

УДК 62-192: 620.177

© А.І. Бойко, д.т.н.

Національний університет біоресурсів і природокористування
України

О.В. Бондаренко к.т.н.

Миколаївський національний аграрний університет

В.М. Савченко к.т.н.

Житомирський національний агроєкологічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІН ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ПАСИВНО РЕЗЕРВОВАНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ПОШКОДЖЕНОМУ ОСНОВНОМУ І СПРАВНОМУ ДУБЛЮЮЧОМУ ЕЛЕМЕНТАХ

У статті наведено дослідження змін показників надійності пасивно резервованої системи при пошкодженному основному і справному дублюючому елементах

**НАДІЙНІСТЬ, СИСТЕМА, ЕЛЕМЕНТ,
РОБОТОЗДАТНІСТЬ**

Важливу роль при експлуатації системи з ненавантаженим пасивним резервуванням відіграє другий роботоздатний стан "10" [1]. Він характеризується відмовою основного елемента і включенням в роботу резервного, який і забезпечує роботоздатність системи. Кількісною оцінкою надійності такої системи в цьому стані можуть бути ймовірність знаходження системи в ньому $P_{10}(t)$ і середній наробіток за цей період $\overline{t_{10}}$. Визначення вказаних параметрів необхідно для оцінки впливу прийнятого методу резервування на загальну надійність системи.

Ймовірність знаходження системи в стані "10" у відображеннях Лапласа записується наступним відношенням:

$$\varphi_{10}(S) = \frac{\Delta_{10}}{\Delta}. \quad (1)$$

Знаменник відношення Δ як основна матриця розв'язано раніше в роботі [2]. Визначник чисельника знаходиться шляхом підстановки стовпця вільних розширеної матриці членів в стовпець при невідомій $\varphi_{10}(S)$. Тоді маємо:

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} S + \lambda_{00} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\lambda_{00} & S + \lambda_{0'0} & 0 & 0 & 0 \\ S & S & 1 & S & S \\ 0 & 0 & 0 & S + \lambda_{10'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_{10'} & S + \mu_{11} \end{vmatrix}.$$

Отримана матриця є п'ятого рангу і для її вирішення необхідно провести дії на пониження рангу.

Після відповідних математичних перетворень і скорочень в розкладанні по ступенях невідомої в кінцевому вигляді запишемо значення визначника матриці.

$$\Delta_{10} = S^3 (\lambda_{10} + \lambda_{00} - \lambda_{0'0}) + S^2 (\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{00} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} - \lambda_{0'0} \lambda_{10'}) + S (\lambda_{00} \lambda_{10'} \mu_{11} + \lambda_{00} \lambda_{10'} \mu_{11} - \lambda_{0'0} \lambda_{10'} \mu_{11}) \quad (2)$$

Як і для стану "00", [2] функцію ймовірності другого роботоздатного стану системи "10" $A_{10}, B_{10}, C_{10}, D_{10}$ з метою подальшого виконання зворотних перетворень Лапласа можна записати у вигляді еквівалентної форми простою сумою

$$\varphi_{10}(S) = \frac{A_{10}}{S - S_1} + \frac{B_{10}}{S - S_2} + \frac{C_{10}}{S - S_3} + \frac{D_{10}}{S - S_4} + \frac{E_{10}}{S - S_5},$$

де E_{10} – введені невідомі сталі величини які необхідно визначити для зворотнього перетворення Лапласа;

S_1, S_2, S_3, S_4 і S_5 – корені правої частини рівняння (4) [2].

Виконавши алгебраїчні перетворення, і розписавши по степенях невідомої маємо:

$$\begin{aligned} \varphi_{10}(S) = & \frac{1}{S^3 (S - S_4)(S - S_5)} \left[S^4 (A_{10} + B_{10} + C_{10} + D_{10} + E_{10}) + \right. \\ & + S^3 (A_{10} S_5 + A_{10} S_4 + B_{10} S_5 - B_{10} S_4 + C_{10} S_5 - C_{10} S_4 + D_{10} S_5 - E_{10} S_4) - \\ & \left. - S^2 S_4 S_5 (A_{10} + B_{10} + C_{10}) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Порівнюючи вираз для $\varphi_{10}(S)$ (1), куди входять визначники Δ_{10} і Δ , з отриманим виразом (3) можна стверджувати, що при рівності знаменників еквівалентність величин чисельників досягається при умові рівності коефіцієнтів при однакових степенях невідомої. На підставі цього складена

додаткова система рівнянь за допомогою якої можна визначити величини сталих $A_{10}, B_{10}, C_{10}, D_{10}$ і E_{10} .

