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/2025>.



## ДОДАТКИ

## ДОДАТОК А

Рівні навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
<b>I. Початковий</b>	<b>1</b>	Учень (учениця) володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ природи, з допомогою вчителя відповідає на запитання, що потребують відповіді «так» чи «ні»
	<b>2</b>	Учень (учениця) описує природні явища на основі свого попереднього досвіду, з допомогою вчителя відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді
	<b>3</b>	Учень (учениця) з допомогою вчителя зв'язно описує явище або його частини без пояснень відповідних причин, називає фізичні чи астрономічні явища, розрізняє буквені позначення окремих фізичних чи астрономічних величин
<b>II. Середній</b>	<b>4</b>	Учень (учениця) з допомогою вчителя описує явища, без пояснень наводить приклади, що ґрунтуються на його власних спостереженнях чи матеріалі підручника, розповідях учителя тощо
	<b>5</b>	Учень (учениця) описує явища, відтворює значну частину навчального матеріалу, знає одиниці вимірювання окремих фізичних чи астрономічних величин і формули з теми, що вивчається
	<b>6</b>	Учень (учениця) може зі сторонньою допомогою пояснювати явища, виправляти допущені неточності (власні, інших учнів), виявляє елементарні знання основних положень (законів, понять, формул)
<b>III. Достатній</b>	<b>7</b>	Учень (учениця) може пояснювати явища, виправляти допущені неточності, виявляє знання і розуміння основних положень (законів, понять, формул, теорій)
	<b>8</b>	Учень (учениця) уміє пояснювати явища, аналізувати, узагальнювати знання, систематизувати їх, зі сторонньою допомогою (вчителя, однокласників тощо) робити висновки
	<b>9</b>	Учень (учениця) вільно та оперативно володіє вивченим матеріалом у стандартних ситуаціях, наводить приклади його практичного застосування та аргументи на підтвердження власних думок
<b>IV. Високий</b>	<b>10</b>	Учень (учениця) вільно володіє вивченим матеріалом, уміло використовує наукову термінологію, вміє опрацьовувати наукову інформацію: знаходити нові факти, явища, ідеї, самостійно використовувати їх відповідно до поставленої мети
	<b>11</b>	Учень (учениця) на високому рівні опанував програмовий матеріал, самостійно, у межах чинної програми, оцінює різноманітні явища, факти, теорії, використовує здобуті знання і вміння в нестандартних ситуаціях, поглиблює набуті знання
	<b>12</b>	Учень (учениця) має системні знання, виявляє здібності до прийняття рішень, уміє аналізувати природні явища і робить відповідні висновки й узагальнення, уміє знаходити й аналізувати додаткову інформацію