Враховуючи, що при $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ доцільно ввести заміну $A_{10} + B_{10} + C_{10} = \mathcal{K}_{10}$ і тоді достатню для вирішення завдання систему можна представити слідуючим чином:

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{10} + D_{10} + E_{10} = 0; \\ S_5 (\mathcal{K}_{10} + D_{10}) - S_4 (\mathcal{K}_{10} + E_{10}) = \lambda_{10} + \lambda_{00} - \lambda_{0'0}; \\ -S_4 S_5 \mathcal{K}_{10} = \lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'}. \end{cases}$$

З першого рівняння системи знаходимо:

$$\mathcal{K}_{10} = -(D_{10} + E_{10}). \quad (4)$$

Підставивши в третє рівняння маємо:

$$S_4 S_5 (D_{10} + E_{10}) = \lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'}.$$

звідкіля

$$D_{10} = \frac{\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'}}{S_4 S_5} - E_{10}. \quad (5)$$

З другого рівняння системи отримаємо:

$$S_5 \mathcal{K}_{10} + S_5 D_{10} - S_4 \mathcal{K}_{10} - S_4 E_{10} = \lambda_{10} + \lambda_{00} - \lambda_{0'0},$$

звідкіля після перетворень і скорочень маємо:

$$0 = \lambda_{10} + \lambda_{00} + \lambda_{0'0} - D_{10} S_4 + E_{10} S_5$$

Підставляючи значення D_{10} з (5) отримаємо сталу E_{10} :

$$\begin{aligned} E_{10} &= \frac{1}{S_5^2} (\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'}) - \\ &\quad - \frac{1}{S_5} (\lambda_{10} + \lambda_{00} - \lambda_{0'0}). \end{aligned} \quad (6)$$

Зворотною підстановкою E_{10} у (5) отримаємо значення

D_{10} :

$$\begin{aligned} D_{10} &= \frac{1}{S_5} (\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \mu_{11} + 2\lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0} - \lambda_{0'0} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'}) \times \\ &\quad \times \left(\frac{1}{S_4} - \frac{1}{S_5} \right) + \frac{1}{S_5} (\lambda_{10} + \lambda_{00} - \lambda_{0'0}). \end{aligned} \quad (7)$$

Підставляючи сталі E_{10} і D_{10} у (4), привівши члени рівняння після спрощень маємо:

$$\mathcal{K}_{10} = \frac{1}{S_4 S_5} (\lambda_{00'} \mu_{11} + \lambda_{0'0} \lambda_{10'} - \lambda_{0'0} \lambda_{10'} - \lambda_{00} \mu_{11} - 2 \lambda_{0'0} \lambda_{10'} + \lambda_{00} \lambda_{0'0})$$

Таким чином визначені всі сталі величини для виконання операції переходу по Лапласу від образу до оригіналу для функції ймовірності $\varphi_{10}(S) \leftrightarrow P_{10}(t)$.

Виконуючи правила перетворень для роботоздатного стану "10", коли основний елемент конструкції відмовив, а його місце зайняв дублюючий, ймовірність безвідмовної роботи системи представляється виразом:

$$P_{10}(t) = A_{10} \exp(-S_1 t) + B_{10} \exp(-S_2 t) + C_{10} \exp(-S_3 t) + D_{10} \exp(-S_4 t) + E_{10} \exp(-S_5 t).$$

З урахуванням заміन скорочено можна записати:

$$P_{10}(t) = \mathcal{K}_{10} + D_{10} \exp(-S_4 t) + E_{10} \exp(-S_5 t). \quad (8)$$

Отримана формула ймовірності має три складові. Її аналіз показує, що при часі $t=0$, ймовірність $P_{10}(t)$ також дорівнює нулеві. Це узгоджується з початковою умовою роботи досліджуємої дубльованої системи. З урахуванням ймовірних знаків при введених сталих величинах, структурі отриманого рівняння (8) і складнощі в визначення знаків спряжених коренів S_4 і S_5 , аналіз рівняння (8) може нести тільки якісний характер. Якісно, що зміна ймовірності $P_{10}(t)$ має подвійну експоненціальну залежність, що при $t \rightarrow \infty$, $P_{10}(t \rightarrow \infty) = \mathcal{K}_{10}$. Графік такої залежності зміни ймовірності роботоздатного стану $P_{10}(t)$ при включенні в роботу резервного елементу і виключенні основного представлено на рис. 1.

Отримана фінішна ймовірність знаходження системи у другому роботоздатному стані є асимптотою функції $P_{10}(t)$ а її значення, що дорівнює $\mathcal{K}_{10}$ спостерігається при усталеному режимі експлуатації системи і є важливим параметром її безвідмовної роботи.

Крім того ймовірність роботоздатного стану $P_{10}(t)$ пасивно резервованої системи характеризує запас можливостей виконувати функції за призначенням незважаючи на відмову

основного елемента, або також вказує на розширення терміну експлуатації при додатковому регулюванні (натяжінні, зменшенні зазору тощо). Під запасом в продовженні роботи деталей, вузлів і машин в цілому слід розуміти і можливість переточування робочих органів при затупленні або перевертання робочого елементу на нову (не зношену) грань і т.д.