Рисунок А.1 – Таблиця критеріїв навчальних досягнень

ДОДАТОК Б

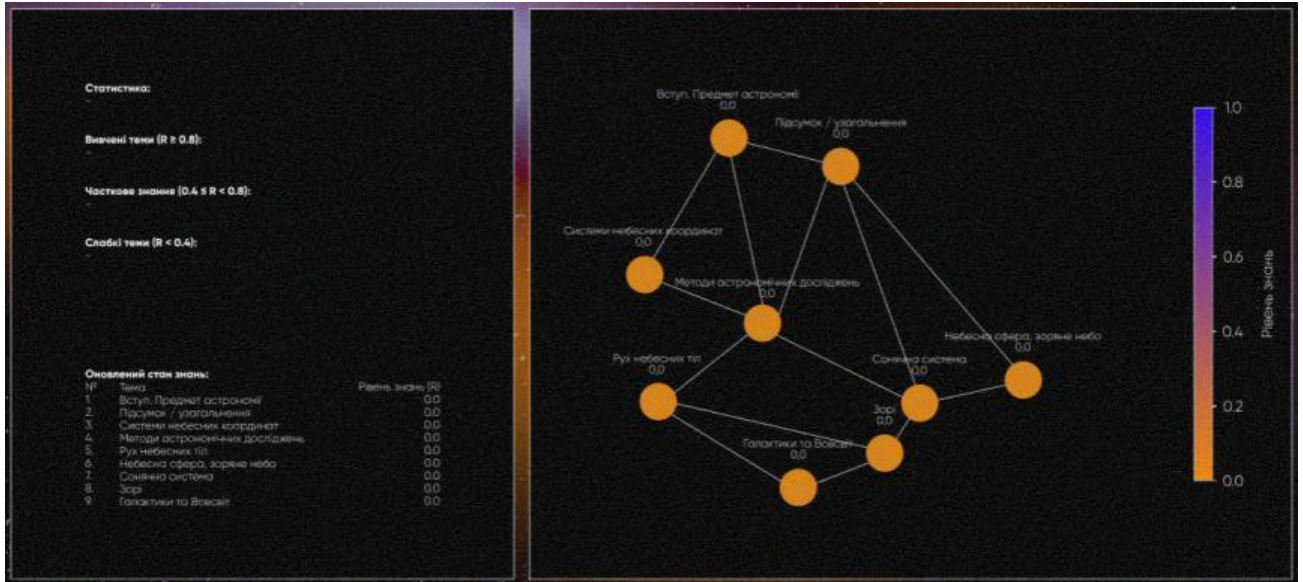


Рисунок Б.1 – Граф знань перед проходженням тесту

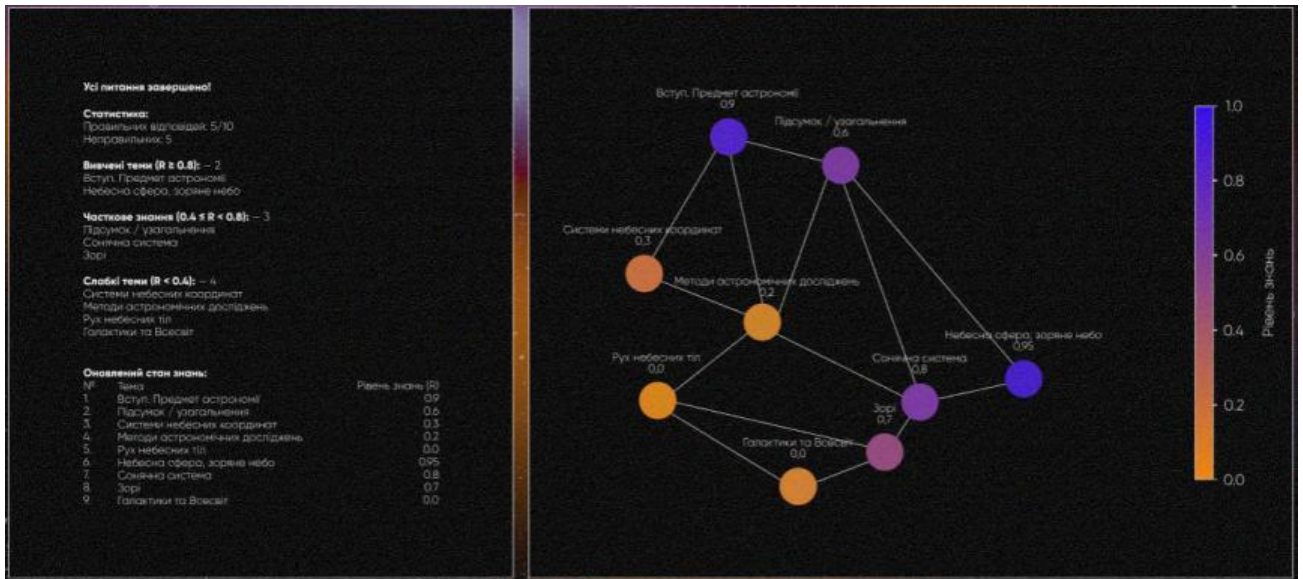


Рисунок Б.2 – Граф знань після проходження 3 сесій тестів

## ДОДАТОК В



Рисунок В.1 – «Головна» сторінка веб-системи

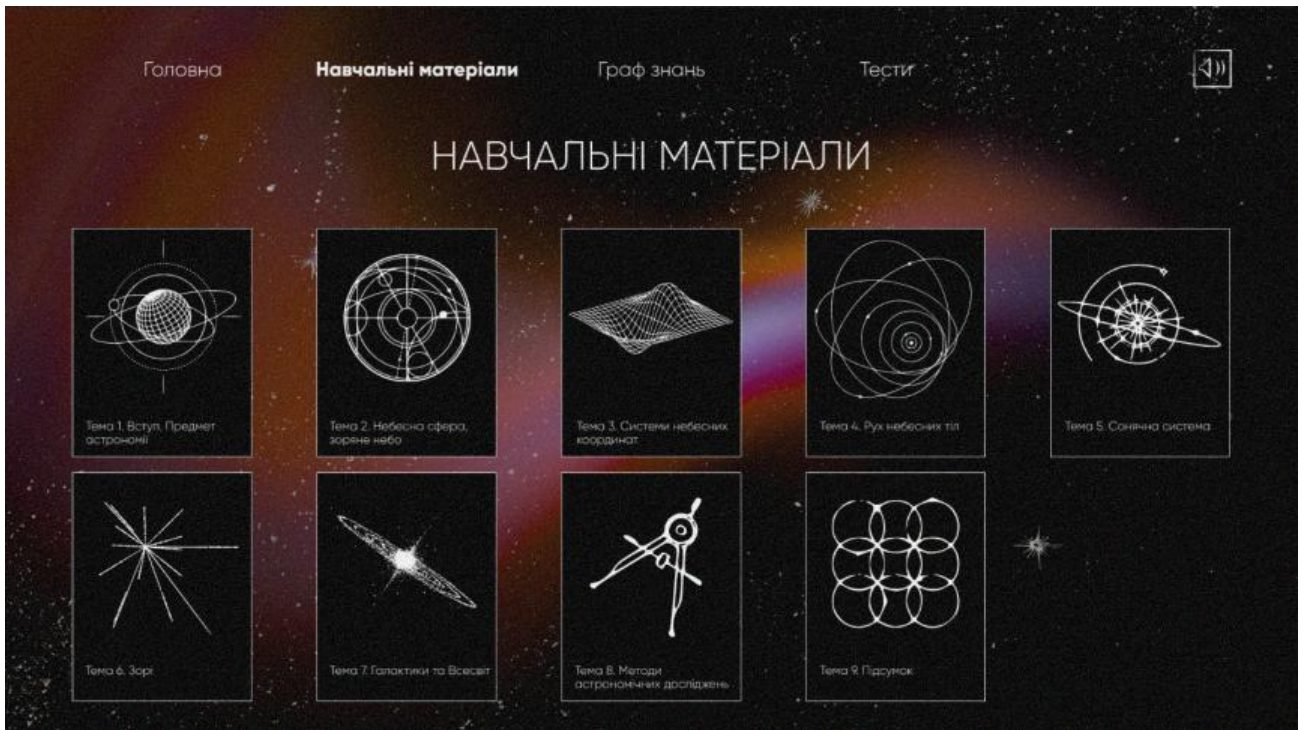


Рисунок В.2 – «Навчальні матеріали» сторінка веб-системи

Головна    Навчальні матеріали    Граф знань    Тести    <<    >>

## ТЕМА 1. ВСТУП. ПРЕДМЕТ АСТРОНОМІЇ

**Що таке астрономія?**  
Астрономія – це наука, що вивчає небесні тіла, їхній рух, будову, походження, а також еволюцію Всесвіту в цілому.  
Слово "астрономія" походить з грецької мови: astron – «зоря», nomos – «закон», тобто "закон зір".  
Астрономія є однією з найдавніших наук. Ще з прадавніх часів люди спостерігали за зоряним небом, намагаючись зрозуміти закономірності руху світил, орієнтуватися в часі та просторі.

**Що вивчає астрономія?**  
Предметом вивчення астрономії є всі об'єкти та явища, що існують поза межами Землі:

- планети, їхні супутники, астероїди, комети;
- зорі, зоряні системи, туманності, галактики;
- міжзоряна та міжгалактична речовина;
- структура та розвиток Всесвіту.

Астрономія також досліджує фізичні процеси, що відбуваються у Всесвіті, і взаємодії між небесними тілами.

**Розділи астрономії**  
Астрономія є комплексною наукою і включає кілька основних розділів:

- Астрофізика – вивчає фізичні властивості небесних тіл і процесів, що відбуваються в них.
- Небесна механіка – досліджує рух небесних тіл під дією гравітації.
- Астрометрія – займається вимірюванням координат, відстаней, швидкостей і руху об'єктів.
- Космологія – вивчає Всесвіт як єдине ціле, його будову, розвиток і майбутнє.
- Космонавтика (космічні дослідження) – прикладний напрям, пов'язаний із вивченням космічного простору за допомогою космічних апаратів.

**Методи астрономічних досліджень**  
Основними методами в астрономії є:

- спостереження за небесними тілами (оптичними телескопами, радіотелескопами, супутниками тощо);
- фотографування та аналіз спектрів світла від об'єктів;
- моделювання астрономічних явищ;
- експериментальні дослідження з використанням космічних апаратів.