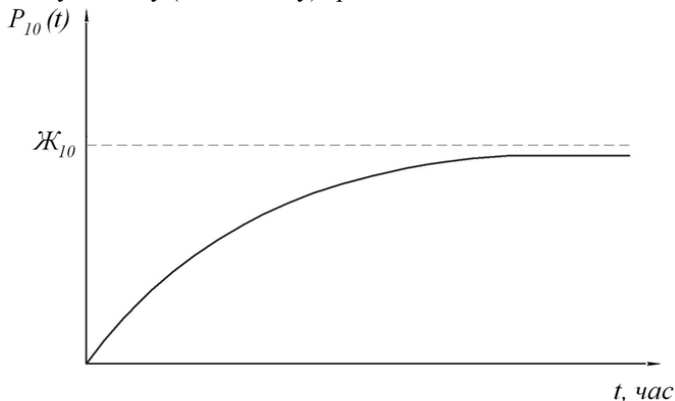


Рис. 1 – Залежність ймовірності переходу системи у другий роботоздатний стан $P_{10}(t)$ з часом її експлуатації

В цьому плані важливе значення набуває показник надійності пасивно резервованої системи пов'язаний з її довговічністю. Таким показником, що оцінює продовження терміну експлуатації за рахунок введення в систему надлишковості у вигляді резерву може бути середній час знаходження системи у другому роботоздатному стані $\overline{t_{10}}$.

Предметно до виконуємого дослідження можна записати, що середній час знаходження системи у другому роботоздатному стані дорівнює:

$$\overline{t_{10}} = \int_{t_1}^{t_2} P_{10}(t) dt. \quad (9)$$

Інтервал часу $t_2 - t_1$ на якому визначається середній наробіток на відмову повинен належити періоду роботи системи коли її початкове припрацювання завершилось і почався етап роботи з природною присутністю поступового накопичення пошкоджень (старіння). Тоді запишемо:

$$\overline{t}_{10}(t) = \int_{t_1}^{t_2} [\mathcal{K}_{10} + D_{10} \exp(-S_4 t) + E_{10} \exp(-S_5 t)] dt .$$

Представлений вираз розпишемо у вигляді відповідної суми інтегралів:

$$\overline{t}_{10}(t) = \mathcal{K}_{10} \int_{t_1}^{t_2} dt + D_{10} \int_{t_1}^{t_2} \exp(-S_4 t) dt + E_{10} \int_{t_1}^{t_2} \exp(-S_5 t) dt .$$

Звідкіля маємо:

$$\overline{t}_{10} = \mathcal{K}_{10} t \Big|_{t_1}^{t_2} + D_{10} \left(-\frac{1}{S_4} \right) e^{-S_4 t} \Big|_{t_1}^{t_2} + E_{10} \left(-\frac{1}{S_5} \right) e^{-S_5 t} \Big|_{t_1}^{t_2} . \quad (10)$$

Аналіз залежності зміни середнього часу знаходження системи у другому роботоздатному стані ускладнений відсутністю даних про λ, μ – характеристики переходів системи. Однак попередній якісний аналіз отриманого результату можливий шляхом диференціації вкладу кожної із трьох складових рівняння (10) в загальний баланс середнього часу $\overline{t}_{10}$. З урахуванням умов викладених при аналізі ймовірності $P_{10}(t)$, для сталих величин і коренів рівнянь, графічно найбільш ймовірнісні зміни у складових і загальну суму часу $\overline{t}_{10}$ представлено на рис. 2.

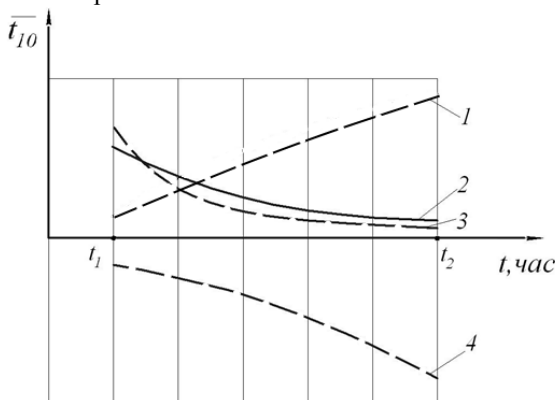


Рис. 2 – Залежність впливу часу експлуатації пасивно дубльованої системи на середній наробіток її у другому

роботоздатному стані: 1 – перша складова рівняння (10); 2 – середній час знаходження системи у стані "10"; 3 – друга складова рівняння (10); 4 – третя складова рівняння (10)

Аналіз отриманої залежності (10) і побудованих графіків показує, що середній час перебування системи у другому роботоздатному стані "10" багато в чому залежить від співвідношень λ, μ – характеристик, що входять у значення сталих величин J_{10}, D_{10} і E_{10} . Враховуючи, що фізично, згідно постановки завдання дослідження, система поступово старіє. Результуючий графік (крива 2) правомірно відображує цей процес показуючи, що по мірі збільшення загального часу експлуатації системи, середній наробіток її у другому роботоздатному стані поступово зменшується.

Література

1. Бойко А.І. Резервування як ефективний метод забезпечення надійності складної сільськогосподарської техніки / А.І. Бойко, О.В. Бондаренко, В.М. Савченко // Техніка та технології АПК. – 2013. – №1.
2. Бойко А.І. Математична формалізація опису станів і переходів пасивно резервованих технічних систем / А.І. Бойко, О.В. Бондаренко, В.М. Савченко // Вісн. ХНТУСГ ім. Василенка. – 2013. – Вип. 133. – С. 216–219.