**Зв'язок астрономії з іншими науками**  
Астрономія тісно пов'язана з такими науками, як:

- фізика – дає розуміння процесів у небесних тілах;
- математика – використовується для обчислень орбіт, руху тіл;
- інформатика – обробка великих обсягів даних;
- географія та екологія – спостереження Землі з орбіти;
- біологія та медицина – у вивченні умов життя в космосі.

**Практичне значення астрономії**  
Астрономічні знання мають велике значення для людства:

- визначення точного часу і створення календарів;
- навігація на морі, у повітрі й у космосі;
- розвиток космічних технологій;
- дослідження впливу Сонця на земний клімат і біосферу;
- розширення наукового світогляду людини.

**Астрономія – фундаментальна наука**  
Астрономія сприяє формуванню наукової картини світу, пояснює походження Сонячної системи, зоряних систем, галактик і Всесвіту. Вона дає змогу людині усвідомити своє місце в космосі.



**Підсумок:**  
Астрономія – це наука про небесні тіла та Всесвіт, яка використовує спостереження, вимірювання та фізичні закони для вивчення об'єктів космосу. Вона має велике теоретичне та практичне значення для розвитку науки, техніки та людської цивілізації.

Рисунок В.3 – «Тема1» сторінка веб-системи

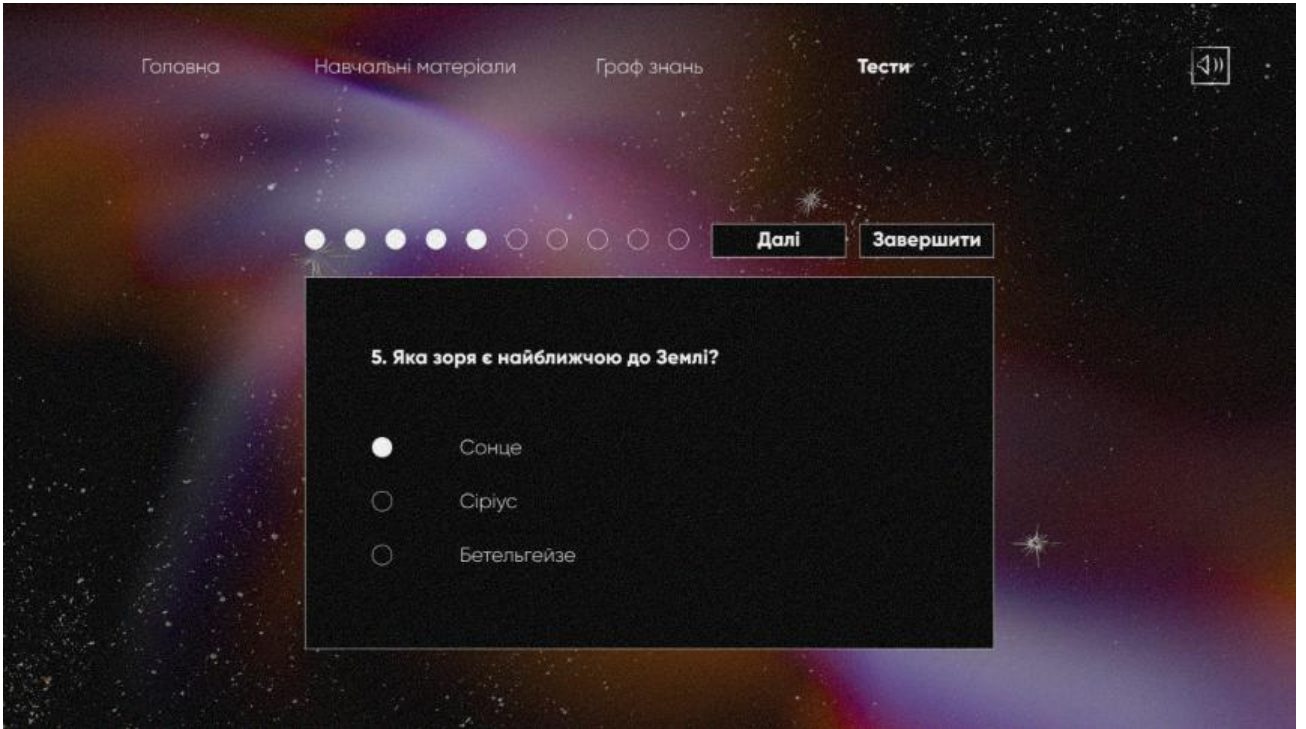


Рисунок В.4 – «Тести» сторінка веб-системи

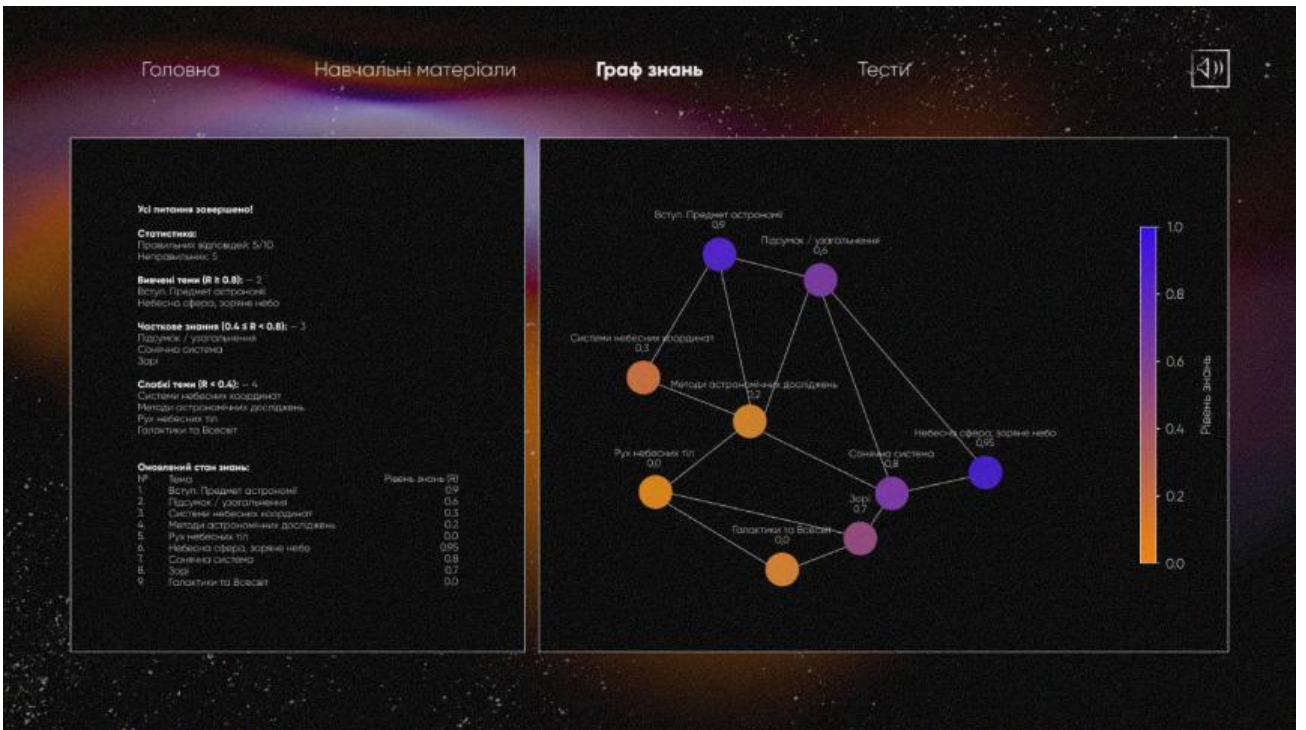


Рисунок В.5 – «Граф знань» сторінка веб-системи

## ДОДАТОК Г

```
<?php
$host = 'localhost';

$db = 'test_db';

$user = 'root';

$pass = "";

$charset = 'utf8mb4';

$dsn = "mysql:host=$host;dbname=$db;charset=$charset";

$options = [
    PDO::ATTR_ERRMODE          => PDO::ERRMODE_EXCEPTION,
    PDO::ATTR_DEFAULT_FETCH_MODE => PDO::FETCH_ASSOC,
];

try {
    $pdo = new PDO($dsn, $user, $pass, $options);
} catch (PDOException $e) {
    die('Помилка підключення до БД: ' . $e->getMessage());
}
?>
```

## ДОДАТОК Д

```
<?php
session_start();
require 'config.php';
// Скільки питань у тесті
$TOTAL_QUESTIONS = 28;
// Якщо тест ще не стартував – ініціалізуємо
if (!isset($_SESSION['question_ids'])) {
    // Вибираємо 4 випадкові питання з БД
    $stmt = $pdo->query("SELECT id FROM questions ORDER BY RAND() LIMIT
{$TOTAL_QUESTIONS}");
    $question_ids = $stmt->fetchAll(PDO::FETCH_COLUMN);

    if (count($question_ids) < $TOTAL_QUESTIONS) {
        die('У БД недостатньо питань.');
```

```
if (!isset($_POST['option_id'])) {
    $error = 'Оберіть варіант відповіді!';
} else {
    $selected_option_id = (int)$_POST['option_id'];
    $current_question_id = $question_ids[$current_index];
    // Зберігаємо відповідь
    $_SESSION['answers'][$current_question_id] = $selected_option_id;
    // Переходимо до наступного питання
    $_SESSION['current_index']++;
    $current_index = $_SESSION['current_index'];
    // Якщо питання закінчилися – йдемо на сторінку результату
    if ($current_index >= count($question_ids)) {
        header('Location: result.php');
        exit;
    }
}

// Отримуємо поточне питання з БД
$current_question_id = $question_ids[$current_index];

// Питання
$stmt = $pdo->prepare("SELECT * FROM questions WHERE id = ?");
$stmt->execute([$current_question_id]);
$question = $stmt->fetch();
if (!$question) {
    die('Питання не знайдено.');
```

```
// Відповіді до нього
$stmt = $pdo->prepare("SELECT * FROM options WHERE question_id = ?");
$stmt->execute([$current_question_id]);
$options = $stmt->fetchAll();
if (!$options) {
    die('Для цього питання немає варіантів відповідей.');
```

```
}
?>
<!DOCTYPE html>
<html lang="uk">
<head>
    <meta charset="UTF-8">
    <title>Тест</title>
</head>
<body>
    <h1>Питання <?php echo $current_index + 1; ?> з <?php echo
count($question_ids); ?></h1>
    <form method="post">
        <p><strong><?php echo htmlspecialchars($question['question_text']);
?></strong></p>
        <?php if (!empty($error)): ?>
            <p style="color:red;"><?php echo htmlspecialchars($error); ?></p>
        <?php endif; ?>
        <?php foreach ($options as $opt): ?>
            <div>
                <label>
```

```
<input type="radio" name="option_id" value="<?php echo $opt['id'];
?>">
    <?php echo htmlspecialchars($opt['option_text']); ?>
</label>
</div>
<?php endforeach; ?>
<button type="submit">
    <?php echo ($current_index + 1 == count($question_ids)) ? 'Завершити тест'
: 'Далі'; ?>
</button>
</form>
</body>
</html>
```

## ДОДАТОК Е

```
<?php
session_start();
require 'config.php';
// Якщо немає даних сесії – повертаємо на тест
if (!isset($_SESSION['question_ids'], $_SESSION['answers'])) {
    header('Location: quiz.php');
    exit;
}
$question_ids = $_SESSION['question_ids'];
$answers      = $_SESSION['answers'];
if (count($question_ids) === 0) {
    header('Location: quiz.php');
    exit;
}
// Отримуємо правильні відповіді з БД
$placeholders = implode(',', array_fill(0, count($question_ids), '?'));
$sql = "
    SELECT o.id AS option_id, o.question_id
    FROM options o
    WHERE o.question_id IN ($placeholders)
    AND o.is_correct = 1
";
$stmt = $pdo->prepare($sql);
$stmt->execute($question_ids);
$correctOptions = $stmt->fetchAll();
```

```

// Мапа: question_id => correct_option_id
$correctMap = [];
foreach ($correctOptions as $row) {
    $correctMap[$row['question_id']] = $row['option_id'];
}
// Рахуємо бал
$score = 0;
foreach ($question_ids as $qid) {
    if (isset($answers[$qid], $correctMap[$qid]) &&
        (int)$answers[$qid] === (int)$correctMap[$qid]) {
        $score++;
    }
}
$total_questions = count($question_ids);
// (Опційно) ім'я користувача з форми/сесії
$user_name = isset($_SESSION['user_name']) ? $_SESSION['user_name'] : null;
// Записуємо результат у БД
$stmt = $pdo->prepare("
    INSERT INTO results (user_name, score, total_questions, created_at)
    VALUES (?, ?, ?, NOW())
");
$stmt->execute([$user_name, $score, $total_questions]);
// Очищуємо дані тесту в сесії
unset($_SESSION['question_ids'], $_SESSION['answers'],
$_SESSION['current_index']);
?>

```

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="uk">
<head>
  <meta charset="UTF-8">
  <title>Результат тесту</title>
</head>
<body>
  <h1>Ваш результат</h1>
  <p>Правильних відповідей: <strong><?php echo $score; ?></strong> з <?php
echo $total_questions; ?></p>
</body>
</html>
```